

**Working  
Paper**

546

Julho de 2021



**SAO PAULO SCHOOL  
OF ECONOMICS**

# **O impacto de criptomoedas na performance de carteiras multiativos: análise sob a perspectiva de um investidor brasileiro**

**Oswaldo Donatelli Neto  
Jéfferson Augusto Colombo**

As manifestações expressas por integrantes dos quadros da Fundação Getulio Vargas, nas quais constem a sua identificação como tais, em artigos e entrevistas publicados nos meios de comunicação em geral, representam exclusivamente as opiniões dos seus autores e não, necessariamente, a posição institucional da FGV. Portaria FGV N°19

Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas FGV EESP  
[www.fgv.br/eesp](http://www.fgv.br/eesp)

## O impacto de criptomoedas na performance de carteiras multiativos: análise sob a perspectiva de um investidor brasileiro<sup>1</sup>

Oswaldo Donatelli Neto (Banco Itaú)

Jéfferson Augusto Colombo (FGV EESP)<sup>2</sup>

Primeira versão: 02 de fevereiro de 2021.

Esta versão: 09 de julho de 2021.

**Resumo:** Embora represente um tema de pesquisa relativamente extenso, a mensuração do efeito marginal da adição de criptomoedas em portfólios bem diversificados normalmente se restringe à perspectiva de um investidor nos EUA, Europa ou China. Este artigo contribui para a literatura ao avaliar essa temática sob a perspectiva de um investidor brasileiro. Partindo de portfólios-base compostos por ações (IBOV), renda fixa (IMAG), mercado imobiliário (IFIX), *commodities* (OURO) e ativos internacionais (IVVB11), avalia-se o incremento no retorno ajustado ao risco a partir da inclusão de criptomoedas sob oito estratégias de alocação de ativos dentro e fora-da-amostra. Os resultados, referentes ao período de novembro de 2015 a abril 2021, indicam que a inclusão de criptoativos aumentou os índices de Sharpe, Sortino e Omega para todas as estratégias analisadas. Em particular, as alocações “pesos estratégicos” (STW), “inverso da variância” (RPvar), “inverso da volatilidade” (RPvol) e Black-Litterman (maxMVBL) apresentaram maior variação positiva no índice de Sharpe, muitas vezes estatisticamente significantes. Ainda, dentre os grupos de diversificação, “*Cripto Basket*” e “*Altcoins*” superaram, em média, “*Bitcoin*”, indicando potenciais benefícios de exposições a criptoativos diversificadas. Concomitantemente, “*Stablecoin*” foi o grupo que apresentou pior performance. Os resultados são robustos a diferentes janelas de estimação e frequências de rebalanceamento e expandem o entendimento da inclusão de criptomoedas sob a perspectiva de investidores em uma importante economia emergente.

---

<sup>1</sup> Os autores agradecem a Marcelo Fernandes, João Marco Braga da Cunha, Fernando Cruz, Jinal Surti e um parecerista anônimo por comentários que foram fundamentais para o desenvolvimento da versão revisada deste artigo. Esta pesquisa foi desenvolvida junto ao *University Blockchain Research Initiative* (UBRI) e contou com apoio financeiro da *Silicon Valley Community Foundation* (SVCF), a quem os autores agradecem imensamente. Quaisquer eventuais erros que remanescerem, obviamente, são de nossa responsabilidade.

<sup>2</sup> São Paulo School of Economics at FGV, Brazil. E-mail: [jefferson.colombo@fgv.br](mailto:jefferson.colombo@fgv.br).

**Palavras-chave:** Criptomoedas, modelos de alocação de ativos, otimização de portfólio, Bitcoin, Benefícios de diversificação.

**Classificação JEL:** G11, G15, F21, F65.

### **The impact of cryptocurrencies on the performance of multi-asset portfolios: analysis from the perspective of a Brazilian investor**

**Abstract:** Although a relatively extensive research topic, measuring the marginal effect of adding cryptocurrencies to well-diversified portfolios is usually restricted to the perspective of an investor in the US, Europe, or China. This article contributes to literature by evaluating this theme from the perspective of a Brazilian investor. Based on otherwise identical portfolios composed of equities (IBOV), fixed income (IMAG), real estate (IFIX), commodities (GOLD) and foreign equity (IVVB11), we evaluate the changes in risk-adjusted returns after the inclusion of cryptocurrencies under eight allocation strategies and looking at in-and-out-of-sample perspectives. Referring to the period from November 2015 to April 2021, the results indicate that the inclusion of cryptoassets increased the Sharpe, Sortino and Omega indices for all analyzed strategies. In particular, the models “strategic weights” (STW), “variance-parity” (RPVar), “volatility-parity” (RPvol), and Black Litterman (maxMVBL) presented larger average increase in Sharpe ratios, often statistically superior relative to the base portfolio. Furthermore, among the diversification categories, “Cripto Basket” and “Altcoins” outperformed “Bitcoin” (on average), indicating potential benefits from diversified crypto exposures. Concomitantly, “Stablecoin” was the group that presented the worst performance. The results are robust to different estimation windows and rebalancing frequencies and expand the understanding of the inclusion of cryptocurrencies from the perspective of investors in an important emerging economy.

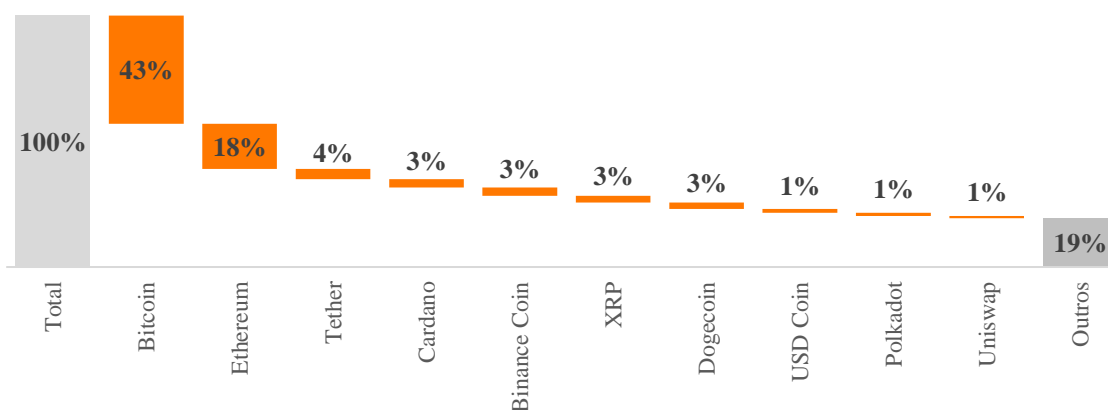
**Keywords:** Cryptocurrencies, Asset allocation models, Portfolio optimization, Bitcoin, Diversification benefits.

**JEL Classification:** G11, G15, F21, F65.

## 1. INTRODUÇÃO

Ao longo dos últimos anos, as criptomoedas reforçaram seu papel como uma nova classe de ativos e têm ganhado relevância crescente nos mercados financeiros. De acordo com o site de análise e rastreamento do mercado de criptomoedas CoinMarketCap, há atualmente mais de 10.000 moedas digitais sendo transacionadas no mundo, com um valor total de mercado de aproximadamente USD 1,5 trilhão (Coinmarketcap, 2021).<sup>3</sup> Conforme apresentado na figura 1, desse grupo, as 10 maiores criptomoedas de acordo com o valor de mercado representam cerca de 81% do total, sendo que o bitcoin (BTC) concentra 43% do mercado (uma medida frequentemente referida como “dominância do bitcoin”).

Figura 1 - Composição das criptomoedas em valor de mercado – Maio de 2021



Além da expansão natural desses ativos, associada ao desenvolvimento de um ecossistema de moedas digitais (Antonopoulos, 2014), o cenário macroeconômico mundial ao longo da última década também favoreceu a procura por ativos de maior risco. A queda nas taxas de juros globais incentivou investidores institucionais a mudarem a composição de suas respectivas carteiras, procurando ativos mais arriscados, a fim de manterem os índices de performance inalterados. Mais recentemente, em 2020, grandes bancos de investimento, bilionários e lideranças proeminentes do setor tecnológico estiveram no cerne de uma onda de adoção de criptoativos (Nasdaq, 2020).

Sendo assim, as criptomoedas tornaram-se uma alternativa de investimento para diversificação do portfólio de investidores, sejam eles institucionais ou de varejo. Chuen et al (2018) avaliou que a inclusão de criptomoedas ao portfólio de um investidor é uma boa alternativa como

<sup>3</sup> Apenas como referência, o valor de mercado das 349 empresas negociadas na B3 era de aproximadamente USD 961 bilhões em 28 de janeiro de 2021 (B3, 2021). Ou seja, a capitalização de mercado de criptomoedas e tokens digitais já supera a da bolsa brasileira.

estratégia de diversificação, pois ocorre baixa correlação entre as criptomoedas e outras classes de ativos tradicionais, como ações, renda fixa, commodities, investimentos imobiliários e *private equity*. Além disso, Brauneis e Mestel (2019) identificou que ocorre redução do risco do portfólio do investidor quando há diversas criptomoedas na carteira e não apenas uma criptomoeda, como BTC.

Mais recentemente, alguns trabalhos se apoiaram no pânico nos mercados financeiros mundiais oriundos da pandemia de COVID-19 para testar a performance de carteiras com e sem criptoativos. Conlon et al (2020) utilizaram índices acionários de diversos países e regiões e encontraram que bitcoin e Ethereum não se comportaram como “porto seguro” (*safe haven*) durante a pandemia – adicionando-os em carteiras, houve aumento do risco à esquerda da distribuição (*downside risk*). Por outro lado, por ter mantido sua paridade com o dólar americano durante o pânico financeiro desencadeado pela COVID-19, os autores encontraram que o Tether atuou como um porto seguro para todos os índices internacionais examinados. Já Colombo et al. (2021) encontraram que, apesar de uma deterioração em diversos indicadores de retorno ajustado ao risco (Sharpe, Sortino e Omega), as estratégias de alocação com criptoativos – em especial uma alocação ingênua (*naive*), 1/N – superaram carteiras idênticas, porém sem criptomoedas, também no período a partir da pandemia.

Apesar da crescente literatura sobre o papel de criptomoedas em portfólios compostos por ativos tradicionais e alternativos, a grande maioria dos estudos analisa o tema sob a perspectiva de investidores dos EUA (Brauneis e Mestel, 2019; Symitsi e Chalvatzis, 2019; Platanakis e Urquhart, 2020), Europa (Kajtazi e Moro, 2019; Conlon et al, 2020) ou China (Kajtazi e Moro, 2019; Conlon et al, 2020). Há um déficit de estudos empíricos que tratem da inclusão de criptoativos no portfólio de investidores representativos de países em desenvolvimento (Colombo et al., 2021). Este estudo busca suprir essa lacuna, ao avaliar o desempenho de uma ampla gama de estratégias de alocação de ativos com e sem criptomoedas sob o ponto de vista de um investidor brasileiro. O estudo também contribui ao realizar análise de robustez para diversos parâmetros de análise, como janela de estimação dos vetores de pesos ótimos e diferentes frequências de rebalanceamento de carteira.

Em particular, este estudo avalia os resultados de performance de um portfólio-base em relação a quatro outros portfólios com criptoativos, para estratégias de investimento que ponderam risco e retorno na composição dos ativos no portfólio. O portfólio-base considera investimento em ações, representado pelo índice Ibovespa; renda fixa, representado pelo índice IMA-Geral (ANBIMA); *real estate*, representado pelo índice de fundos imobiliários IFIX; *commodities*,

representado pelo ouro; e investimentos internacionais, representados pelo ETF IVVB11, que replica o índice S&P500, em R\$.<sup>4</sup> Para avaliar não somente o papel de BTC na carteira, mas também um eventual benefício de diversificação entre criptomoedas, são incluídas oito criptomoedas no estudo, divididas nas seguintes classes: *Altcoin* (ETH, LTC, XRP, BCHM, XLM, XMR), *Bitcoin* (BTC) e *Stablecoin* (USDT). Ainda, testa-se a influência de uma cesta de criptomoedas de diversas classes através da alocação 1/N nesses ativos (*Cripto Basket*).

O resultado geral encontrado é de que a inclusão de criptoativos melhora a performance fora-da-amostra (*out-of-sample*) na maior parte dos portfólios. Em particular, os modelos de pesos estratégicos (STW), inverso da variância (RPvar), inverso da volatilidade (RPvol) e Black-Litterman (maxMVBL) apresentaram índice de Sharpe superior ao portfólio base. Por outro lado, para o modelo retorno/risco (RRT) no entanto, a adição de criptomoedas frequentemente piorou o Sharpe dos portfólios, após a inclusão de criptomoedas. Dentre as possibilidades de inclusão de criptomoedas na carteira, a alternativa “*stablecoin*” foi aquela que pior performou. Os testes de robustez alterando as janelas de estimação e a frequência de rebalanceamento da carteira ratificam os resultados encontrados.

Este trabalho se insere em uma literatura recente e crescente sobre o impacto de criptomoedas em portfólios multi-ativos (Brauneis e Mestel, 2019; Symitsi e Chalvatzis, 2019; Kajtazi e Moro, 2019; Platanakis e Urquhart, 2020; Conlon et al, 2020; Colombo et al, 2021). Especificamente, a contribuição se dá pela aplicação de diferentes estratégias de *asset allocation* sob a perspectiva de um investidor representativo de um importante mercado emergente (Brasil). Os resultados deste estudo auxiliam investidores institucionais e de varejo nas suas estratégias de alocação de ativos envolvendo ativos tradicionais e criptomoedas.

O presente estudo será dividido em cinco seções: revisão de literatura, em qual serão apresentados os principais estudos com otimização de portfólio com criptoativos; metodologia, em que serão apresentadas as estratégias de alocação dos ativos no portfólio e o método de análise do retorno dos ativos; dados, em que é apresentada a estatística descritiva do retorno dos ativos; resultados, em que são avaliados a performance comparativa dos portfólios com e sem criptomoedas, para os métodos de análise *in-sample* e *out-of-sample* e posterior análise de sensibilidade e conclusão.

---

<sup>4</sup> A inclusão do IVVB11 se dá por duas razões principais. Primeiro, porque ele captura não apenas os movimentos da taxa de câmbio R\$/US\$, mas também o retorno de investimento no exterior, que teoricamente expandem a fronteira eficiente. Segundo, porque é uma alternativa de diversificação cada vez mais comum para investidores brasileiros – em 2021 (até maio), foi o 3º ETF mais negociado na B3 (B3, 2021b).

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

Com o crescimento acelerado da quantidade, volume, e capitalização de mercado das criptomoedas ao redor do mundo, diversos estudos surgiram para analisar o comportamento desses ativos no mercado, avaliando retorno e volatilidade dos preços. A tabela 1 resume o grupo de criptomoedas utilizado em estudos de otimização de portfólios com criptoativos. A análise do presente estudo considera as oito criptomoedas conforme histórico de dados disponível, valor de mercado e relevância na literatura.

Tabela 1 - Criptomoedas utilizadas na literatura

Criptomoeda	Símbolo	Histórico	Mba & Mwambi 2020	Weiyi Liu 2018	Bialkowski 2019	Burggraf 2019	Chuen 2018	Análise
Bitcoin	BTC	mai/13	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Ethereum	ETH	set/15	✓	✓	✓			✓
Ripple	XRP	set/13	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Tether	USDT	mar/15	✓	✓				✓
Bitcoin Cash	BCH	ago/17	✓		✓			
Litecoin	LTC	mai/13	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Binance Coin	BNB	ago/17	✓					
EOS	EOS	jul/17	✓		✓			
Stellar	XLM	set/14	✓	✓		✓		✓
Monero	XMR	jun/14		✓	✓	✓	✓	✓
Cardano	ADA	out/17	✓					
Dash	DASH	mar/14		✓	✓	✓	✓	✓
Ethereum Classic	ETC	ago/16			✓			
Zcash	ZEC	nov/16			✓			
NEM	NEM	abr/15		✓				
Verge	XVG	nov/14		✓		✓		
Dogecoin	DOGE	jan/14				✓	✓	
Bitshares	BTS	ago/14				✓	✓	
Monacoin	MONA	abr/14				✓		
Digibyte	DGB	mar/14				✓		
Bytecoin	BCN	jul/14				✓	✓	
Maidsafecoin	MAID	mai/14				✓	✓	
Nxt	NXT	jan/14					✓	

Além da literatura de criptoativos, diversos autores preocuparam-se com as estratégias e funções de otimização. Os critérios de mínima variância e utilidade média-variância foram originados da moderna teoria de portfólio de Markowitz (1952). Uma adaptação ao critério de mínima variância foi realizada por Black e Litterman (1992), incluindo a informação da ponderação ótima utilizada pelo mercado na composição dos ativos do portfólio.

Haja vista que o histórico disponível de preços das criptomoedas é curto, Mba e Mwambi (2020), Liu (2019), Burggraf (2019) e Bialkowski (2020) consideram nas análises a série de retornos diários dos criptoativos. Desse modo, a fim de não haver distorções no cálculo do retorno anualizado dos ativos, utiliza-se a aproximação logarítmica do retorno:

$$r_i = \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) \quad (1)$$

Para determinação do retorno esperado dos ativos e matriz de covariância, amplamente utilizados nos métodos de *asset allocation*, a literatura utiliza geralmente janelas móveis ou expandidas (ver Bessler, 2015; Platanakis e Urquhart, 2020; Colombo et al, 2021). Já no que diz respeito à avaliação de performance, os estudos utilizam prioritariamente a avaliação fora da amostra (*out-of-sample*). Conforme apontado por Bessler (2015), a aproximação *out-of-sample* é mais próxima à estratégia de alocação dos gestores nos fundos multimercado, os quais possuem à disposição o histórico disponível de preços para uma melhor tomada de decisão.

Como período de análise de retorno histórico dos ativos, Bessler (2015) utiliza um período de 12 meses, com análise de sensibilidade para períodos até 60 meses. Burggraf (2019) utiliza como padrão o período de 12 meses, com análise de sensibilidade para períodos de até 48 meses. Desse modo, avalia-se os efeitos temporais dos ciclos econômicos no comportamento dos ativos. Essa análise é de extrema importância para o caso brasileiro, pois os impactos de crises políticas e econômicas são recorrentes e afetam o comportamento dos ativos no mercado. Como exemplo, a crise econômica gerada pela COVID-19 provocou uma maior correlação entre vários ativos de mercado, gerada em parte pelo movimento de saída do capital para ativos de menor risco.

Outra variável significativa é o período de rebalanceamento do portfólio. Bessler (2015) utiliza um período mensal, com análise de robustez para um período trimestral e anual. Burggraf (2019) utiliza modelos de *asset allocation* focados em gestão de risco para otimização de portfólios com criptoativos, utilizando um período semanal de rebalanceamento, com análise de robustez para um período mensal e trimestral.

Com relação às estratégias de alocação de ativos, Bessler (2015) abrange as principais funções de otimização, como o portfólio de mínima variância e a função de utilidade média variância. Bialkowski (2020) utiliza uma abordagem focada no método de *stop-loss*, em que os períodos de rebalanceamento são definidos pelas variações de perdas e ganhos máximos do portfólio ao longo do tempo.

Além disso, outra discussão refere-se aos indicadores de performance do portfólio para comparação entre estratégias. Bessler (2015) utiliza como principais indicadores a relação retorno/volatilidade do portfólio (*Sharpe ratio*), a razão entre o ganho médio e a perda média do portfólio no período (*Omega*) e o *turnover* do portfólio. Outro *KPI* utilizado é o máximo *drawdown* avaliado por Liu (2019), referente à máxima perda de retorno durante o período. Por

fim, alguns estudos também consideram o índice de Sortino (que é semelhante ao índice de Sharpe mas considera o *downside risk* como medida de risco – ver Platanakis e Urquhart, 2020; Colombo et al, 2021) e a medida de *expected shortfall* (Kajtazi e Moro, 2019; Colombo et al, 2021).

Os resultados obtidos por Chuen et al (2018) apontam para o aumento da diversificação do portfólio devido à inclusão de criptoativos ao portfólio original composto por ações, renda fixa, commodities, *real estate* e *private equity*. Outro resultado obtido é a baixa correlação entre os criptoativos e os demais ativos do portfólio analisados. Além disso, Liu (2019) e Burggraf (2019) obtiveram melhoria dos indicadores de performance devido às estratégias de alocação dos criptoativos no portfólio. Os resultados de Platanakis e Urquhart (2020) e Colombo et al (2021) também apontam para retornos ajustados ao risco maiores, em geral, para as estratégias de alocação de ativos com criptomoedas.

Importante, do ponto de vista geográfico, a grande maioria dos artigos encontrados partem da perspectiva de investidores americanos (Platanakis e Urquhart, 2020), europeus (Conlon et al, 2020), ou chineses (Conlon et al, 2020). Como os benefícios da inclusão de criptomoedas dependem da disponibilidade de ativos tradicionais e alternativos para o investidor local, além das flutuações do valor da moeda local em relação ao dólar americano (já que criptomoedas são denominadas em USD), é imprescindível que haja uma expansão geográfica dos estudos para se compreender melhor o efeito marginal da adição de criptomoedas.

Nesse contexto, o presente trabalho analisa a importância da inclusão de criptomoedas para a diversificação do portfólio de um investidor local, utilizando os métodos de alocação amplamente utilizados nos estudos prévios e analisando como variações nos ativos e criptoativos utilizados, período de análise dos dados, período de rebalanceamento e efeito cambial podem influenciar nos resultados obtidos.

### 3. METODOLOGIA

Considerando-se um portfólio com  $n$  ativos, cuja ponderação percentual na carteira é equivalente à  $\omega_i$  (2), a série temporal de retornos diários dos ativos define a matriz de variância e covariância desses ativos (3).

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

Desse modo, dado o retorno esperado dos ativos (4), podem ser calculados: o retorno esperado do portfólio (5) e a variância do portfólio (6).

$$r_p = \Omega^T \cdot R \quad (5)$$

$$\sigma_p^2 = \Omega^T \cdot \Sigma \cdot \Omega \quad (6)$$

#### 3.1. Modelos de alocação

Para otimização do portfólio, consideram-se estratégias de *asset allocation* amplamente utilizadas pelos gestores das carteiras das instituições financeiras. As estratégias selecionadas de alocação dos ativos são: ponderação igualitária (EQL), pesos estratégicos para perfil de risco conservador (STWcon), pesos estratégicos para perfil de risco moderado (STW), pesos estratégicos para perfil de risco agressivo (STWagr), inverso da variância (RPvar), inverso da volatilidade (RPvol), retorno/risco (RRT), mínima variância (minVar), média variância para perfil de risco conservador (maxMVcon,  $\delta = 10$ ), média variância para perfil de risco moderado (maxMV,  $\delta = 5$ ), média-variância para perfil de risco agressivo (maxMVcon,  $\delta = 2$ ), Black-Litterman para perfil de risco conservador (maxMVBLcon,  $\delta = 10$ , benchmark = STWcon), Black-Litterman para perfil de risco moderado (maxMVBL,  $\delta = 5$ , benchmark = STW) e Black-Litterman para perfil de risco agressivo (maxMVBLagr,  $\delta = 2$ , benchmark = STWagr). Essas estratégias, baseadas em Bessler e Wolff (2015), estão resumidas na tabela 2.

Tabela 2 - Estratégias de alocação dos ativos e funções de otimização de portfólio

Asset Allocation Strategy	Função de Otimização/ Ponderação de Portfólio	Restrições da Função de Otimização	Parâmetros Necessários
Ponderação igualitária (EQL)	$\omega_i = \frac{1}{n}$	Não há	-
Pesos Estratégicos: perfil de risco conservador (STWcon), moderado (STW) e agressivo (STWagr)	$\omega_i = \omega_{STWi}$	Não há	-
Inverso da variância (RPvar)	$\omega_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i^2}$	Não há	Variância
Inverso da volatilidade (RPvol)	$\omega_i = \frac{1/\sigma_i}{\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i}$	Não há	Volatilidade
Retorno/Risco (RRT)	$\omega_i = \frac{r_i/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^n r_i/\sigma_i^2}$	Não há	Retorno e Variância
Mínima Variância (minVAR)	$\text{Min } \sigma_p^2 = \text{Min } \Omega^T \cdot \Sigma \cdot \Omega$	$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ $\omega_i \geq 0, i = 1, \dots, n$	Matriz de variância e covariância
Utilidade Média-Variância: perfil de risco conservador (maxMVcon), moderado (maxMV) e agressivo (maxMVagr)	$\text{Max } r_p - \frac{\delta}{2} \sigma_p^2 =$ $\text{Max } \Omega^T \cdot R - \frac{\delta}{2} \Omega^T \cdot \Sigma \cdot \Omega$	$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ $\omega_i \geq 0, i = 1, \dots, n$	Retorno, Matriz de variância e covariância e Coeficiente aversão ao risco $\delta = 10$ (conservador), $\delta = 5$ (moderado) e $\delta = 2$ (agressivo)
Utilidade Média-Variância Black Litterman. Perfil de risco conservador (maxMVBLcon), moderado	$\text{Max } \Omega^T \cdot R_{BL} - \frac{\delta}{2} \Omega^T \cdot \Sigma_{BL} \cdot \Omega$ $R_{BL} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P^T \Omega^{-1} P]^{-1}$ $* [(\tau\Sigma)^{-1} \Pi + P^T \Omega^{-1} Q]$	$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ $\omega_i \geq 0, i = 1, \dots, n$	Retorno, Matriz de variância e covariância e Perfil

(maxMVBL) e agressivo (maxMVBLagr) Benchmarks: STWcon, STW e STWagr	$\Sigma_{BL} = \Sigma + [(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1}$ $\Pi = \delta\Sigma\varphi$ $\Omega = P \left( \frac{\Sigma}{c} \right) P^T$	$\delta = 10$ (conservador), $\delta = 5$ (moderado), $\delta = 2$ (agressivo). Parâmetros: $c = 1$ , $\tau = 0,1625$
--	--	---

As estratégias de alocação dos ativos apresentadas na tabela 2 podem ser divididas em três grupos, conforme apresentado por Bessler e Wolff (2015):

- *Naive Rules*, enquadrando os métodos de alocação de ponderação igualitária e pesos estratégicos,
- *Simple Rules*, enquadrando os métodos de paridade risco variância, paridade risco volatilidade e retorno/risco,
- *Optimization Rules*, enquadrando os métodos de mínima variância, utilidade média-variância e Black-Litterman.

A classificação dos métodos de alocação dos ativos segue ordem crescente de complexidade, de modo que é necessário a estimativa de uma maior quantidade de parâmetros para cálculo das ponderações ótimas dos ativos em cada evento de rebalanceamento.

Na classe *Simple Rules*, são estimados o retorno e volatilidade dos ativos, com base nos dados históricos de retornos diários logarítmicos. Para as estratégias do tipo *Naive Rules*, além do portfólio de ponderação igualitária (EQL, alocação 1/N), destaca-se que, na alocação de pesos estratégicos (STW), a composição percentual do portfólio é baseada em Bessler e Wolff (2015): o perfil conservador (agressivo) aloca 80% (20%) da sua carteira em renda fixa, com o restante sendo distribuído entre ativos mais arriscados. A adição de criptoativos nessa estratégia vai de 1% (perfil conservador) a 4% (perfil agressivo). A composição percentual dos portfólios base e com criptoativos utilizados no método de alocação de pesos estratégicos com diferentes tolerâncias a risco é apresentada na tabela 3.

Tabela 3 – Composição percentual dos ativos do modelo pesos estratégicos

Portfólio	Perfil	IBOV	IMAG	IFIX	OURO	IVVB11	CRIPTO
Base	Conservador	5,0%	80,0%	5,0%	5,0%	5,0%	0,0%
	Moderado	12,5%	50,0%	12,5%	12,5%	12,5%	0,0%
	Agressivo	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	0,0%
Base + Cripto	Conservador	5,0%	80,0%	5,0%	4,0%	5,0%	1,0%
	Moderado	12,5%	50,0%	12,5%	10,0%	12,5%	2,5%
	Agressivo	20,0%	20,0%	20,0%	16,0%	20,0%	4,0%

Já a classe *Optimization Rules* envolve funções de utilidade, definidas como função da ponderação dos ativos e que possuem restrições, como o retorno mínimo requerido e a volatilidade máxima aceitos pelo investidor. Cabe salientar que, no modelo Black-Litterman (maxMVBL), segue-se Bessler e Wolff (2015) e utiliza-se uma versão amostral do modelo, onde o portfólio “pesos estratégicos” (STW) forma a carteira de referência e as visões (*views*) são representadas pelas médias amostrais dos retornos dos ativos. Para estimar o grau de confiabilidade dos retornos implícitos, entende-se que criptomoedas representam uma classe de ativos com características singulares, em especial a alta volatilidade. Por isso, segue-se Platanakis e Sutcliffe (2017) e Platanakis e Urquhart (2019) e utiliza-se  $\tau = 0,1625$ .<sup>5</sup> Ainda, como em Bessler e Wolff (2015) e Bessler, Opfer e Wolff (2015), assume-se que a confiabilidade das *views* é proporcional à confiabilidade dos retornos implícitos ponderado pelo fator  $1/c$ , onde  $c = 1$  (ou seja, assume-se que a confiabilidade dos retornos subjetivos é idêntica à confiabilidade dos retornos implícitos). Com isso, chegam-se as equações do modelo maxMVBL descritas na Tabela 2. Ressalta-se que a grande vantagem do modelo maxMVBL relativo à otimização de média-variância é que ele leva em conta justamente os erros nas estimativas dos retornos esperados.

Além da otimização das funções, é necessário a estimativa da matriz de covariância dos ativos, que envolve alguns métodos, como Pearson, Kendall e Spearman e a definição do parâmetro de aversão ao risco, atrelado ao perfil do investidor.

Conforme avaliado por DeMiguel (2009), os erros na previsão do retorno e covariância dos ativos reduzem a performance dos modelos com funções de otimização em relação ao modelo igualmente distribuído. Desse modo, os ganhos obtidos pelo maior detalhamento dos modelos otimizados são sobrepostos pelos erros nas estimativas de seus respectivos parâmetros.

Outro aspecto interessante comparativo entre os modelos de alocação foi obtido por Chopra & Ziemba (1993). Os erros na estimativa do retorno previsto dos ativos são superiores aos erros na estimativa da variância e covariância desses mesmos ativos. Deste modo, os modelos de alocação baseados em risco, como inverso da volatilidade (RPvol), inverso da variância (RPvar) e mínima variância (minVAR) podem ganhar performance relativa aos modelos que necessitam

---

<sup>5</sup> Quanto maior for  $\tau$ , maior é a incerteza dos retornos implícitos. Quando  $\tau \rightarrow 0$ , os retornos combinados ( $R_{BL}$ ) convergem para o para os retornos implícitos e o portfólio BL converge para o portfólio de referência (STW, no caso deste artigo). Quando  $\tau \rightarrow \infty$ ,  $R_{BL}$  convergem para as “*views*” por trás das estimativas de retorno e os pesos do portfólio BL convergem para aqueles do portfólio MV. Na literatura, os valores usados para  $\tau$  constam tipicamente no intervalo [0,0025 ; 0,3000] (Bessler, Opfer e Wolff, 2015).

de estimativas dos retornos previstos dos ativos, como retorno/risco (RRT) e utilidade média-variância (maxMV).

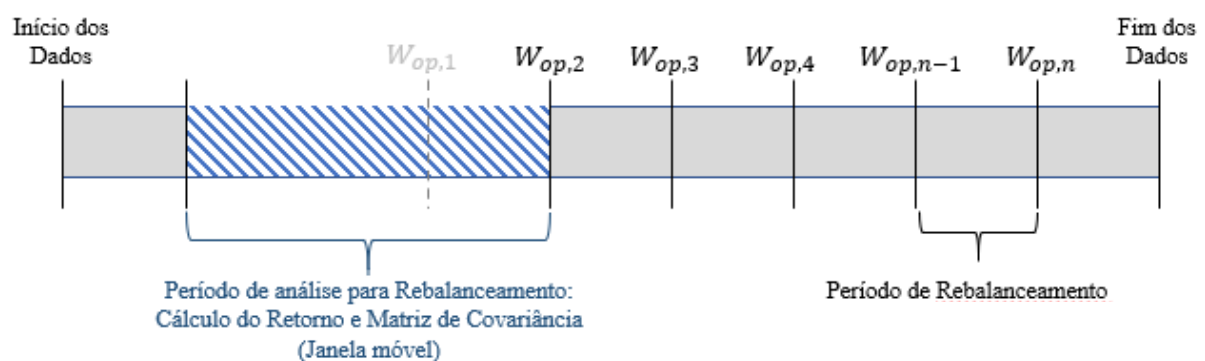
### 3.2. Métodos de análise dos dados

O retorno esperado dos ativos pode ser estimado com base no retorno diário médio histórico, considerando-se as aproximações *in-sample* e *out-of-sample*. Na aproximação *in-sample*, considera-se uma previsão de retorno perfeita, em que o retorno previsto é conhecido e pode-se encontrar o ganho potencial máximo de diversificação do portfólio com a inclusão das criptomoedas. Neste caso uma ponderação ótima dos ativos é definida considerando-se os dados do período completo de análise, sendo que, em cada evento de rebalanceamento a composição do portfólio é ajustada para essa composição ótima calculada.

Já a aproximação *out-of-sample* utiliza retornos passados como previsão do retorno esperado e variância dos ativos. Nesse caso, utiliza-se uma janela móvel histórica dos dados, como previsão de retorno dos ativos e composição da carteira ótima em cada evento de rebalanceamento do portfólio. Esse método de análise dos dados permite avaliar o portfólio do investidor em um cenário mais próximo ao real encontrado pelos investidores institucionais ou de varejo.

A ponderação ótima dos ativos é calculada no primeiro dia útil de cada mês em que ocorre o evento de rebalanceamento, conforme figura 2. Para cálculo da performance do portfólio, considera-se um patrimônio investido em cada um dos ativos, sendo que, nos eventos de rebalanceamento o patrimônio total é dividido conforme os pesos ótimos avaliados dos ativos.

Figura 2 – Representação do método de análise *out-of-sample*



### 3.3. Análise de Sensibilidade

Para garantir maior confiabilidade dos resultados, analisam-se os indicadores de performance do portfólio através da variação do período de análise dos dados históricos para estimativa do retorno e matriz de covariância entre 1, 3 e 12 meses (na análise padrão, foi utilizado 6 meses). Além disso, testa-se a performance *out-of-sample* variando-se o período de rebalanceamento do portfólio entre semanal, trimestral e semestral (a frequência escolhida na análise padrão foi a mensal).

### 3.4. Medidas de Performance

Para avaliar comparativamente os portfólios sem criptomoedas e com criptomoedas, pode-se considerar alguns indicadores de performance. O indicador amplamente utilizado no mercado é a relação entre o prêmio do retorno do portfólio e sua respectiva volatilidade, ou seja, o índice de Sharpe. Considerou-se a taxa SELIC diária como referência para a taxa livre de risco.

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p} \quad (7)$$

Uma variação ao índice de Sharpe, é o índice de Sortino, que considera a volatilidade dos retornos do portfólio que ficam abaixo do retorno mínimo aceitável pelo investidor (Sortino & Meer, 1991). Como cenário de um investidor brasileiro, considerou-se a taxa SELIC diária como referência desse retorno mínimo requerido.

$$\text{Sortino ratio} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_d} \quad (8)$$

Por fim, calculou-se o índice Omega (Shadwick & Keating, 2002), razão entre a média de retornos acima do retorno mínimo requerido pelo investidor e a média de retornos abaixo do retorno mínimo requerido pelo investidor (onde, novamente, utiliza-se a taxa SELIC diária como proxy para o retorno mínimo requerido). A vantagem da utilização dessa medida de performance é da consideração da assimetria da distribuição de retornos do portfólio.

$$\text{Omega ratio} = \frac{E[\max(r_p - r_f, 0)]}{E[\max(r_f - r_p, 0)]} \quad (9)$$

### 3.5. Teste de diferença de índices de Sharpe: Ledoit e Wolf (2008)

Para testar a diferença entre os índices de Sharpe do portfólio base e dos portfólios com criptoativos, foi utilizada a métrica da *Heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation (HAC - QS kernel)*, seguindo Ledoit e Wolf (2008). Essa métrica

não só é consistente e robusta para grandes bases de dados de retorno dos ativos, como também simulações demonstraram que sua performance em amostras finitas é superior à de outros métodos existentes (Ledoit e Wolf, 2008). Dado que as séries de retornos possuem 1.228 observações, optou-se pela utilização dessa estatística de teste para avaliar se as diferenças nos índices de Sharpe dos portfólios com criptoativos são estatisticamente diferentes em relação aos portfólios contrafactuais (portfólios-base).

#### 4. DADOS

Os dados diários de preços de 8 criptomoedas: Bitcoin (BTC), Ethereum (ETH), Ripple (XRP), Tether (USDT), Litecoin (LTC), Stellar (XLM), Monero (XMR) e Dash (DASH) foram obtidos do site CoinMarketCap<sup>1</sup> no período de 01/11/2015 a 30/04/2021, totalizando 1.345 observações. Os dados diários referentes ao índice de ações (IBOV), índice de renda fixa (IMAG), índice de fundos imobiliários (IFIX), índice de commodities (OURO) e ativo internacional (IVVB11) foram obtidos através da Economatica. As estatísticas descritivas do retorno diário dos ativos são apresentadas na tabela 4.

Tabela 4 - Estatísticas descritivas do retorno anualizado dos ativos

	<b>Média</b>	<b>Variância</b>	<b>Volatilidade</b>	<b>Assimetria</b>	<b>Curtose</b>	<b>Sharpe</b>	<b>Sortino</b>	<b>Omega</b>
<b>IBOV</b>	16,97%	7,75%	27,85%	-1,29	16,00	0,35	0,41	1,07
<b>IMAG</b>	11,00%	0,15%	3,85%	-3,66	58,06	0,95	0,94	1,23
<b>IFIX</b>	12,90%	1,11%	10,53%	-8,67	176,96	0,53	0,44	1,16
<b>OURO</b>	15,27%	4,99%	22,34%	-0,01	2,07	0,35	0,52	1,06
<b>IVVB11</b>	20,73%	4,80%	21,90%	0,38	7,95	0,61	0,89	1,12
<b>BTC-BRL</b>	99,54%	58,69%	76,61%	-0,35	7,30	1,20	1,55	1,26
<b>ETH-BRL</b>	154,82%	134,27%	115,87%	0,54	7,73	1,27	1,86	1,28
<b>XRP-BRL</b>	113,13%	167,61%	129,47%	2,08	17,15	0,82	1,37	1,20
<b>USDT-BRL</b>	6,53%	3,60%	18,98%	0,21	10,00	-0,04	-0,06	0,99
<b>LTC-BRL</b>	82,96%	115,37%	107,41%	0,99	10,21	0,70	1,06	1,15
<b>XLM-BRL</b>	109,37%	226,79%	150,59%	3,38	37,02	0,68	1,22	1,16
<b>XMR-BRL</b>	135,06%	148,08%	121,69%	1,13	11,27	1,05	1,63	1,22
<b>DASH-BRL</b>	96,04%	125,86%	112,19%	0,74	6,78	0,79	1,18	1,16

Nota: Essa tabela apresenta os simples momentos e índices de Sharpe, Sortino e Omega calculados para o retorno diário dos índices de ações, renda fixa, *real estate*, commodities, ativo internacional e de oito criptomoedas utilizados nas análises. Para os cálculos de média, variância, volatilidade e índices, os retornos foram anualizados, considerando base de 252 dias úteis.

As criptomoedas analisadas podem ser divididas em 3 classes: *Bitcoin*, *Altcoin* (envolvendo Ethereum, Ripple, Litecoin, Stellar, Monero e Dash) e *Stablecoin*, envolvendo a moeda lastreada no dólar Tether.

A partir dos retornos diários dos ativos, obteve-se a matriz de correlação pelo método Pearson, expressa pela tabela 5. Os dados de preços diários dos criptoativos foram obtidos originalmente em dólares e posteriormente foram corrigidos para reais, pela cotação do câmbio (PTAX) do dia útil analisado. Essa premissa assume que o investidor não consegue fazer um *hedge* perfeito e desse modo fica exposto às variações cambiais.

Tabela 5 – Matriz de correlação dos ativos

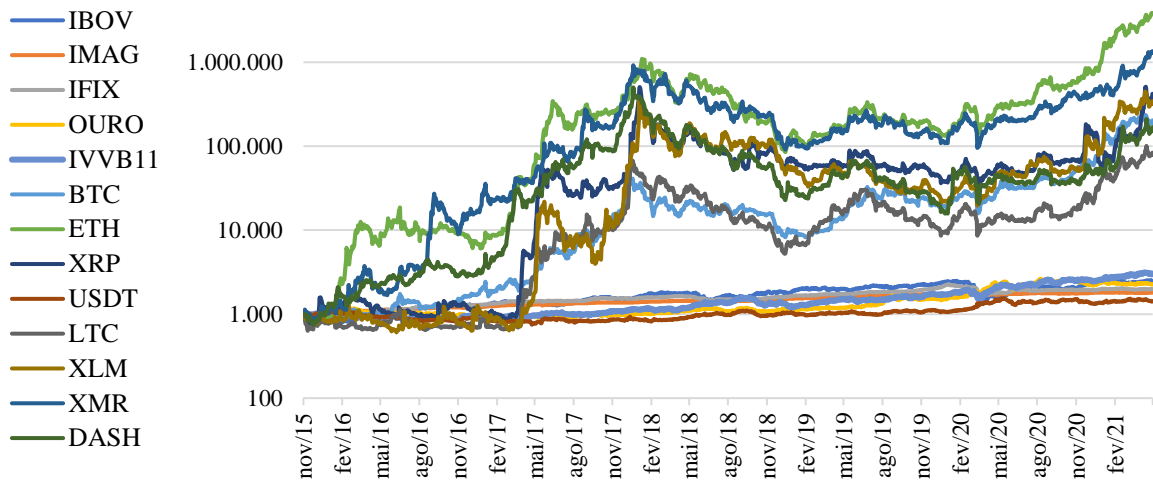
	IBOV	IMAG	IFIX	OURO	IVVB11	BTC	ETH	XRP	USDT	LTC	XLM	XMR	DASH
IBOV	1,00	0,60	0,49	-0,29	0,18	0,08	0,08	0,09	-0,39	0,09	0,08	0,08	0,07
IMAG	0,60	1,00	0,48	-0,27	-0,11	-0,02	0,04	0,01	-0,42	-0,01	0,03	0,00	-0,02
IFIX	0,49	0,48	1,00	-0,09	0,11	0,03	0,06	0,04	-0,27	0,03	0,05	0,02	-0,01
OURO	-0,29	-0,27	-0,09	1,00	0,26	0,15	0,11	0,01	0,32	0,07	0,04	0,09	0,04
IVVB11	0,18	-0,11	0,11	0,26	1,00	0,17	0,15	0,11	0,12	0,16	0,10	0,15	0,13
BTC	0,08	-0,02	0,03	0,15	0,17	1,00	0,56	0,41	0,09	0,66	0,45	0,54	0,56
ETH	0,08	0,04	0,06	0,11	0,15	0,56	1,00	0,39	0,04	0,53	0,39	0,48	0,55
XRP	0,09	0,01	0,04	0,01	0,11	0,41	0,39	1,00	0,03	0,45	0,64	0,36	0,38
USDT	-0,39	-0,42	-0,27	0,32	0,12	0,09	0,04	0,03	1,00	0,01	0,03	0,05	0,06
LTC	0,09	-0,01	0,03	0,07	0,16	0,66	0,53	0,45	0,01	1,00	0,45	0,47	0,53
XLM	0,08	0,03	0,05	0,04	0,10	0,45	0,39	0,64	0,03	0,45	1,00	0,40	0,38
XMR	0,08	0,00	0,02	0,09	0,15	0,54	0,48	0,36	0,05	0,47	0,40	1,00	0,56
DASH	0,07	-0,02	-0,01	0,04	0,13	0,56	0,55	0,38	0,06	0,53	0,38	0,56	1,00

Nota: Essa tabela apresenta os índices de correlação de Pearson do retorno diário dos índices de ações, renda fixa, *real estate*, commodities e de oito criptomoedas utilizados nas análises.

Da tabela 5, destaca-se a baixa correlação – em alguns casos, menor que zero – entre os retornos das criptomoedas e os retornos das proxies para as classes de ativos *equities* (IBOV), *bonds* (IMAG), mercado imobiliário (IFIX), *commodities* (OURO) e ativo internacional (IVVB11). Essa propriedade, já evidenciada em outros contextos, é fundamental para a diversificação de carteiras e indica que, mesmo que mais voláteis, as criptomoedas podem ter espaço em portfólios compostos por ativos tradicionais.

Para analisar a magnitude das variações dos ativos ao longo do tempo, elaborou-se a evolução temporal dos retornos acumulado dos ativos, expresso na figura 4. É possível visualizar que a magnitude do retorno e volatilidade dos criptoativos é significativamente maior do que os retornos e volatilidades dos índices de ações, renda fixa, commodities, *real estate* e ativo internacional.

Figura 3 - Evolução temporal do retorno acumulado dos ativos



Nota: Esse gráfico apresenta a evolução temporal do retorno acumulado dos índices de ações, renda fixa, *real estate*, commodities, ativo internacional e de oito criptomoedas utilizados nas análises. O patrimônio dos ativos inicia em novembro de 2015 na base 1000.

## 5. RESULTADOS

Para analisar o efeito da inclusão de criptomoedas no portfólio, comparou-se a performance de cinco portfólios: (i) o portfólio base, em que estão presentes os ativos IBOV, IMAG, IFIX, OURO e IVVB11, (ii) o portfólio *cripto basket*, em que estão presentes os ativos do portfólio base e o índice cripto, composto pela média simples das oito criptomoedas analisadas, (iii) o portfólio *bitcoin*, em que estão presentes os ativos do portfólio base e o bitcoin, (iv) o portfólio *altcoin*, em que estão presentes os ativos do portfólio base e as criptomoedas alternativas e, por fim, (v) o portfólio *stablecoin*, em que estão presentes os ativos do portfólio base e as criptomoedas lastreadas em moedas físicas.

### 5.1. Análise *in-sample*

Para analisar o máximo potencial de diversificação do portfólio como efeito da inclusão das criptomoedas no portfólio base, foi realizado o método de análise dos dados *in-sample*. Os eventos de rebalanceamento foram estabelecidos com periodicidade mensal. Como medidas de performance, foram calculados o retorno, a volatilidade e os índice de *Sharpe*, *Sortino* e *Omega* do portfólio em todo o período de análise.

Os resultados obtidos para os modelos de *asset allocation* de ponderação igualitária (EQL), pesos estratégicos (STW), inverso da variância (RPvar), inverso da volatilidade (RPvol),

retorno sobre risco (RRT), mínima variância (minVAR), utilidade média-variância (maxMV) e Black-Litterman (maxMVBL) são resumidos na tabela 6.

Tabela 6- Resultados comparativos entre os portfólios (análise *in-sample*)

Modelo	Métrica	Portfólio				
		Base	Cripto Basket	Bitcoin	Altcoin	Stablecoin
EQL	Retorno	16,98%	38,28%	37,07%	44,53%	15,97%
	Volatilidade	9,44%	17,49%	17,09%	20,84%	7,96%
	Sharpe	1,08	<b>1,80*</b>	<b>1,77*</b>	<b>1,81</b>	<b>1,15</b>
	Sortino	1,18	<b>2,31</b>	<b>2,24</b>	<b>2,41</b>	<b>1,44</b>
	Omega	1,24	<b>1,40</b>	<b>1,39</b>	<b>1,41</b>	1,23
STWcon	Retorno	11,57%	12,96%	12,84%	13,42%	11,51%
	Volatilidade	4,27%	4,41%	4,41%	4,49%	4,19%
	Sharpe	1,12	<b>1,40**</b>	<b>1,37**</b>	<b>1,47**</b>	<b>1,12</b>
	Sortino	1,09	<b>1,36</b>	<b>1,34</b>	<b>1,46</b>	<b>1,09</b>
	Omega	1,29	<b>1,36</b>	<b>1,36</b>	<b>1,38</b>	<b>1,29</b>
STW	Retorno	14,31%	17,77%	17,48%	18,89%	14,17%
	Volatilidade	6,50%	7,04%	7,01%	7,33%	6,26%
	Sharpe	1,15	<b>1,56**</b>	<b>1,52**</b>	<b>1,65**</b>	<b>1,18</b>
	Sortino	1,20	<b>1,64</b>	<b>1,58</b>	<b>1,78</b>	<b>1,21</b>
	Omega	1,27	<b>1,38</b>	<b>1,37</b>	<b>1,40</b>	<b>1,28</b>
STWagr	Retorno	16,98%	22,44%	22,00%	24,20%	16,75%
	Volatilidade	9,44%	10,36%	10,30%	10,84%	9,03%
	Sharpe	1,08	<b>1,51**</b>	<b>1,47**</b>	<b>1,60**</b>	<b>1,10</b>
	Sortino	1,18	<b>1,65</b>	<b>1,60</b>	<b>1,79</b>	<b>1,20</b>
	Omega	1,24	<b>1,35</b>	<b>1,34</b>	<b>1,38</b>	<b>1,25</b>
Rpvar	Retorno	10,84%	11,15%	11,12%	11,12%	10,85%
	Volatilidade	4,00%	4,00%	4,00%	4,00%	3,65%
	Sharpe	1,01	<b>1,09***</b>	<b>1,08***</b>	<b>1,08***</b>	<b>1,11</b>
	Sortino	0,93	<b>0,99</b>	<b>0,98</b>	<b>0,99</b>	<b>1,03</b>
	Omega	1,27	<b>1,30</b>	<b>1,30</b>	<b>1,29</b>	<b>1,30</b>
Rpvol	Retorno	13,36%	17,15%	16,81%	17,52%	13,13%
	Volatilidade	5,58%	6,18%	6,14%	6,28%	4,84%
	Sharpe	1,17	<b>1,67**</b>	<b>1,63**</b>	<b>1,71**</b>	<b>1,30</b>
	Sortino	1,12	<b>1,68</b>	<b>1,62</b>	<b>1,73</b>	<b>1,39</b>
	Omega	1,31	<b>1,42</b>	<b>1,42</b>	<b>1,44</b>	1,30
RRT	Retorno	14,57%	36,98%	35,57%	42,52%	14,39%
	Volatilidade	6,57%	16,54%	15,93%	19,62%	6,07%
	Sharpe	1,18	<b>1,82</b>	<b>1,80</b>	<b>1,82</b>	<b>1,25</b>
	Sortino	1,20	<b>2,35</b>	<b>2,31</b>	<b>2,44</b>	<b>1,32</b>
	Omega	1,29	<b>1,41</b>	<b>1,41</b>	<b>1,43</b>	<b>1,29</b>
minVAR	Retorno	10,61%	10,61%	10,61%	10,61%	10,37%
	Volatilidade	3,42%	3,42%	3,42%	3,42%	2,97%
	Sharpe	1,11	<b>1,11</b>	<b>1,11</b>	<b>1,11</b>	<b>1,20</b>
	Sortino	1,13	<b>1,13</b>	<b>1,13</b>	<b>1,13</b>	<b>1,32</b>
	Omega	1,28	<b>1,28</b>	<b>1,28</b>	<b>1,28</b>	1,27
maxMVcon	Retorno	14,15%	32,56%	31,11%	33,71%	14,15%
	Volatilidade	5,67%	13,81%	13,13%	14,20%	5,67%
	Sharpe	1,29	<b>1,87</b>	<b>1,85</b>	<b>1,90</b>	<b>1,29</b>
	Sortino	1,53	<b>2,46</b>	<b>2,42</b>	<b>2,57</b>	<b>1,53</b>
	Omega	1,30	<b>1,43</b>	<b>1,42</b>	<b>1,45</b>	<b>1,30</b>

maxMV	Retorno	18,10%	51,78%	50,02%	53,85%	18,10%
	Volatilidade	10,09%	26,27%	25,27%	26,79%	10,09%
	Sharpe	1,12	<b>1,71</b>	<b>1,71</b>	<b>1,76</b>	<b>1,12</b>
	Sortino	1,34	<b>2,28</b>	<b>2,26</b>	<b>2,41</b>	<b>1,34</b>
	Omega	1,25	<b>1,38</b>	<b>1,38</b>	<b>1,40</b>	<b>1,25</b>
maxMVagr	Retorno	23,57%	89,81%	91,27%	95,20%	23,57%
	Volatilidade	17,73%	59,08%	57,69%	60,02%	17,73%
	Sharpe	0,95	<b>1,41</b>	<b>1,46</b>	<b>1,47</b>	<b>0,95</b>
	Sortino	1,24	<b>1,86</b>	<b>1,94</b>	<b>2,02</b>	<b>1,24</b>
	Omega	1,20	<b>1,30</b>	<b>1,32</b>	<b>1,32</b>	<b>1,20</b>
maxMVBLcon	Retorno	12,44%	16,26%	15,88%	16,75%	12,45%
	Volatilidade	5,60%	6,22%	6,17%	6,35%	5,46%
	Sharpe	1,01	<b>1,52**</b>	<b>1,47**</b>	<b>1,57**</b>	<b>1,03**</b>
	Sortino	0,96	<b>1,53</b>	<b>1,47</b>	<b>1,60</b>	<b>0,98</b>
	Omega	1,25	<b>1,37</b>	<b>1,37</b>	<b>1,39</b>	<b>1,26</b>
maxMVBL	Retorno	15,64%	23,57%	22,82%	24,70%	15,64%
	Volatilidade	9,85%	11,52%	11,37%	11,83%	9,57%
	Sharpe	0,90	<b>1,45**</b>	<b>1,41**</b>	<b>1,51**</b>	<b>0,92*</b>
	Sortino	0,88	<b>1,51</b>	<b>1,44</b>	<b>1,60</b>	<b>0,90</b>
	Omega	1,21	<b>1,34</b>	<b>1,34</b>	<b>1,36</b>	<b>1,22</b>
maxMVBLagr	Retorno	17,64%	34,24%	32,99%	36,46%	17,89%
	Volatilidade	16,17%	20,31%	19,96%	21,07%	15,58%
	Sharpe	0,67	<b>1,35**</b>	<b>1,31**</b>	<b>1,41**</b>	<b>0,71*</b>
	Sortino	0,72	<b>1,56</b>	<b>1,49</b>	<b>1,66</b>	<b>0,76</b>
	Omega	1,14	<b>1,29</b>	<b>1,29</b>	<b>1,31</b>	<b>1,15</b>

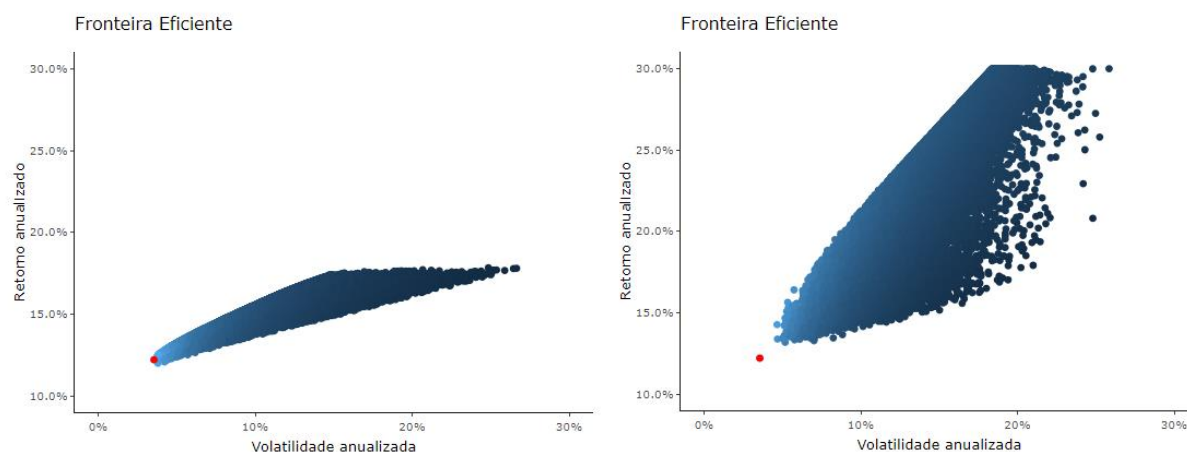
Nota: Essa tabela apresenta os indicadores de performance dos portfólios analisados para as diferentes estratégias de alocação dos ativos e método de análise dos dados *in-sample*. O retorno e a volatilidade representam respectivamente a média e desvio-padrão anualizados dos retornos logarítmicos do portfólio no período de 01/05/2016 a 30/04/2021. Os índices de Sharpe, Sortino e Omega indicados na tabela foram calculados ao longo do período de 01/05/2016 a 30/04/2021. \*, \*\* e \*\*\* indicam que o portfólio com criptomoedas possui maior índice de Sharpe em relação ao portfólio base, com significância de 10%, 5% e 1% respectivamente. Os p-valores do teste são estimados seguindo a metodologia de Ledoit e Wolf (2008).

Os resultados de performance do portfólio, apresentados na tabela 6, indicam que o índice de Sharpe para os portfólios com criptoativos (exceto o portfólio *stablecoin*) foi superior ao índice de Sharpe do portfólio base para os modelos de pesos estratégicos (todos os perfis de risco), inverso da variância (RPvar), inverso da volatilidade (RPvol) e Black-Litterman (todos os perfis de risco), com significância a pelo menos 10%.

O índice de Sortino para os portfólios com criptoativos (exceto o portfólio *stablecoin*) foi superior ao índice de Sortino do portfólio base para os modelos de inverso da volatilidade (RPvol) e média variância (maxMV). Para o modelo de retorno sobre risco, o índice de Sortino do portfólio base foi superior ao índice de Sortino do portfólio com criptoativos. Além disso, o índice Omega para os portfólios com criptoativos (exceto o portfólio *stablecoin*) foi superior ao índice Omega do portfólio base para todos os modelos analisados. Portanto, à exceção do portfólio de mínima variância (minVAR), as diversas estratégias de alocação de ativos sugeriram um incremento de performance com a inclusão de criptoativos.

Por fim, analisou-se a fronteira eficiente do portfólio base e do portfólio *cripto basket*. Considerou-se o período completo de novembro de 2015 a abril de 2021 para estimativa do retorno histórico anualizado e volatilidade anualizada dos portfólios. Os resultados obtidos para o portfólio base e para o portfólio *cripto basket* são apresentados nas Figuras 4a e 4b, respectivamente.

Figura 4 – a) Fronteira eficiente do portfólio base. b) Fronteira eficiente do portfólio *cripto basket*



Nota: Essa figura representa a fronteira eficiente para os portfólios base e *cripto basket* (portfólio base mais oito criptoativos). A matriz de covariância dos ativos foi estimada para o período completo de análise.

É possível verificar graficamente que a adição das criptomoedas ao portfólio gera uma fronteira eficiente mais alongada, expandida para noroeste (ou seja, mais retorno por unidade de risco). Tal análise sugere ser possível atingir portfólios com maior retorno e com maior volatilidade ao se considerar alocações em criptoativos.

## 5.2. Análise *out-of-sample*

Para cálculo de retorno esperado e volatilidade necessários para estimativa dos pesos dos ativos nos eventos de rebalanceamento, utilizou-se a aproximação *out-of-sample*, com uma janela móvel de histórico dos últimos 6 meses. Os eventos de rebalanceamento foram estabelecidos com periodicidade mensal. Como medidas de performance, foram calculados o retorno, a volatilidade e os índices de Sharpe, Sortino e Omega do portfólio em todo o período de análise. Os resultados obtidos para os modelos de *asset allocation* de ponderação igualitária (EQL), pesos estratégicos (STW), inverso da variância (RPvar), inverso da volatilidade (RPvol), retorno sobre risco (RRT), mínima variância (minVAR), utilidade média-variância (maxMV) e Black-Litterman (maxMVBL) são resumidos na tabela 7.

Os resultados de performance sugerem que a inclusão de criptomoedas no portfólio dos investidores é uma alternativa interessante para diversificação, haja vista que o índice de Sharpe dos portfólios com criptomoedas foi superior ao índice de Sharpe do portfólio base de maneira robusta (para todas as estratégias simuladas). A exceção é o portfólio *stablecoin*, que, por apresentar correlação praticamente perfeita com o dólar, cuja variação já é capturada na carteira-base pelo IVVB11, adiciona muito pouco ou nada em termos de performance. Adicionalmente, as demais medidas de performance (Sortino e Omega) também apresentaram incrementos positivos com a adição de criptoativos (exceto *stablecoin*), embora não seja possível fazer uma análise estatística devido à ausência de um teste estatístico apropriado (o teste de Ledoit e Wolf (2008) não se aplica nesses casos).

Em termos de significância estatística, em todas as 8 estratégias selecionadas o índice de Sharpe para os portfólios com criptoativos (exceto o portfólio *stablecoin*) foi superior ao índice de Sharpe do portfólio base com significância de pelo menos 10%. Tal análise indica que os portfólios com criptoativos não só apresentam maior retorno ajustado a risco, mas que a diferença relativa ao portfólio contrafactual é estatisticamente diferente de zero na maior parte das vezes.

Além disso, é possível perceber que as criptomoedas da classe *stablecoin* possuem volatilidade significativamente inferior em relação às demais classes de criptomoedas. Isso ocorre porque essas moedas digitais possuem lastro em moedas físicas e grande parte de seu retorno é advindo das variações cambiais do real em relação ao dólar. Essa baixa volatilidade impacta negativamente o índice de Sharpe, sobretudo nos períodos em que a taxa livre de risco está elevada.

Já entre os modelos, os resultados sugerem que o melhor modelo de otimização de portfólio é o modelo de inverso da volatilidade (RPvol), de acordo com as três medidas de performance analisadas. Por exemplo, o índice de Sharpe anualizado da estratégia RPvol varia entre 1,78 e 1,87 nos portfólios com cripto e 1,32 no portfólio base (ver tabela 7). Isso ocorre devido à baixa volatilidade do índice de renda fixa, mesmo com retornos muito abaixo do retorno desejado pelo investidor. Esses elevados índices podem ser corrigidos incluindo-se um retorno mínimo esperado do investidor e analisando-se as estratégias de alocação sob essa restrição.

Um outro ponto a destacar, em termos de estratégias de alocação, é que os portfólios com criptoativos que se baseiam na estimativa do retorno desses ativos apresentaram piores resultados de índice retorno-risco em relação às demais estratégias. Esses resultados estão de acordo com as conclusões obtidas por Chopra & Ziemba (1993) e indicam que erros na

estimativa dos retornos esperados dos criptoativos prejudicam a performance do portfólio nos métodos de alocação retorno/risco e utilidade média-variância em relação aos demais métodos de alocação.

Tabela 7 - Resultados comparativos entre os portfólios (análise *out-of-sample*)

Modelo	Métrica	Portfólio				
		Base	Cripto Basket	Bitcoin	Altcoin	Stablecoin
EQL	Retorno	16,98%	38,28%	37,07%	44,53%	15,97%
	Volatilidade	9,44%	17,49%	17,09%	20,84%	7,96%
	Sharpe	1,08	<b>1,80*</b>	<b>1,77*</b>	<b>1,81</b>	<b>1,15</b>
	Sortino	1,18	<b>2,31</b>	<b>2,24</b>	<b>2,41</b>	<b>1,44</b>
	Omega	1,24	<b>1,40</b>	<b>1,39</b>	<b>1,41</b>	1,23
STWcon	Retorno	11,57%	12,96%	12,84%	13,42%	11,51%
	Volatilidade	4,27%	4,41%	4,41%	4,49%	4,19%
	Sharpe	1,12	<b>1,40**</b>	<b>1,37**</b>	<b>1,47**</b>	<b>1,12</b>
	Sortino	1,09	<b>1,36</b>	<b>1,34</b>	<b>1,46</b>	<b>1,09</b>
	Omega	1,29	<b>1,36</b>	<b>1,36</b>	<b>1,38</b>	<b>1,29</b>
STW	Retorno	14,31%	17,77%	17,48%	18,89%	14,17%
	Volatilidade	6,50%	7,04%	7,01%	7,33%	6,26%
	Sharpe	1,15	<b>1,56**</b>	<b>1,52**</b>	<b>1,65**</b>	<b>1,18</b>
	Sortino	1,20	<b>1,64</b>	<b>1,58</b>	<b>1,78</b>	<b>1,21</b>
	Omega	1,27	<b>1,38</b>	<b>1,37</b>	<b>1,40</b>	<b>1,28</b>
STWagr	Retorno	16,98%	22,44%	22,00%	24,20%	16,75%
	Volatilidade	9,44%	10,36%	10,30%	10,84%	9,03%
	Sharpe	1,08	<b>1,51**</b>	<b>1,47**</b>	<b>1,60**</b>	<b>1,10</b>
	Sortino	1,18	<b>1,65</b>	<b>1,60</b>	<b>1,79</b>	<b>1,20</b>
	Omega	1,24	<b>1,35</b>	<b>1,34</b>	<b>1,38</b>	<b>1,25</b>
Rpvar	Retorno	11,83%	12,18%	12,13%	12,14%	11,74%
	Volatilidade	3,84%	3,83%	3,84%	3,84%	3,58%
	Sharpe	1,31	<b>1,40***</b>	<b>1,39***</b>	<b>1,39***</b>	<b>1,38</b>
	Sortino	1,24	<b>1,33</b>	<b>1,31</b>	<b>1,32</b>	<b>1,34</b>
	Omega	1,34	<b>1,37</b>	<b>1,36</b>	<b>1,36</b>	<b>1,35</b>
Rpvol	Retorno	13,73%	17,40%	17,08%	17,71%	13,44%
	Volatilidade	5,27%	5,76%	5,76%	5,84%	4,57%
	Sharpe	1,32	<b>1,84***</b>	<b>1,78***</b>	<b>1,87***</b>	<b>1,45</b>
	Sortino	1,27	<b>1,87</b>	<b>1,78</b>	<b>1,91</b>	<b>1,55</b>
	Omega	1,34	<b>1,48</b>	<b>1,46</b>	<b>1,49</b>	1,34
RRT	Retorno	14,98%	41,88%	40,03%	40,61%	14,73%
	Volatilidade	10,80%	22,02%	20,52%	27,35%	9,23%
	Sharpe	0,76	<b>1,59*</b>	<b>1,62**</b>	<b>1,24</b>	<b>0,86</b>
	Sortino	0,79	<b>1,86</b>	<b>2,07</b>	<b>1,46</b>	<b>0,92</b>
	Omega	1,18	<b>1,42</b>	<b>1,40</b>	<b>1,32</b>	<b>1,19</b>
minVAR	Retorno	11,25%	11,71%	11,46%	11,75%	10,94%
	Volatilidade	3,43%	3,42%	3,44%	3,43%	3,17%
	Sharpe	1,30	<b>1,44***</b>	<b>1,35*</b>	<b>1,45***</b>	<b>1,31</b>
	Sortino	1,30	<b>1,45</b>	<b>1,36</b>	<b>1,46</b>	<b>1,39</b>
	Omega	1,33	<b>1,36</b>	<b>1,34</b>	<b>1,36</b>	1,31
maxMVcon	Retorno	14,14%	46,62%	43,52%	46,94%	13,34%
	Volatilidade	16,45%	30,60%	28,75%	31,55%	15,55%
	Sharpe	0,45	<b>1,30*</b>	<b>1,28**</b>	<b>1,27*</b>	0,42
	Sortino	0,46	<b>1,64</b>	<b>1,59</b>	<b>1,66</b>	0,43
	Omega	1,10	<b>1,33</b>	<b>1,29</b>	<b>1,33</b>	1,09

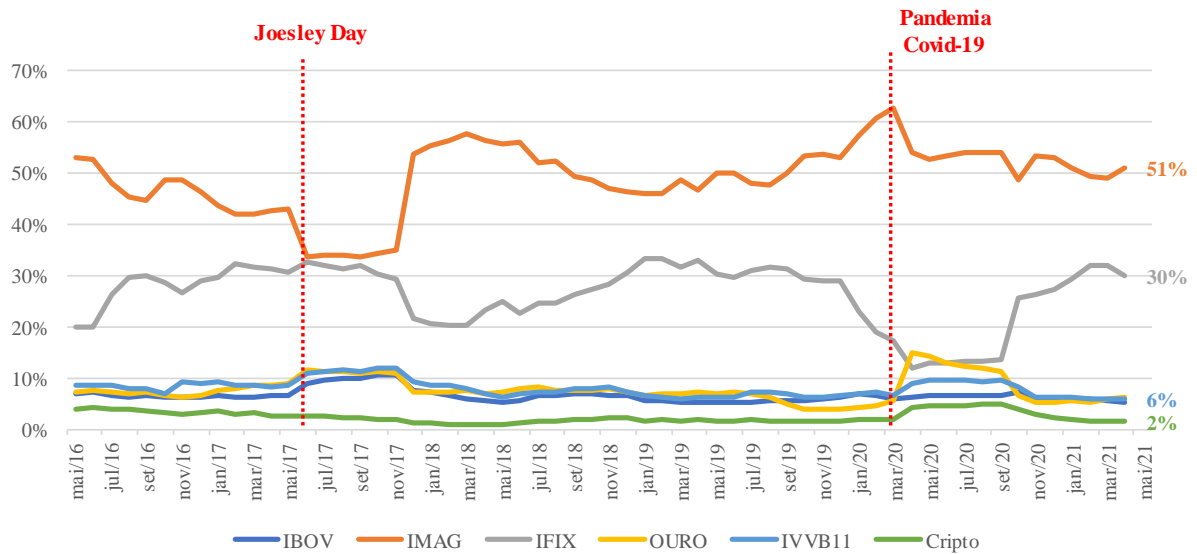
maxMV	Retorno	14,34%	63,09%	66,67%	66,03%	13,05%
	Volatilidade	18,84%	45,81%	47,39%	48,68%	18,18%
	Sharpe	0,40	<b>1,23</b>	<b>1,26*</b>	<b>1,22</b>	0,34
	Sortino	0,44	<b>1,49</b>	<b>1,60</b>	<b>1,54</b>	0,37
	Omega	1,08	<b>1,31</b>	<b>1,30</b>	<b>1,31</b>	1,07
maxMVagr	Retorno	14,36%	81,69%	85,19%	83,89%	13,86%
	Volatilidade	20,93%	60,83%	62,89%	69,23%	20,81%
	Sharpe	0,36	<b>1,23</b>	<b>1,25</b>	<b>1,11</b>	0,34
	Sortino	0,42	<b>1,55</b>	<b>1,60</b>	<b>1,40</b>	0,39
	Omega	1,07	<b>1,29</b>	<b>1,30</b>	<b>1,27</b>	1,07
maxMVBLcon	Retorno	10,98%	16,62%	16,01%	17,02%	11,34%
	Volatilidade	8,82%	9,92%	9,65%	10,19%	8,49%
	Sharpe	0,47	<b>0,99**</b>	<b>0,95***</b>	<b>1,00**</b>	<b>0,53</b>
	Sortino	0,44	<b>1,00</b>	<b>0,95</b>	<b>1,03</b>	<b>0,51</b>
	Omega	1,11	<b>1,23</b>	<b>1,22</b>	<b>1,24</b>	<b>1,12</b>
maxMVBL	Retorno	11,13%	22,30%	21,17%	23,02%	11,34%
	Volatilidade	14,28%	16,79%	16,31%	17,38%	14,16%
	Sharpe	0,30	<b>0,92**</b>	<b>0,88***</b>	<b>0,93**</b>	<b>0,32</b>
	Sortino	0,30	<b>0,99</b>	<b>0,94</b>	<b>1,02</b>	<b>0,33</b>
	Omega	1,06	<b>1,20</b>	<b>1,19</b>	<b>1,21</b>	<b>1,07</b>
maxMVBLagr	Retorno	12,08%	35,77%	32,92%	36,54%	13,35%
	Volatilidade	22,64%	28,85%	27,15%	30,10%	21,51%
	Sharpe	0,23	<b>1,00**</b>	<b>0,96***</b>	<b>0,99**</b>	<b>0,30</b>
	Sortino	0,25	<b>1,21</b>	<b>1,14</b>	<b>1,21</b>	<b>0,34</b>
	Omega	1,05	<b>1,22</b>	<b>1,20</b>	<b>1,22</b>	<b>1,06</b>

Nota: Essa tabela apresenta os indicadores de performance dos portfólios analisados para as diferentes estratégias de alocação dos ativos e método de análise dos dados *out-of-sample*. O retorno e a volatilidade representam respectivamente a média e desvio-padrão anualizados dos retornos logarítmicos do portfólio no período de 01/05/2016 a 30/04/2021. Os índices de Sharpe, Sortino e Omega indicados na tabela foram calculados ao longo do período de 01/05/2016 a 30/04/2021. \*, \*\* e \*\*\* indicam que o portfólio com criptomoedas possui maior índice de Sharpe em relação ao portfólio base, com significância de 10%, 5% e 1% respectivamente. Os p-valores do teste são estimados seguindo a metodologia de Ledoit e Wolf (2008).

Para o modelo de alocação de inverso da volatilidade, analisou-se também a variação das alocações ótimas dos ativos no portfólio em cada mês de rebalanceamento. O primeiro rebalanceamento do portfólio ocorre 6 meses após o início dos dados, ou seja, em maio de 2016. Os resultados são apresentados na Figura 5, totalizando 60 eventos de rebalanceamento. É possível analisar que o índice de renda fixa (IMAG) é predominante no portfólio, seguido dos índices imobiliário (IFIX), índice de commodities (OURO), índice de ações (IBOV), ativo internacional (IVVB11) e índice de criptoativos (Cripto).

Além disso, percebe-se algumas quebras estruturais nas alocações dos ativos, localizadas nos meses de maio de 2017 e março de 2020. Essas quebras podem ser associadas a eventos esporádicos no mercado brasileiro nesses períodos, como o *Joesley Day*, em 17/05/2017 e a pandemia do COVID-19 a partir de fevereiro de 2020.

Figura 5 - Evolução temporal da ponderação dos ativos nos eventos de rebalanceamento (modelo RPvol)



### 5.3. Análise de sensibilidade

#### 5.3.1. Diferentes períodos de análise

Para garantir maior confiabilidade dos resultados obtidos, o período da janela móvel de análise histórica dos dados foi variado em um intervalo de 1, 3 e 12 meses (ante 6 meses utilizado anteriormente). Os resultados de performance comparativa do portfólio em função do período de análise são apresentados na Tabela 8. A evidência obtida nessa análise implica em dois pontos importantes. Primeiro, é que os benefícios da diversificação com criptoativos independem da escolha da janela de estimação dos parâmetros. Segundo, que uma menor janela histórica de dados gera uma melhor performance dos modelos de alocação dos ativos.

Tabela 8 - Análise de sensibilidade do período de análise dos dados

Período de análise = 1 mês			Portfólio			
Modelo	Métrica	Base	Cripto Basket	Bitcoin	Altcoin	Stablecoin
EQL	Retorno	17,00%	38,23%	35,71%	44,70%	15,54%
	Volatilidade	9,42%	17,20%	16,82%	20,45%	8,04%
	Sharpe	1,03	<b>1,80*</b>	<b>1,69*</b>	<b>1,83*</b>	1,03
STWcon	Retorno	12,58%	13,96%	13,77%	14,43%	12,49%
	Volatilidade	4,28%	4,41%	4,41%	4,49%	4,21%
	Sharpe	1,24	<b>1,51**</b>	<b>1,47**</b>	<b>1,59***</b>	1,24
STW	Retorno	14,83%	18,25%	17,77%	19,39%	14,60%
	Volatilidade	6,49%	7,00%	6,96%	7,27%	6,25%
	Sharpe	1,16	<b>1,57**</b>	<b>1,51**</b>	<b>1,66**</b>	<b>1,17</b>
STWagr	Retorno	17,00%	22,41%	21,66%	24,20%	16,64%
	Volatilidade	9,42%	10,29%	10,23%	10,75%	9,02%
	Sharpe	1,03	<b>1,47**</b>	<b>1,40**</b>	<b>1,57***</b>	<b>1,04</b>
Rpvar	Retorno	13,25%	13,56%	13,57%	13,53%	13,11%
	Volatilidade	3,90%	3,89%	3,88%	3,89%	3,61%
	Sharpe	1,53	<b>1,62***</b>	<b>1,62**</b>	<b>1,61***</b>	<b>1,62</b>
Rpvol	Retorno	14,45%	17,96%	17,22%	18,34%	14,10%
	Volatilidade	4,96%	5,37%	5,40%	5,44%	4,23%
	Sharpe	1,45	<b>1,99***</b>	<b>1,84**</b>	<b>2,03***</b>	<b>1,61</b>
RRT	Retorno	14,70%	57,08%	43,45%	65,66%	16,61%
	Volatilidade	12,87%	29,26%	27,59%	34,48%	9,56%
	Sharpe	0,58	<b>1,70**</b>	<b>1,31*</b>	<b>1,69**</b>	<b>0,98</b>
minVAR	Retorno	13,01%	13,39%	13,57%	13,40%	12,75%
	Volatilidade	3,49%	3,49%	3,56%	3,50%	3,10%
	Sharpe	1,65	<b>1,76</b>	<b>1,77</b>	<b>1,75</b>	<b>1,77</b>
maxMVcon	Retorno	20,81%	75,14%	72,46%	80,10%	20,23%
	Volatilidade	18,37%	44,91%	42,30%	48,20%	18,63%
	Sharpe	0,74	<b>1,51</b>	<b>1,54*</b>	<b>1,51</b>	0,69
maxMV	Retorno	20,12%	88,40%	85,63%	93,75%	18,78%
	Volatilidade	20,30%	53,68%	54,77%	61,49%	20,39%
	Sharpe	0,63	<b>1,51*</b>	<b>1,43</b>	<b>1,41</b>	0,56
maxMVagr	Retorno	19,72%	93,18%	87,57%	106,18%	17,83%
	Volatilidade	21,50%	57,30%	60,13%	67,78%	21,56%
	Sharpe	0,58	<b>1,50*</b>	<b>1,34</b>	<b>1,46*</b>	0,49
maxMVBLcon	Retorno	17,31%	34,47%	30,44%	34,60%	19,83%
	Volatilidade	11,32%	15,51%	14,24%	15,47%	12,49%
	Sharpe	0,89	<b>1,75***</b>	<b>1,63***</b>	<b>1,77***</b>	<b>1,00</b>
maxMVBL	Retorno	18,53%	47,88%	41,59%	49,19%	19,56%
	Volatilidade	15,50%	23,37%	22,45%	23,60%	16,28%
	Sharpe	0,73	<b>1,74***</b>	<b>1,53**</b>	<b>1,78***</b>	<b>0,75</b>
maxMVBLagr	Retorno	21,87%	78,60%	60,24%	82,38%	21,39%
	Volatilidade	19,56%	39,64%	36,14%	39,61%	19,20%
	Sharpe	0,75	<b>1,80**</b>	<b>1,46*</b>	<b>1,90**</b>	0,73

Período de análise = 3 meses			Portfólio			
Modelo	Métrica	Base	Cripto Basket	Bitcoin	Altcoin	Stablecoin
EQL	Retorno	18,06%	38,57%	37,03%	44,82%	16,31%
	Volatilidade	9,47%	17,32%	16,83%	20,61%	8,05%
	Sharpe	1,16	<b>1,82</b>	<b>1,78</b>	<b>1,83</b>	1,14
STWcon	Retorno	12,65%	14,01%	13,87%	14,47%	12,56%
	Volatilidade	4,32%	4,46%	4,45%	4,53%	4,25%
	Sharpe	1,29	<b>1,55**</b>	<b>1,52**</b>	<b>1,63**</b>	<b>1,29</b>
STW	Retorno	15,40%	18,76%	18,43%	19,87%	15,18%
	Volatilidade	6,54%	7,05%	7,01%	7,33%	6,29%
	Sharpe	1,27	<b>1,65**</b>	<b>1,61**</b>	<b>1,74**</b>	<b>1,28</b>
STWagr	Retorno	18,06%	23,39%	22,87%	25,13%	17,72%
	Volatilidade	9,47%	10,36%	10,28%	10,83%	9,07%
	Sharpe	1,16	<b>1,57**</b>	<b>1,53**</b>	<b>1,66**</b>	<b>1,17</b>
Rpvar	Retorno	12,91%	13,16%	13,25%	13,14%	12,64%
	Volatilidade	3,83%	3,82%	3,83%	3,83%	3,59%
	Sharpe	1,52	<b>1,59***</b>	<b>1,61***</b>	<b>1,58***</b>	<b>1,54</b>
Rpvol	Retorno	14,84%	17,84%	17,96%	18,15%	14,07%
	Volatilidade	5,02%	5,42%	5,52%	5,48%	4,37%
	Sharpe	1,54	<b>1,98**</b>	<b>1,97**</b>	<b>2,02***</b>	<b>1,59</b>
RRT	Retorno	14,55%	38,96%	40,11%	44,30%	13,43%
	Volatilidade	9,83%	23,41%	22,82%	28,32%	8,87%
	Sharpe	0,76	<b>1,36</b>	<b>1,45</b>	<b>1,31</b>	0,71
minVAR	Retorno	12,23%	12,54%	12,82%	12,51%	11,70%
	Volatilidade	3,48%	3,49%	3,56%	3,49%	3,26%
	Sharpe	1,47	<b>1,56*</b>	<b>1,61*</b>	<b>1,55**</b>	1,41
maxMVcon	Retorno	17,09%	53,44%	57,74%	56,05%	14,49%
	Volatilidade	16,28%	33,69%	33,62%	35,72%	15,25%
	Sharpe	0,61	<b>1,38</b>	<b>1,51*</b>	<b>1,37</b>	0,48
maxMV	Retorno	14,68%	63,10%	75,72%	68,62%	11,21%
	Volatilidade	19,68%	45,25%	49,10%	50,89%	18,92%
	Sharpe	0,38	<b>1,24*</b>	<b>1,40**</b>	<b>1,21</b>	0,22*
maxMVagr	Retorno	14,17%	80,25%	87,59%	87,40%	10,00%
	Volatilidade	21,06%	57,32%	60,63%	64,75%	20,75%
	Sharpe	0,34	<b>1,28*</b>	<b>1,33*</b>	<b>1,24*</b>	0,14*
maxMVBLcon	Retorno	14,31%	21,70%	20,48%	22,38%	14,41%
	Volatilidade	8,04%	9,81%	9,58%	10,22%	8,01%
	Sharpe	0,90	<b>1,49*</b>	<b>1,40*</b>	<b>1,50*</b>	<b>0,91</b>
maxMVBL	Retorno	13,88%	28,28%	26,32%	29,86%	14,23%
	Volatilidade	13,18%	17,26%	16,89%	18,04%	12,89%
	Sharpe	0,51	<b>1,23**</b>	<b>1,14**</b>	<b>1,26**</b>	<b>0,55</b>
maxMVBLagr	Retorno	15,01%	46,13%	42,23%	48,91%	14,41%
	Volatilidade	19,09%	29,45%	27,40%	31,07%	18,02%
	Sharpe	0,41	<b>1,33**</b>	<b>1,28**</b>	<b>1,35**</b>	0,41

Período de análise = 12 meses			Portfólio			
Modelo	Métrica	Base	Cripto Basket	Bitcoin	Altcoin	Stablecoin
EQL	Retorno	17,36%	39,97%	38,55%	46,58%	16,78%
	Volatilidade	9,77%	18,17%	17,60%	21,69%	8,16%
	Sharpe	1,16	<b>1,87</b>	<b>1,85</b>	<b>1,87</b>	<b>1,31</b>
STWcon	Retorno	11,25%	12,70%	12,56%	13,18%	11,18%
	Volatilidade	4,42%	4,57%	4,57%	4,65%	4,34%
	Sharpe	1,17	<b>1,45**</b>	<b>1,42**</b>	<b>1,53**</b>	<b>1,18</b>
STW	Retorno	14,34%	17,93%	17,59%	19,12%	14,17%
	Volatilidade	6,74%	7,31%	7,26%	7,61%	6,48%
	Sharpe	1,23	<b>1,62**</b>	<b>1,59**</b>	<b>1,71**</b>	<b>1,25</b>
STWagr	Retorno	17,36%	23,02%	22,51%	24,88%	17,08%
	Volatilidade	9,77%	10,75%	10,67%	11,26%	9,34%
	Sharpe	1,16	<b>1,58**</b>	<b>1,54**</b>	<b>1,67**</b>	<b>1,18</b>
Rpvar	Retorno	10,66%	11,16%	11,10%	11,11%	10,69%
	Volatilidade	4,19%	4,19%	4,19%	4,19%	3,92%
	Sharpe	1,10	<b>1,22***</b>	<b>1,20***</b>	<b>1,20***</b>	<b>1,18</b>
Rpvol	Retorno	13,04%	17,88%	17,44%	18,27%	13,03%
	Volatilidade	5,73%	6,33%	6,26%	6,44%	5,02%
	Sharpe	1,22	<b>1,87***</b>	<b>1,82***</b>	<b>1,90***</b>	<b>1,39</b>
RRT	Retorno	13,58%	40,96%	38,95%	47,29%	13,14%
	Volatilidade	9,83%	21,11%	20,11%	25,11%	8,92%
	Sharpe	0,76	<b>1,65*</b>	<b>1,64*</b>	<b>1,64</b>	<b>0,79</b>
minVAR	Retorno	10,74%	11,12%	11,00%	11,07%	10,56%
	Volatilidade	3,68%	3,68%	3,68%	3,68%	3,34%
	Sharpe	1,27	<b>1,38***</b>	<b>1,34**</b>	<b>1,36***</b>	<b>1,35</b>
maxMVcon	Retorno	13,97%	47,42%	34,74%	50,99%	13,82%
	Volatilidade	13,94%	28,12%	23,27%	29,61%	13,38%
	Sharpe	0,57	<b>1,47*</b>	<b>1,23</b>	<b>1,52*</b>	<b>0,58</b>
maxMV	Retorno	15,99%	70,65%	52,93%	77,12%	15,36%
	Volatilidade	16,50%	47,04%	38,93%	48,80%	16,01%
	Sharpe	0,60	<b>1,37</b>	<b>1,20</b>	<b>1,46</b>	0,58
maxMVagr	Retorno	13,76%	88,87%	80,74%	102,99%	12,64%
	Volatilidade	18,68%	59,84%	61,78%	70,51%	18,70%
	Sharpe	0,41	<b>1,38</b>	<b>1,21</b>	<b>1,37</b>	0,35
maxMVBLcon	Retorno	8,47%	14,25%	12,26%	15,10%	8,77%
	Volatilidade	9,90%	10,86%	10,69%	11,09%	9,62%
	Sharpe	0,24	<b>0,75**</b>	<b>0,58**</b>	<b>0,82**</b>	<b>0,28</b>
maxMVBL	Retorno	8,67%	19,84%	16,41%	21,68%	9,14%
	Volatilidade	13,76%	16,19%	15,52%	16,85%	13,42%
	Sharpe	0,19	<b>0,85**</b>	<b>0,67**</b>	<b>0,93**</b>	<b>0,23</b>
maxMVBLagr	Retorno	7,75%	30,84%	24,04%	33,76%	7,98%
	Volatilidade	21,96%	28,26%	26,44%	29,67%	20,66%
	Sharpe	0,08	<b>0,88**</b>	<b>0,68**</b>	<b>0,93**</b>	<b>0,09</b>

Nota: Essa tabela apresenta os indicadores de performance dos portfólios analisados, para as diferentes estratégias de alocação dos ativos, método de análise dos dados *out-of-sample* e período de análise histórica dos dados de 1 mês, 3 meses e 12 meses. O retorno e a volatilidade representam respectivamente a média e desvio-padrão anualizados dos retornos logarítmicos do portfólio no período de 01/05/2016 a 30/04/2021. Os índices de Sharpe, Sortino e Omega indicados na tabela foram calculados ao longo do período de 01/05/2016 a 30/04/2021. \*, \*\* e \*\*\* indicam que o portfólio com criptomoedas possui maior índice de Sharpe em relação ao portfólio base, com significância de 10%, 5% e 1% respectivamente. Os p-valores do teste são estimados seguindo a metodologia de Ledoit e Wolf (2008).

### 5.3.2. Diferentes frequências de rebalanceamento

Além da variação da janela móvel histórica dos dados, analisou-se o a performance dos portfólios sob diferentes períodos de rebalanceamento. Em particular, essa análise é importante porque na literatura são encontradas diversas frequências distintas para ajustar o portfólio ao vetor de pesos ótimos. Para isso, comparou-se os portfólios rebalanceados em um intervalo semanal (Platanakis e Urquhart, 2020), trimestral (Bessler e Wolf, 2015) e semestral (Kaktazi e Moro, 2019). Os resultados de performance são apresentados na tabela 8.

A tabela nos permite inferir que rebalanceamentos com o período mais curto em geral melhoram a performance do portfólio, contudo geralmente envolvem maiores custos de transação relativos à maior necessidade de compra em venda dos ativos. Isso equivale a dizer, na prática, que parte dos ganhos de retorno ajustado a risco podem ser comprometidos quando a frequência de rebalanceamento é alta. A boa notícia é que os ganhos de diversificação parecem ser robustos à escolha da frequência de ajuste, e, portanto, mesmo portfólios com rebalanceamento anual – o que implica baixíssimos custos e transação – tendem a performar significativamente melhor que seus portfólios contrafactuais (sem criptoativos).

Tabela 9 – Análise de sensibilidade do período de rebalanceamento

Rebalanceamento = Semanal			Portfólio			
Modelo	Métrica	Base	Cripto Basket	Bitcoin	Altcoin	Stablecoin
EQL	Retorno	17,06%	35,64%	36,74%	40,18%	15,90%
	Volatilidade	9,70%	16,52%	16,61%	19,02%	8,23%
	Sharpe	1,05	<b>1,74*</b>	<b>1,80*</b>	<b>1,75*</b>	<b>1,10</b>
STWcon	Retorno	11,72%	12,89%	12,95%	13,19%	11,65%
	Volatilidade	4,34%	4,47%	4,47%	4,53%	4,27%
	Sharpe	1,12	<b>1,35**</b>	<b>1,37**</b>	<b>1,40**</b>	<b>1,12</b>
STW	Retorno	14,45%	17,35%	17,51%	18,10%	14,26%
	Volatilidade	6,68%	7,13%	7,13%	7,31%	6,45%
	Sharpe	1,14	<b>1,47**</b>	<b>1,49**</b>	<b>1,54**</b>	<b>1,15</b>
STWagr	Retorno	17,06%	21,67%	21,93%	22,85%	16,77%
	Volatilidade	9,70%	10,45%	10,45%	10,76%	9,31%
	Sharpe	1,05	<b>1,42**</b>	<b>1,44**</b>	<b>1,49**</b>	<b>1,06</b>
Rpvar	Retorno	11,94%	12,20%	12,24%	12,16%	11,84%
	Volatilidade	3,94%	3,94%	3,94%	3,94%	3,66%
	Sharpe	1,29	<b>1,36***</b>	<b>1,37***</b>	<b>1,35***</b>	<b>1,36</b>
Rpvol	Retorno	13,92%	16,81%	17,11%	16,87%	13,53%
	Volatilidade	5,41%	5,79%	5,82%	5,82%	4,69%
	Sharpe	1,31	<b>1,72**</b>	<b>1,76***</b>	<b>1,72**</b>	<b>1,42</b>
RRT	Retorno	17,86%	39,12%	40,66%	42,10%	14,65%
	Volatilidade	11,31%	21,32%	20,28%	24,90%	9,15%
	Sharpe	0,97	<b>1,51</b>	<b>1,67*</b>	<b>1,42</b>	0,85
minVAR	Retorno	11,64%	11,93%	11,84%	11,93%	11,29%
	Volatilidade	3,40%	3,41%	3,41%	3,41%	3,13%
	Sharpe	1,41	<b>1,49**</b>	<b>1,47*</b>	<b>1,49***</b>	<b>1,42</b>
maxMVcon	Retorno	14,94%	42,59%	40,35%	42,62%	14,67%
	Volatilidade	15,03%	29,31%	28,25%	29,51%	13,71%
	Sharpe	0,54	<b>1,22</b>	<b>1,19</b>	<b>1,21</b>	<b>0,57</b>
maxMV	Retorno	15,32%	59,22%	60,95%	62,70%	13,75%
	Volatilidade	17,76%	45,53%	47,30%	48,59%	17,01%
	Sharpe	0,48	<b>1,15</b>	<b>1,14</b>	<b>1,15</b>	0,41
maxMVagr	Retorno	17,67%	83,21%	85,68%	83,02%	16,34%
	Volatilidade	19,73%	60,96%	61,91%	70,33%	19,51%
	Sharpe	0,55	<b>1,25</b>	<b>1,27</b>	<b>1,08</b>	0,49
maxMVBLcon	Retorno	12,49%	16,95%	16,98%	17,10%	12,80%
	Volatilidade	7,45%	8,34%	8,29%	8,45%	7,20%
	Sharpe	0,76	<b>1,21**</b>	<b>1,22**</b>	<b>1,21**</b>	<b>0,83</b>
maxMVBL	Retorno	12,58%	21,69%	21,70%	22,08%	13,20%
	Volatilidade	12,08%	14,29%	14,15%	14,56%	12,10%
	Sharpe	0,47	<b>1,04**</b>	<b>1,05**</b>	<b>1,05**</b>	<b>0,52</b>
maxMVBLagr	Retorno	13,54%	33,01%	31,94%	34,13%	14,14%
	Volatilidade	19,96%	25,72%	24,90%	26,47%	19,17%
	Sharpe	0,33	<b>1,02**</b>	<b>1,01**</b>	<b>1,03**</b>	<b>0,38</b>

Rebalanceamento = Trimestral			Portfólio			
Modelo	Métrica	Base	Cripto Basket	Bitcoin	Altcoin	Stablecoin
EQL	Retorno	16,88%	39,20%	37,82%	46,30%	15,83%
	Volatilidade	9,32%	20,24%	19,51%	25,68%	7,85%
	Sharpe	1,08	<b>1,60</b>	<b>1,59</b>	<b>1,54</b>	<b>1,15</b>
STWcon	Retorno	11,52%	13,04%	12,89%	13,62%	11,46%
	Volatilidade	4,20%	4,44%	4,40%	4,67%	4,12%
	Sharpe	1,12	<b>1,40**</b>	<b>1,38**</b>	<b>1,46*</b>	<b>1,13</b>
STW	Retorno	14,23%	17,94%	17,59%	19,34%	14,07%
	Volatilidade	6,39%	7,25%	7,13%	7,99%	6,13%
	Sharpe	1,16	<b>1,54*</b>	<b>1,51*</b>	<b>1,57</b>	<b>1,18</b>
STWagr	Retorno	16,88%	22,71%	22,18%	24,86%	16,62%
	Volatilidade	9,32%	10,74%	10,55%	11,90%	8,87%
	Sharpe	1,08	<b>1,48*</b>	<b>1,46*</b>	<b>1,52</b>	<b>1,11</b>
Rpvar	Retorno	11,69%	12,06%	12,02%	12,03%	11,53%
	Volatilidade	3,92%	3,92%	3,92%	3,92%	3,70%
	Sharpe	1,25	<b>1,34***</b>	<b>1,33***</b>	<b>1,33***</b>	<b>1,28</b>
Rpvol	Retorno	13,40%	17,37%	16,99%	17,85%	13,01%
	Volatilidade	5,33%	6,16%	6,07%	6,45%	4,67%
	Sharpe	1,24	<b>1,72**</b>	<b>1,68**</b>	<b>1,71*</b>	<b>1,33</b>
RRT	Retorno	15,68%	45,38%	39,84%	44,47%	15,00%
	Volatilidade	10,31%	25,35%	22,91%	33,80%	8,95%
	Sharpe	0,86	<b>1,52</b>	<b>1,44</b>	<b>1,11</b>	<b>0,91</b>
minVAR	Retorno	11,02%	11,45%	11,26%	11,48%	10,80%
	Volatilidade	3,49%	3,49%	3,50%	3,50%	3,27%
	Sharpe	1,21	<b>1,33**</b>	<b>1,27*</b>	<b>1,34**</b>	<b>1,22</b>
maxMVcon	Retorno	19,73%	55,14%	46,99%	57,37%	18,96%
	Volatilidade	14,02%	32,50%	27,84%	35,62%	13,57%
	Sharpe	0,92	<b>1,49</b>	<b>1,44</b>	<b>1,42</b>	0,90
maxMV	Retorno	21,12%	76,38%	68,97%	82,39%	20,53%
	Volatilidade	17,07%	44,98%	43,34%	50,36%	16,56%
	Sharpe	0,84	<b>1,55</b>	<b>1,43</b>	<b>1,50</b>	0,83
maxMVagr	Retorno	19,95%	99,12%	86,79%	108,62%	20,35%
	Volatilidade	20,37%	61,10%	59,18%	69,55%	20,23%
	Sharpe	0,65	<b>1,51</b>	<b>1,35</b>	<b>1,46</b>	<b>0,67</b>
maxMVBLcon	Retorno	11,36%	17,71%	16,49%	18,38%	11,68%
	Volatilidade	10,71%	12,41%	11,71%	13,13%	10,36%
	Sharpe	0,43	<b>0,88*</b>	<b>0,83**</b>	<b>0,88*</b>	<b>0,47</b>
maxMVBL	Retorno	13,00%	25,39%	22,95%	26,85%	13,83%
	Volatilidade	14,28%	18,41%	16,88%	19,98%	13,87%
	Sharpe	0,43	<b>1,01*</b>	<b>0,96**</b>	<b>1,00*</b>	<b>0,51</b>
maxMVBLagr	Retorno	12,83%	37,70%	33,20%	40,21%	14,90%
	Volatilidade	23,07%	31,73%	28,65%	34,48%	20,76%
	Sharpe	0,26	<b>0,97**</b>	<b>0,92**</b>	<b>0,97*</b>	<b>0,39</b>

Rebalanceamento = Semestral			Portfólio			
Modelo	Métrica	Base	Cripto Basket	Bitcoin	Altcoin	Stablecoin
EQL	Retorno	16,84%	41,89%	41,28%	49,83%	15,74%
	Volatilidade	9,42%	22,95%	21,99%	29,90%	7,94%
	Sharpe	1,06	<b>1,53</b>	<b>1,57</b>	<b>1,44</b>	<b>1,12</b>
STWcon	Retorno	11,53%	13,33%	13,30%	14,03%	11,46%
	Volatilidade	4,27%	4,61%	4,55%	4,95%	4,18%
	Sharpe	1,11	<b>1,42*</b>	<b>1,43**</b>	<b>1,46</b>	<b>1,11</b>
STW	Retorno	14,22%	18,60%	18,49%	20,26%	14,04%
	Volatilidade	6,52%	7,74%	7,56%	8,83%	6,26%
	Sharpe	1,14	<b>1,52</b>	<b>1,55*</b>	<b>1,52</b>	<b>1,16</b>
STWagr	Retorno	16,84%	23,64%	23,46%	26,17%	16,56%
	Volatilidade	9,42%	11,40%	11,13%	13,10%	8,99%
	Sharpe	1,06	<b>1,48</b>	<b>1,49*</b>	<b>1,48</b>	<b>1,08</b>
Rpvar	Retorno	10,89%	11,37%	11,29%	11,35%	10,84%
	Volatilidade	4,47%	4,48%	4,47%	4,49%	4,28%
	Sharpe	0,91	<b>1,02***</b>	<b>1,00***</b>	<b>1,01***</b>	<b>0,94</b>
Rpvol	Retorno	12,89%	18,01%	17,46%	18,76%	12,60%
	Volatilidade	5,81%	7,01%	6,80%	7,50%	5,16%
	Sharpe	1,05	<b>1,60**</b>	<b>1,57**</b>	<b>1,59*</b>	<b>1,12</b>
RRT	Retorno	16,07%	44,77%	39,71%	48,67%	15,10%
	Volatilidade	9,88%	27,64%	23,77%	37,36%	8,85%
	Sharpe	0,94	<b>1,37</b>	<b>1,38</b>	<b>1,12</b>	0,94
minVAR	Retorno	10,69%	10,98%	10,94%	10,95%	10,70%
	Volatilidade	3,85%	3,87%	3,86%	3,88%	3,52%
	Sharpe	1,01	<b>1,08</b>	<b>1,07*</b>	<b>1,07</b>	<b>1,11</b>
maxMVcon	Retorno	19,15%	56,72%	48,11%	59,71%	18,36%
	Volatilidade	12,61%	36,35%	28,98%	41,12%	11,58%
	Sharpe	0,98	<b>1,37</b>	<b>1,42</b>	<b>1,29</b>	<b>1,00</b>
maxMV	Retorno	22,91%	77,00%	69,39%	85,76%	22,31%
	Volatilidade	14,43%	45,53%	43,02%	53,71%	13,65%
	Sharpe	1,12	<b>1,54</b>	<b>1,45</b>	<b>1,47</b>	<b>1,14</b>
maxMVagr	Retorno	27,01%	100,68%	92,09%	114,21%	27,01%
	Volatilidade	18,60%	59,82%	57,91%	68,77%	18,60%
	Sharpe	1,09	<b>1,57</b>	<b>1,47</b>	<b>1,56</b>	<b>1,09</b>
maxMVBLcon	Retorno	9,88%	18,34%	16,00%	19,62%	10,05%
	Volatilidade	12,20%	14,83%	13,64%	15,98%	12,14%
	Sharpe	0,25	<b>0,78**</b>	<b>0,67**</b>	<b>0,80*</b>	<b>0,27</b>
maxMVBL	Retorno	12,10%	27,16%	23,34%	29,73%	12,53%
	Volatilidade	17,32%	23,03%	20,69%	25,32%	17,30%
	Sharpe	0,31	<b>0,88*</b>	<b>0,80**</b>	<b>0,91*</b>	<b>0,33</b>
maxMVBLagr	Retorno	13,98%	40,23%	36,75%	44,90%	13,34%
	Volatilidade	24,73%	36,07%	30,74%	40,04%	24,55%
	Sharpe	0,29	<b>0,93*</b>	<b>0,97**</b>	<b>0,95*</b>	0,27

Nota: Essa tabela apresenta os indicadores de performance dos portfólios analisados, para as diferentes estratégias de alocação dos ativos, método de análise dos dados *out-of-sample* e período de rebalanceamento do portfólio variando entre semanal, trimestral e semestral. O retorno e a volatilidade representam respectivamente a média e desvio-padrão anualizados dos retornos logarítmicos do portfólio no período de 01/05/2016 a 30/04/2021. Os índices de Sharpe, Sortino e Omega indicados na tabela foram calculados ao longo do período de 01/05/2016 a 30/04/2021. \*, \*\* e \*\*\* indicam que o portfólio com criptomoedas possui maior índice de Sharpe em relação ao portfólio base, com significância de 10%, 5% e 1% respectivamente. Os p-valores do teste são estimados seguindo a metodologia de Ledoit e Wolf (2008).

#### 5.4. Discussão dos resultados

De maneira geral, observa-se que os diferentes períodos de análise (estimação) e de rebalanceamento não afetam os resultados gerais: a adição de criptoativos geralmente melhora a performance relativo ao portfólio base, que é idêntico à exceção do fato de não ter criptomoedas em sua composição. Em especial, essa melhor performance é observada não apenas na análise *in-sample*, mas também na *out-of-sample* (cuja dinâmica se aproxima da situação real de um investidor representativo). Essas evidências corroboram resultados presentes na literatura (Brauneis e Mestel, 2019; Symitsi e Chalvatzis, 2019; Kajtazi e Moro, 2019; Platanakis e Urquhart, 2020; Colombo et al., 2021), porém com foco em um importante mercado emergente ainda pouco explorado, o Brasil.

No que se refere às estratégias de alocação de ativos, os modelos “pesos estratégicos” (STW), “inverso da variância” (RPvar), “inverso da volatilidade” (RPvol) e Black-Litterman (maxMVBL) foram aqueles que mais se beneficiaram da inclusão de criptomoedas (incremento no índice de Sharpe positivo e estatisticamente significativo na maior parte das vezes). Ainda, mesmo que investidores com perfil de risco conservador também tenham se beneficiado, são os investidores com perfil agressivo (ou seja, com maior fração investida em ativos arriscados) que teriam incrementado ainda mais a performance no período analisado.

Dentre as diferentes composições de portfólios com criptomoedas, aquela que apresentou piores resultados foi a *Stablecoin* (inclusão de USDT). Dentre os grupos *bitcoin*, *crypto basket* e *altcoin*, embora os três tenham apresentado retornos ajustados a risco consideravelmente mais altos que o portfólio base, os dois últimos foram os que apresentaram melhor performance, em média. Esta evidência indica que há espaço para diversificação entre criptoativos – a performance, na maior parte das vezes, foi superior quando a exposição a criptoativos se deu de maneira diversificada, comparado a uma exposição baseada apenas em bitcoin. Com essa análise, o presente estudo avança sobre artigos anteriores que testam a inclusão apenas de BTC (como, por exemplo, o trabalho de Platanakis e Urquhart, 2020), negligenciando um possível ganho de diversificação entre criptoativos, aqui evidenciado.

## 6. CONCLUSÃO

Ao longo dos últimos anos, com a queda das taxas de juros internacionais e com a crescente adoção de investidores institucionais, as criptomoedas surgiram como uma nova oportunidade de investimento em ativos de maior risco. A fim de entender o potencial de diversificação dessa nova classe de ativos em um mercado pouco estudado (Brasil), o presente estudo analisou a variação incremental no retorno ajustado ao risco de uma carteira-base composta por ações, renda fixa, *real estate*, *commodities* e ativo internacional, após a inclusão de diferentes cestas de criptomoedas. Ao contrário de estudos anteriores, que analisam o tema sob a perspectiva de investidores nos EUA, Europa, ou China, este artigo quantifica os impactos marginais sob o prisma de investidores e de instrumentos financeiros de um importante (porém inexplorado) mercado emergente.

Especificamente, para complementar estudos realizados na literatura, considerou-se o cenário de um investidor brasileiro, o qual já aloca seu patrimônio em: ações, representado pelo índice Ibovespa; renda fixa, representado pelo índice IMA-Geral (ANBIMA); *real estate*, representado pelo índice de fundos imobiliários IFIX; *commodities*, representado pelo ouro; e ativo internacional, representado pelo ETF IVVB11. Testou-se o impacto da inclusão em seu patrimônio de uma cesta de oito criptomoedas (*Cripto Basket*), além de *bitcoin*, *altcoins* ou *stablecoin*, dentro e fora-da-amostra. Ainda, foram testadas oito diferentes estratégias de alocação de ativos diferentes, para diferentes perfis de risco, considerando um rebalanceamento mensal da carteira e janela móvel de análise histórica dos dados semestral.

Os resultados obtidos para o cenário referencial indicam que os portfólios com criptomoedas apresentaram resultados superiores, em termos de índice de Sharpe, relativo ao portfólio base para todos os modelos testados. Em particular, as estratégias de alocação “pesos estratégicos” (STW), “inverso da variância” (RPvar), “inverso da volatilidade” (RPvol) e Black-Litterman (maxMVBL) foram aqueles que mais se beneficiaram da inclusão de criptomoedas, em média. Ainda, dentre as possibilidades de inclusão de criptomoedas na carteira, a alternativa “*stablecoin*” foi aquela que pior performou, ao passo que as carteiras de criptoativos (*crypto basket* a *altcoins*) foram as de melhor performance. Os resultados são robustos aos demais índices de performance, sendo o Omega a medida que melhor se beneficiou com a inclusão das criptomoedas no portfólio. Variando-se os períodos das janelas de análise histórica dos dados e período de rebalanceamento da carteira, os resultados gerais praticamente se mantêm, o que reforça a robustez dos resultados aqui apresentados.

A evidência empírica deste estudo corrobora com resultados anteriores da literatura e atenta para a possibilidade de obtenção de benefícios de diversificação a partir da inclusão de criptomoedas. Os resultados para o Brasil são consistentes, portanto, com evidências nos EUA, Europa e China. No entanto, destaca-se que foi analisado um período específico, com condições peculiares de mercado. Os criptoativos, apesar dos regimes de alta e baixa, tiveram retornos médios elevados no período, o que não deve se repetir em horizontes longos de tempo. Estudos futuros poderão avaliar tais resultados sob diferentes janelas de tempo – separando *bull* e *bear markets*, ou indicando o antes e a partir da pandemia de COVID-19 – e avaliando cenários onde os investidores protegem (*hedgem*) a fração dos retornos de criptomoedas oriunda da taxa de câmbio BRL/USD. Há caminho também para novos estudos simularem a performance de portfólios com criptoativos sob diferentes cenários de inflação, dado que esses ativos são apontados com frequência como um possível *hedge* para inflação elevada.

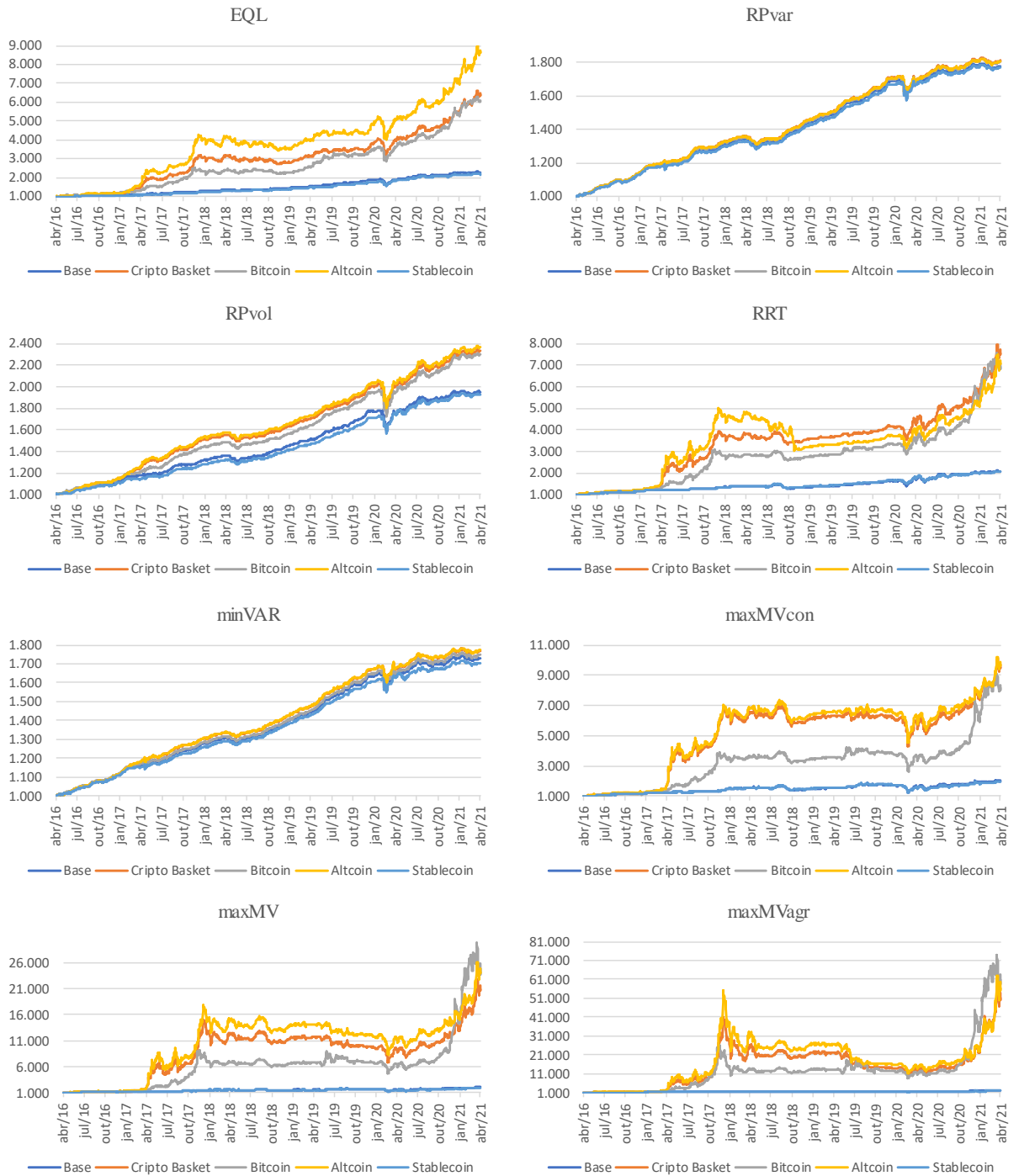
## REFERÊNCIAS

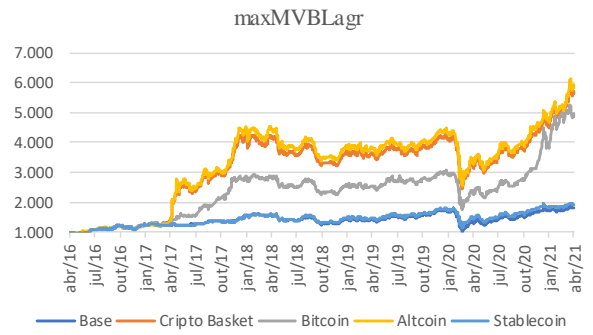
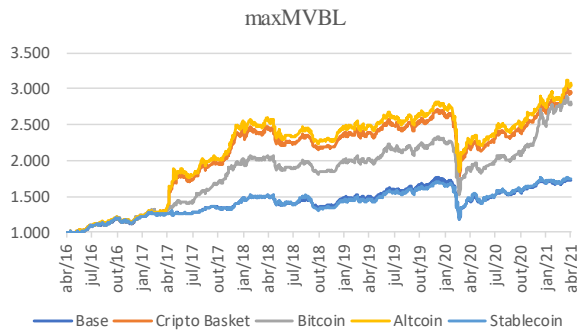
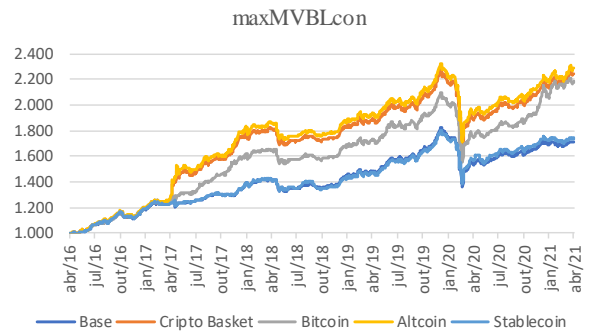
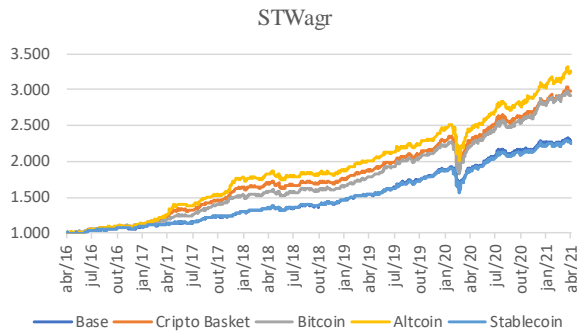
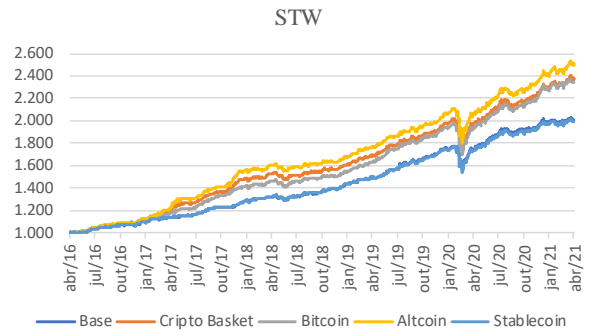
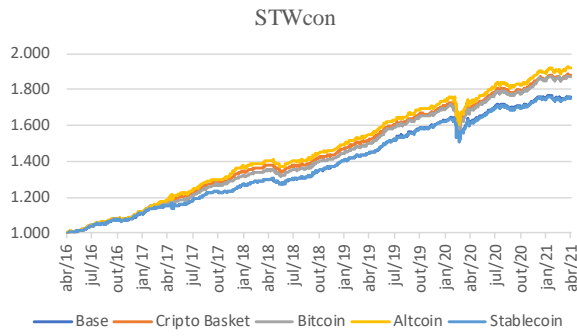
- Antonopoulos, A. M. (2014). *Mastering Bitcoin: unlocking digital cryptocurrencies*. " O'Reilly Media, Inc."
- B3 (2021a). Valor de mercado das empresas listadas: histórico diário. Link: [http://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/valor-de-mercado-das-empresas-listadas/bolsa-de-valores/](http://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/valor-de-mercado-das-empresas-listadas/bolsa-de-valores/). Acesso em 31 de janeiro de 2021.
- B3 (2021b). *Boletim Mensal ETF* (ETF Newsletter). Maio de 2021.
- Bessler, W., Opfer, H., & Wolff, D. (2017). Multi-asset portfolio optimization and out-of-sample performance: an evaluation of Black–Litterman, mean-variance, and naïve diversification approaches. *The European Journal of Finance*, 23(1), 1-30.
- Bessler, W., & Wolff, D. (2015). Do commodities add value in multi-asset portfolios? An out-of-sample analysis for different investment strategies. *Journal of Banking & Finance*, 60, 1-20.
- Bialkowski, J. (2020). Cryptocurrencies in institutional investors' portfolios: Evidence from industry stop-loss rules. *Economics Letters*, 191, 108834.
- Black, F., & Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization. *Financial analysts journal*, 48(5), 28-43.
- Brauneis, A., & Mestel, R. (2019). Cryptocurrency-portfolios in a mean-variance framework. *Finance Research Letters*, 28, 259-264.
- Burggraf, T. (2019). Risk-based portfolio optimization in the cryptocurrency world. Available at SSRN 3454764.
- Chopra, V. K., & Ziemba, W. T. (2013). The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice. In *Handbook of the fundamentals of financial decision making: Part I* (pp. 365-373).
- Chuen, D. L. K., Guo, L., & Wang, Y. (2017). Cryptocurrency: A new investment opportunity?. *The Journal of Alternative Investments*, 20(3), 16-40.
- Colombo, J.; Cruz, F. I. L.; Paese, L. H. Z.; Cortes, R. X. (2021). The diversification benefits of cryptocurrencies in multi-asset portfolios: cross-country evidence. Available at SSRN: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=3776260](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3776260). Acesso em 01 de fevereiro de 2021.
- Conlon, T., Corbet, S., & McGee, R. J. (2020). Are cryptocurrencies a safe haven for equity markets? An international perspective from the COVID-19 pandemic. *Research in International Business and Finance*, 54.
- CoinMarketCap (2021). Lista diária de criptomoedas por valor de mercado. Link: <https://coinmarketcap.com/>. Acesso em 31 de janeiro de 2021.

- DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy? *The review of Financial studies*, 22(5), 1915-1953.
- Kajtazi, A., & Moro, A. (2019). The role of bitcoin in well diversified portfolios: A comparative global study. *International Review of Financial Analysis*, 61, 143-157.
- Keating, C., Shadwick, W.F. (2002). A universal performance measure. *Journal of performance measurement* 6 (3), 59–84.
- Ledoit, O., & Wolf, M. (2008). Robust performance hypothesis testing with the Sharpe ratio. *Journal of Empirical Finance*, 15(5), 850-859.
- Liu, W. (2019). Portfolio diversification across cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 29, 200-205.
- Mba, J. C., & Mwambi, S. (2020). A Markov-switching COGARCH approach to cryptocurrency portfolio selection and optimization. *Financial Markets and Portfolio Management*, 1-16.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, pp. 77-91.
- Nasdaq (2020). What Does Institutional Adoption Of Crypto Mean For 2021 And Beyond? Link: <https://www.nasdaq.com/articles/what-does-institutional-adoption-of-crypto-mean-for-2021-and-beyond-2020-12-14>. Acesso em 30 de Janeiro de 2021.
- Petukhina, A., Trimborn, S., Härdle, W. K., & Elendner, H. (2018). Investing with cryptocurrencies-evaluating the potential of portfolio allocation. Available at SSRN 3274193.
- Platanakis, E., & Urquhart, A. (2020). Should investors include bitcoin in their portfolios? A portfolio theory approach. *The British Accounting Review*, 52(4), 100837.
- Platanakis, E., & Sutcliffe, C. (2017). Asset–liability modelling and pension schemes: the application of robust optimization to USS. *The European Journal of Finance*, 23(4), 324-352.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), 425-442.
- Sortino, F.A. & Meer, R.V. (1991). Downside risk. *Journal of Portfolio Management*, 17(4).
- Symitsi, E., & Chalvatzis, K. J. (2019). The economic value of Bitcoin: A portfolio analysis of currencies, gold, oil and stocks. *Research in International Business and Finance*, 48, 97-110.

## APÊNDICE I

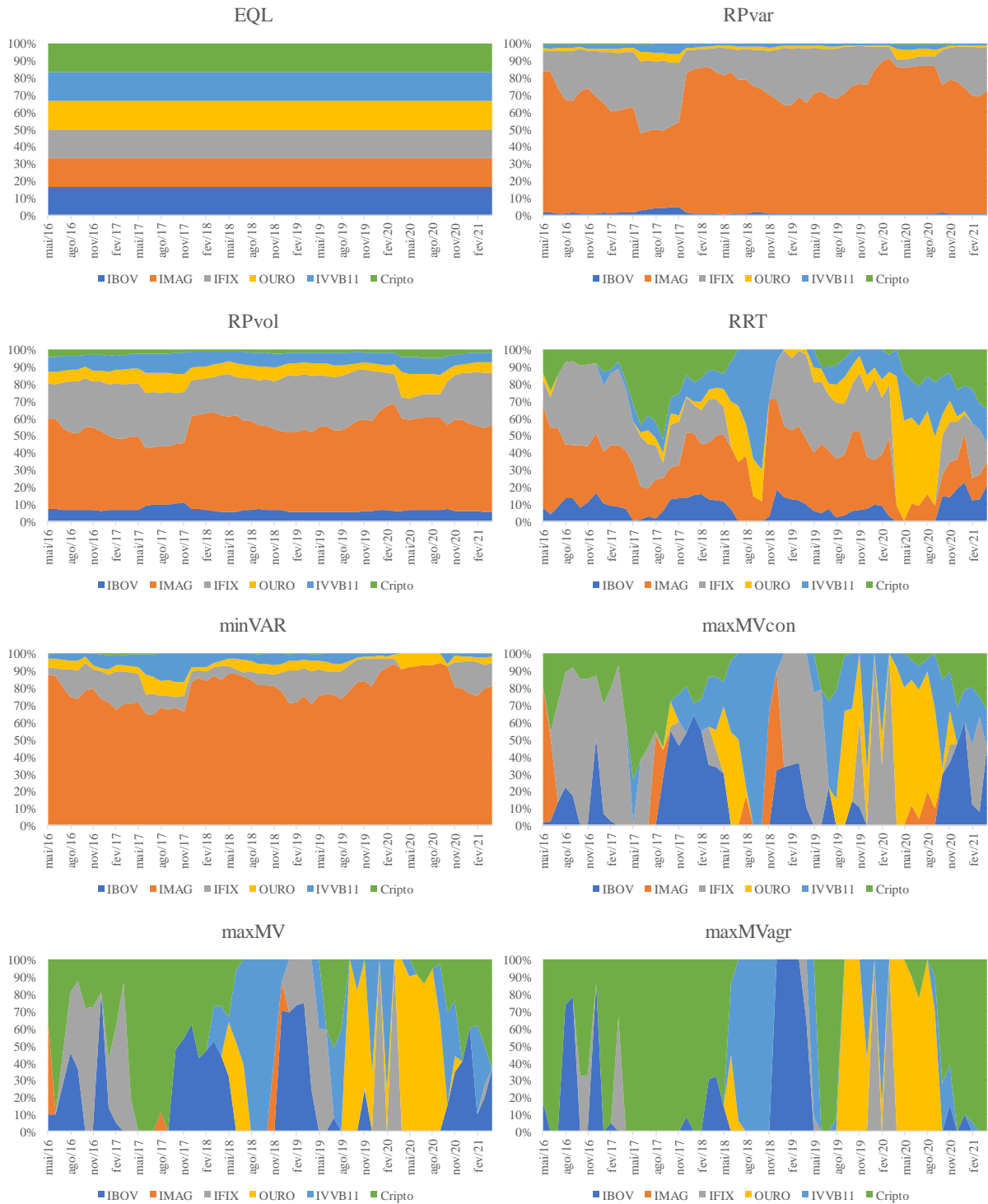
Figura 6 – Evolução temporal comparativa da performance dos portfólios

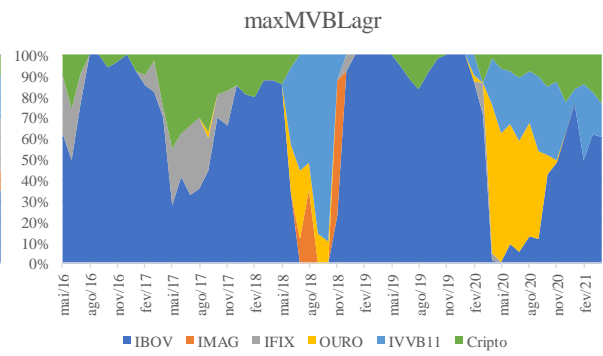
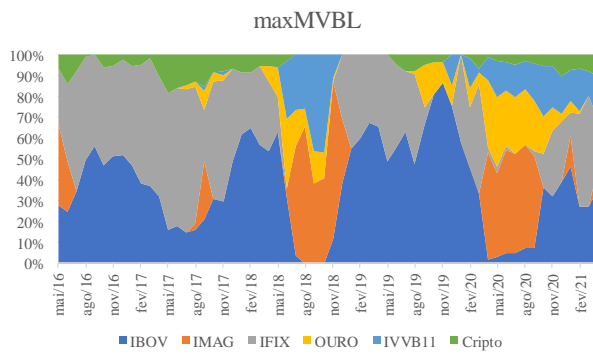
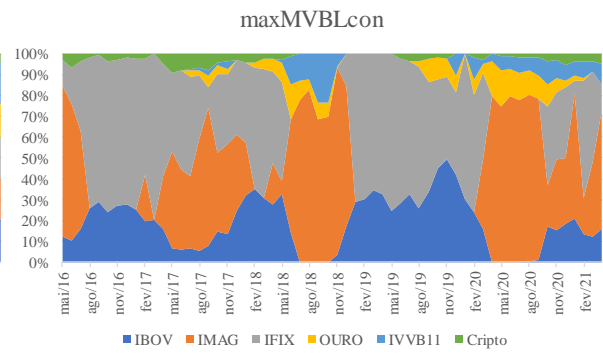
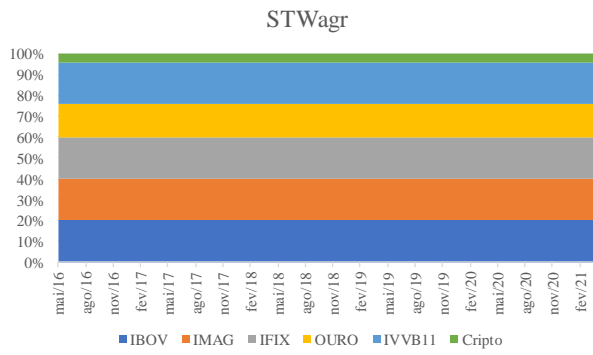
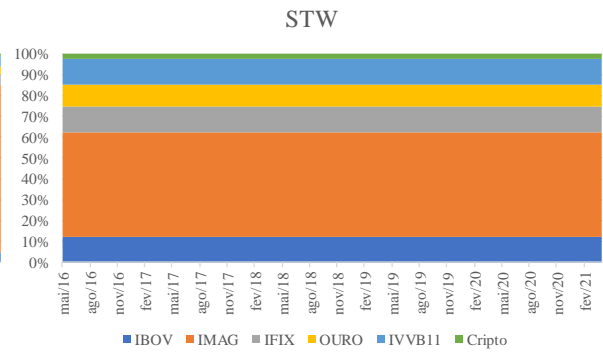
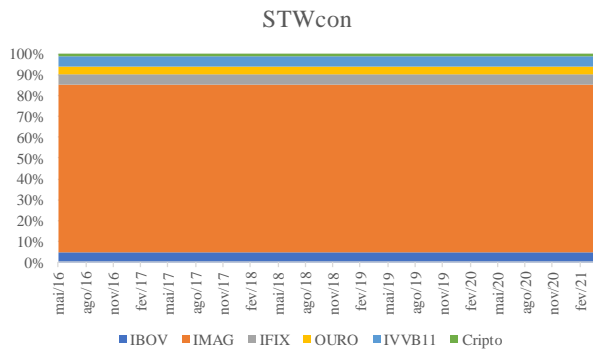




## APÊNDICE II

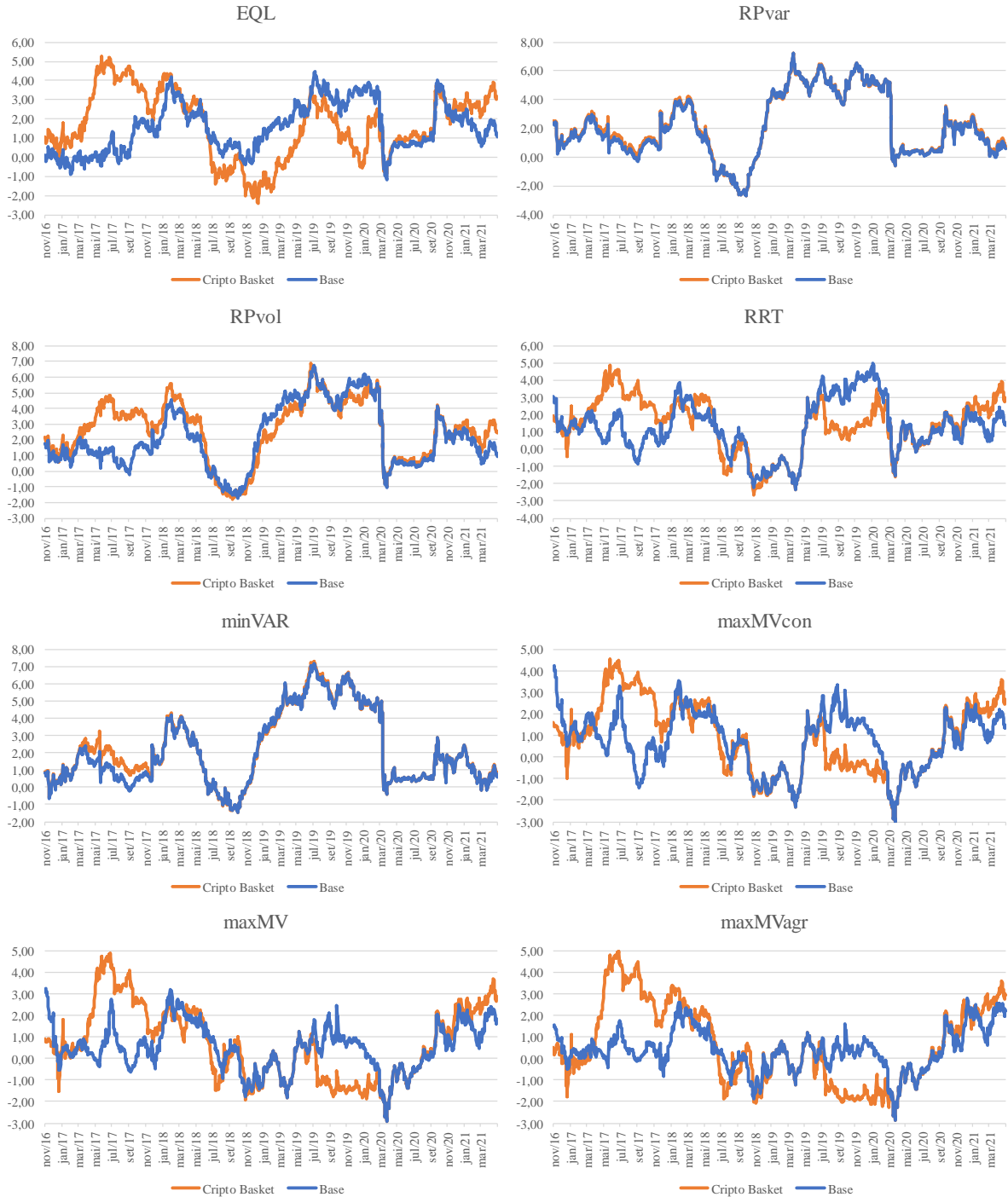
Figura 7 – Evolução temporal dos pesos ótimos dos ativos no portfólio Cripto Basket

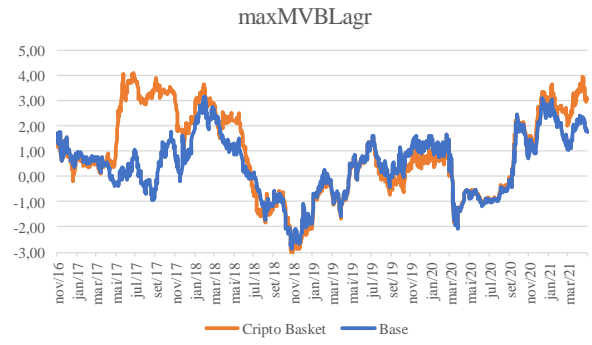
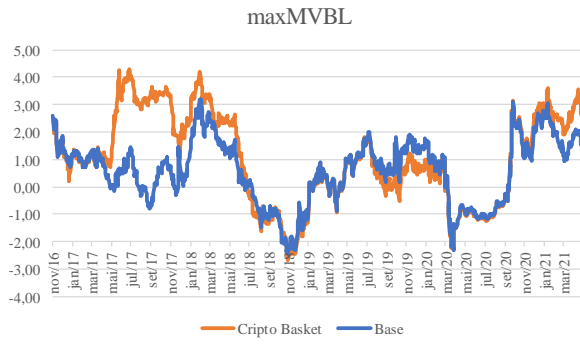
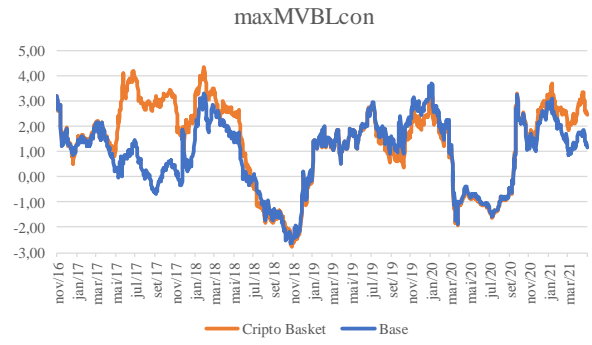
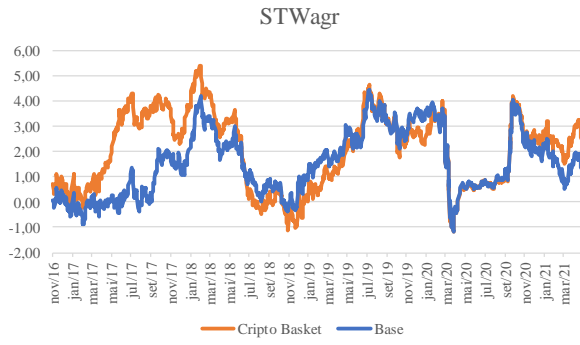
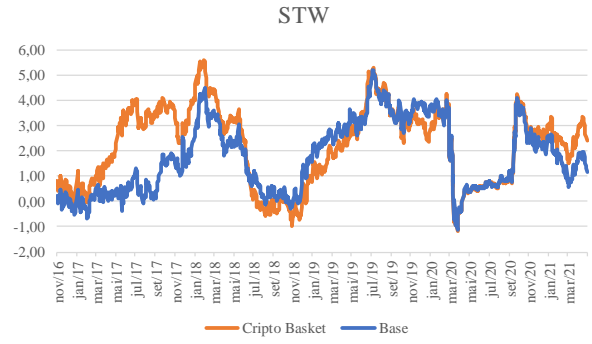
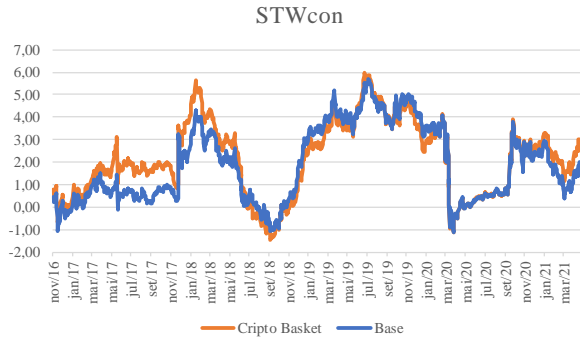




### APÊNDICE III

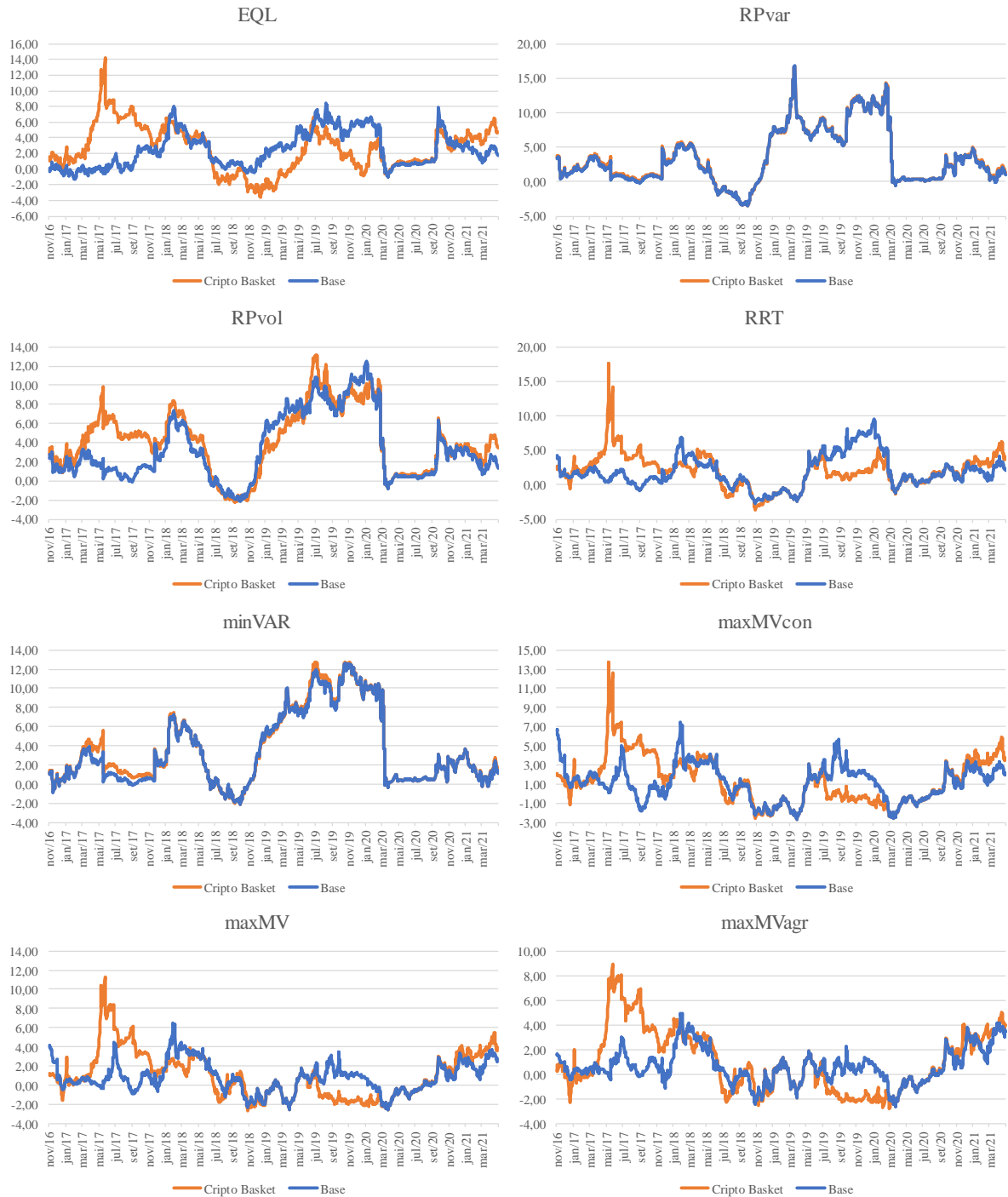
Figura 8 – Evolução temporal do índice de Sharpe do portfólio Cripto Basket (janela móvel semestral)

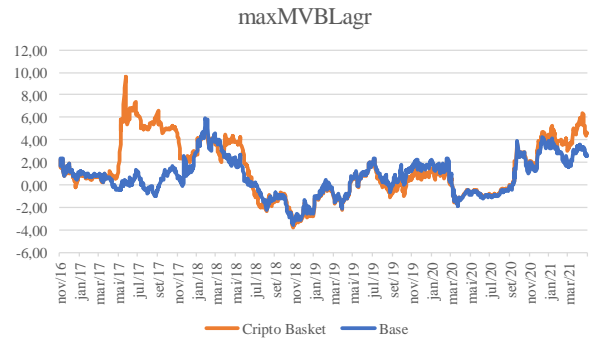
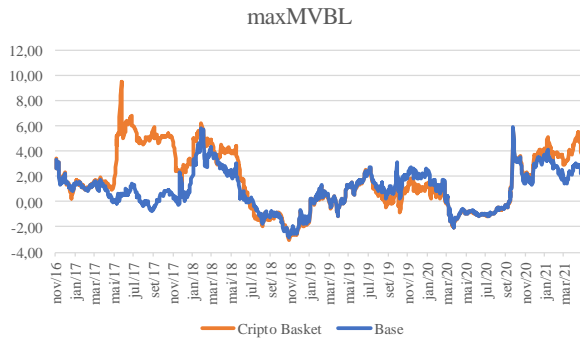
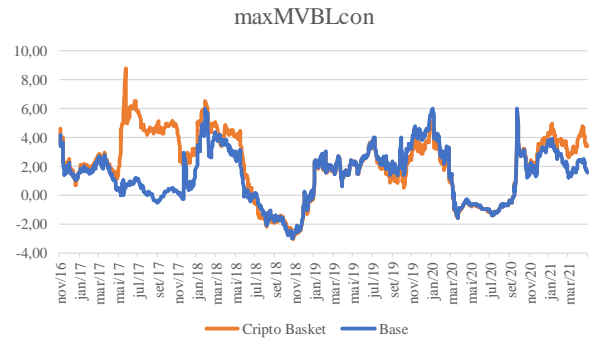
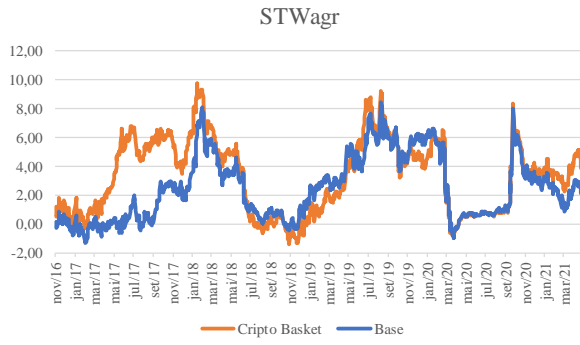
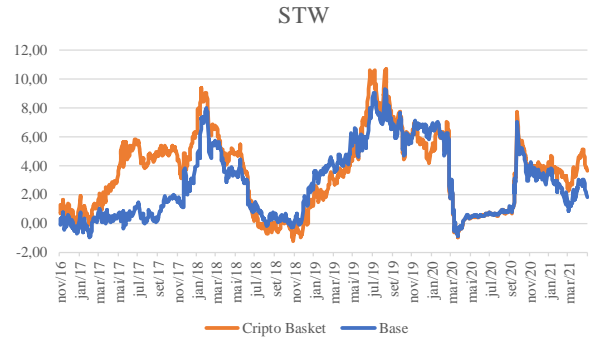




## APÊNDICE IV

Figura 9 - Evolução temporal do índice de Sortino do portfólio Cripto Basket (janela móvel semestral)





## APÊNDICE V

Figura 10 - Evolução temporal do índice Omega do portfólio Cripto Basket (janela móvel semestral)

