FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

MESTRADO PROFISSIONAL DE FINANÇAS E ECONOMIA

WINSTON SEUNG HYUN CHUN

ESTRUTURA A TERMO DE TAXA DE JUROS BRASILEIRA: INVESTIGANDO A PRESENÇA DE NÃO LINEARIDADE

SÃO PAULO

2011

WINSTON SEUNG HYUN CHUN

ESTRUTURA A TERMO DE TAXA DE JUROS BRASILEIRA: INVESTIGANDO A PRESENÇA DE NÃO LINEARIDADE

Dissertação apresentada na Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, Mestrado Profissional de Finanças e Economia para conclusão do mestrado.
Orientação: Prof. Dr. Emerson Fernandes Marçal

SÃO PAULO

2011

Chun, Winston Seung Hyun.
Estrutura a termo de taxas de juros: Investigando a presença de não linearidade / Winston Seung Hyun Chun. - 2011.
42 f.

Orientador: Emerson Fernandes Marçal
Dissertação (MPFE) - Escola de Economia de São Paulo.

1. Taxas de juros - Brasil. 2. Taxas de juros -- Brasil -- Modelos matemáticos. I. Marçal, Emerson Fernandes. II. Dissertação (mestrado) - Escola de Economia de São Paulo. III. Título.

CDU 336.781.5

WINSTON SEUNG HYUN CHUN

ESTRUTURA A TERMO DE TAXA DE JUROS BRASILEIRA: INVESTIGANDO A PRESENÇA DE NÃO LINEARIDADE

Dissertação apresentada na Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, Mestrado Profissional de Finanças e Economia para conclusão do mestrado.

Data de defesa: 8 de agosto de 2011.

Resultado: ____________________.

BANCA EXAMINADORA:

Marislei Nishijima Universidade de São Paulo	Prof. Dra.	________________
Ricardo Ratner Rochman EESP FGV	Prof. Dr.	________________
Emerson Fernandes Marçal EESP FGV	Prof. Dr.	________________

Resumo

Esta dissertação tem com objetivo avaliar uma das implicações da hipótese de expectativas para a estrutura a termo de taxa de juros brasileira. Utilizando testes lineares tradicionais e através da reprodução de testes não lineares TAR de Enders e Granger (1998) e ESTAR Kapetanios e Shin (2003) conclui-se que a hipótese de expectativas não é totalmente válida para a ETTJ do Brasil, além disso, são encontradas evidências de não linearidade nas séries de *spreads* que demandam mais pesquisa sobre o assunto.

PALAVRAS CHAVE: Estrutura a termo de taxas de juros, Teste de raiz unitária, modelo TAR, modelo ESTAR.

Abstract

This dissertation has the aim to evaluate one of the implications of expectation hypothesis in Brazilian term structure of interests. Using traditional linear tests and through the reproduction of nonlinear Threshold Autoregressive (TAR) tests of Enders and Granger (1998) and Exponential Smooth Transition Autoregressive (ESTAR) of Kapetanios and Shin (2003) the conclusion is that expectation hypothesis is not totally valid for Brazil, besides that, some evidences of non-linearity in spreads series were found then more research is needed on the subject.

KEY WORDS: Term Structure of interests, Unit root test, Threshold autoregressive model, Exponential smooth transition autoregressive model.

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A relação entre taxas de juros de curto prazo e taxas de juros de longo prazo é denominada estrutura a termo de taxas de juros e o estudo de seu comportamento é importante por diversos motivos. É relevante para bancos centrais que influenciam a taxa de juros de curto prazo e podem monitorar as expectativas dos agentes e para investidores do mercado financeiro que com uma melhor compreensão desta relação podem tomar melhores decisões de investimento entre outros.

Fisher (1986) desenvolveu a mais conhecida teoria sobre estrutura a termo de taxa de juros: a hipótese de expectativas, que afirma que a taxa de juros de um título de longo prazo é a média da taxa de juros futura do título de curto prazo adicionada de um premio de risco. O objetivo deste trabalho é testar esta hipótese em conjunto com a formação racionais de expectativas, através da aplicação para o Brasil dos testes desenvolvidos em Enders e Granger (1998). Na referência citada os autores desenvolvem um teste de raiz unitária robusto à não linearidade. Além deste utilizou-se o teste não linear ESTAR desenvolvido por Kapetanios e Shin (2003). Conclui-se que a hipótese de expectativas não é suficiente para explicar a ETTJ, porém é verificada a estacionariedade dos *spreads* mais curtos e nestas séries são encontrados indícios de comportamentos não lineares.

A dissertação está dividida em oito seções, incluída esta introdução. Na segunda seção a ETTJ e hipótese são apresentadas de maneira resumida. Na seguinte é apresentada a metodologia dos testes realizados. Na quarta seção são apresentados os resultados e na quinta é feita uma discussão comparando a literatura nacional. Na sexta seção encontra-se a conclusão. Na sétima estão as referências deste trabalho e na última seção, o Anexo, onde podem ser encontrados todos os resultados deste trabalho.

2 ETTJ E HIPÓTESE DE EXPECTATIVAS

Segundo Brito e Duarte (2004) uma definição da Estrutura a Termo de Taxas de Juros (ETTJ) é a relação entre as taxas de juros de curto prazo e as taxas de juros de longo prazo. Existem várias formas de abordar a ETTJ e a mais conhecida é a Hipótese de Expectativas. Em Shiller (1990) encontra-se uma resenha sobre a Estrutura a Termo da Taxa de Juros, na qual o autor revisa a literatura anterior, explica conceitos básicos relacionados à ETTJ como taxas de juros, Títulos, *Duration*, entre outros. Dá especial atenção ao termo de premio de risco, apresenta trabalhos teóricos e empíricos tentando conectá-los.

2.1 Hipótese de Expectativas

Seja $R_t^{(n)}$ o logaritmo do retorno anualizado de um título de n períodos e R_{t+i} o logaritmo do retorno anualizado de um período entre os períodos t+i e t+i+1 então se pode chegar à seguinte expressão:

$$R_t^{(n)} = \left({}^1\!/_n\right) E_t[R_t + R_{t+1} + R_{t+2} + \cdots + R_{t+n-1}] + T_t^{n,1} \qquad (1)$$

na qual E_t representa a expectativa formada em t e $T_t^{n,1}$ o prêmio de risco exigido pelos agentes demandantes para aceitar uma estratégia de investimento de longo prazo.

Supondo uma economia com dois títulos, um de longo prazo com vencimento em n períodos e outro de curto prazo com vencimento em 1 período um agente pode poupar de duas maneiras: na primeira, compra um título de longo prazo e o mantém por n períodos até seu vencimento, recebendo seu retorno $R_t^{(n)}$; na segunda maneira o agente pode comprar consecutivamente n títulos de 1 período recebendo R_{t+i} para cada período i entre 0 e n-1.

Adotando que as expectativas são criadas de forma racional deve-se encontrar, em equilíbrio, que os agentes arbitrem os diferenciais das taxas de curto e longo prazo considerando o prêmio de risco. Se a hipótese de expectativas for válida a equação (1) deve ser respeitada.

A equação (1) pode ser generalizada de modo que o $R_t^{(n)}$ possa ser relacionado com títulos de qualquer prazo m, desde que $n > m$ e a razão entre n e m seja inteira. Segue a nova equação:

$$R_t^{(n)} = \left({}^m\!/_n\right) E_t[R_t^m + R_{t+m}^m + R_{t+2m}^m + \cdots + R_{t+im}^m] + T_t^{n,m}\,. \qquad (2)$$

A diferença entre os logaritmos dos retornos anualizados, também chamado de *spread*, pode ser apresentada da seguinte forma:

$$R_t^{(n)} - R_t^{(m)} = \sum_{i=1}^{\frac{n}{m}} \left(1 - i\frac{n}{m}\right) E_t[\Delta^m R_{t+im}^m] + T_t^{n,m} \,. \tag{3}$$

No artigo de Campbell e Shiller (1991) é examinada a ETTJ norte americana com dados de 1952 a 1987. Através de técnicas de Vetores Autoregressivos descobre-se que para quase todas as combinações de pares de vencimentos entre um mês e dez anos um alto *spread* entre um título de longo prazo e um título de curto prazo prevê um aumento da taxa de curto prazo sobre a taxa de longo prazo ao invés da diminuição da taxa de longo sobre a taxa de curto. Este padrão é inconsistente com a Hipótese das Expectativas. Alternativas são levantadas para explicar as razões desta inconsistência e delas destaca-se a variação do premio de risco no tempo.

Em Hall e Granger (1992) os autores demonstram que as taxas de rendimento até o vencimento dos títulos do tesouro norte americano são cointegrados e quando o *Federal Reserve* (FED, Banco Central Norte-Americano) define metas para as taxas de curto prazo os *spreads* entre os ganhos de maturidades diferentes definem um vetor de cointegração. Esta relação de cointegração implica que um único fator comum não estacionário fundamenta o comportamento da série temporal de cada taxa de retorno e que o premio de risco é estacionário. Um modelo de correção erros que utiliza os *spreads* como termos de correção de erros é instável durante as mudanças de política monetária, porém um modelo utilizando dados após 1982 é estável e é demonstrado como útil para prever mudanças nas taxas de juros.

No âmbito nacional pode-se destacar Lima e Issler (2003) que utilizam dados mensais financeiros da BM&F entre 1995 e 2001 para testar a validade do modelo de valor presente na estrutura a termo de juros. Brito e Duarte (2004) testam a Hipótese das Expectativas para o Brasil com dados de 1996 a 2001. Tabak e Andrade (2003) testam a Hipótese de Expectativas na ETTJ brasileira utilizando títulos com vencimentos de 1 a 12 meses e dados diários de 1995 a 2000. O período de análise dos trabalhos brasileiros citados são próximos, começando entre 1995 e 1996 e terminando entre 2000 e 2001 com frequência mensal, diária ou ambas. As técnicas dos trabalhos são diferentes e Marçal e Valls (2007) testam a Hipótese de

Expectativas na ETTJ brasileira de maneira mais ampla, através das metodologias implementadas nas referências citadas acima.

Curthbertson e Nitzche (2005, p. 489-500) classificam os modelos que tratam de Estrutura a Termo de Taxas de Juros em seis tipos:

1. Hipótese de Expectativas Puras (HEP)

Se todos agentes são neutros à risco e preocupados apenas com o retorno esperado, então os retornos esperados de um período para todos os títulos, não importando a sua maturidade, seriam igualados ao retorno sem risco conhecido. Nessa alternativa não existe expectativa de excesso de retorno e sendo assim o prêmio pelo risco é zero para todos os vencimentos.

2.Hipotese de Expectativas

Parece ser razoável afirmar que devido o retorno de um título de longo prazo (para um período) é incerto (porque seu preço ao fim do período é desconhecido em t), o excesso de retorno tende a depender de alguma forma de uma recompensa pelo risco ou termo de premio de risco. A suposição trivial é que o premio pelo risco é constante no tempo e independente da maturidade do título. Estas constituem a Hipótese de Expectativas.

3. Hipótese da Preferência por Liquidez (HPL)

Nesta teoria o termo de premio de risco não varia com o tempo, porém este depende da maturidade do título. Por exemplo, títulos com vencimento mais longos podem ser vistos como mais arriscados que aqueles com vencimento mais curto. A HPL afirma que a expectativa de excesso de retorno é constante para uma dada maturidade, porém para aqueles títulos que possuem maturidade maior o premio pelo risco irá aumentar.

4.Hipótese de Risco Variável no tempo (HRV)

Nestes tipos de modelo, o excesso de retorno esperado em um título depende da sua maturidade e varia ao longo do tempo. Consequentemente o termo de premio de risco é variável no tempo e depende da maturidade do título.

5. Hipótese de Segmentação de Mercado (HSM)

A HSM pode ser vista como uma forma reduzida da solução de equilíbrio de mercado para um conjunto padrão de equações de demanda de ativos. Em geral os títulos são segmentados (e.g. Nível de risco, maturidade) e as equações de demanda contém diversas variáveis independentes. A base desta hipótese é que a expectativa de excesso de retorno dos títulos de diferentes prazos depende da proporção de riqueza investida em cada um destes títulos.

6. Hipótese do Habitat Preferido (HHP)

Na realidade esta teoria é cética quanto aos determinantes do premio de risco, Ela sugere que se deve apenas comparar retornos aos de títulos do governo com prazos similares e assim esperar que os excessos das taxas de retorno comportem-se de maneira semelhante.

3 METODOLOGIA

Em séries tempo a determinação se uma série estudada é estacionaria ou não é realizada através de testes de raiz unitária. Sob a Hipótese de Expectativas os mercados as séries de spreads devem ser estacionárias, pois os mercados devem estar arbitrados. Neste tópico serão descritos resumidamente os testes de raiz unitária utilizados para verificar a Hipótese de Expectativas.

3.1 Teste Dickey-Fuller (DF) e Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

Dickey-Fuller é um teste que verifica hipótese nula da existência de raiz unitária em uma série de tempo. Considere o processo autoregressivo de primeira ordem:

$$Y_t = a_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \,, \tag{4}$$

que pode ser reescrito como:

$$\Delta Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \,, \tag{5}$$

em que $\rho = a_1 - 1$.

O teste para verificar se este processo possui raiz unitária $a_1 = 1$ (equivalente a $\rho = 0$) é realizado através da regressão por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e a avaliação da estatística t do parâmetro ρ. A metodologia do teste é a mesma nas outras duas possíveis regressões:

$$\Delta Y_t = a_0 + \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \,, \tag{6}$$

$$\Delta Y_t = a_0 + \rho Y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t, \tag{7}$$

Em (5) trata-se de um passeio aleatório, (6) um passeio aleatório com intercepto e (7) um passeio aleatório com intercepto e tendência linear. Porém o teste acima funciona apenas para processos autoregressivos de primeira ordem, para modelos de ordem superior pode-se utilizar o Dickey-Fuller Aumentado (ADF). Considere o processo de ordem p:

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \cdots + a_{p-2} Y_{t-p+2} + a_{p-1} Y_{t-p+1} + a_p Y_{t-p} \,, \tag{8}$$

rearranjando este modelo pode-se chegar em:

$$\Delta Y_t = a_0 + \rho Y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + \epsilon_t \,, \tag{9}$$

na qual:$\rho = -(1 - \sum_{i=1}^{p} a_i)$ e $\beta_i = \sum_{j=i}^{p} aj$. A equação (9) é a versão aumentada de (5).

Aumentando a ordem de (6) e (7), pode-se testar a presença de RU nos três casos. Este novo teste é realizado da mesma maneira descrita no teste DF, com a diferença de que para $\rho = 0$ é necessário que $\sum a_1 = 1$.

3.2 Teste Phillips-Perron

Este teste é uma generalização do teste de Dickey-Fuller, pois permite o avaliar a existência de raiz unitária em processos onde existe preocupação com a distribuição dos erros. Considere as seguintes regressões:

$$Y_t = a_0^* + a_1^* Y_{t-1} + \varepsilon_t \,, \tag{10}$$

$$Y_t = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 Y_{t-1} + \tilde{a}_2 \left(t - \frac{T}{2}\right) + \varepsilon_t \,, \tag{11}$$

na qual T = número de observações e ε_t é tal que $E\varepsilon_t = 0$, porém não há nenhuma restrição de que o termo do erro seja serialmente não correlacionado ou homogêneo. O teste permite que o termo do erro seja fracamente dependente e heterogeneamente distribuído. As estatísticas do teste Phillips-Perron podem ser utilizadas para testar hipóteses sobre os coeficientes a_i^* e $\tilde{a}_i$ sobre a hipótese nula de que os dados são gerados por:

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \,. \tag{12}$$

Como no ADF, este teste pode ser utilizado nos três casos: passeio aleatório, passeio aleatório com intercepto e passeio aleatório com intercepto e tendência linear.

3.3 Teste KPSS

Denis Kwiatkowski, Peter C. B. Phillips, Peter Schimidt e Yongcheol Shin (1992) propuseram um teste de raiz unitária a partir do modelo:

$$Y_t = \beta' D_t + \mu_t + u_t \,, \tag{13}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t \,, \tag{14}$$

na qual D_t contém componentes determinísticos (constante ou constante e tendência linear), u_t é estacionário e pode ser heterocedástico. O componente μ_t é um passeio aleatório com variância σ_ε^2. Diferentemente dos anteriores no KPSS a hipótese nula é que Y_t é estacionário e é formulada como $H_0 \colon \sigma_\varepsilon^2 = 0$. A estatística do KPSS é o LM (Maximaverossimilhança) de testa se $\sigma_\varepsilon^2 = 0$ contra $\sigma_\varepsilon^2 > 0$.

3.4 Teste de raiz unitária não linear em modelos autoregressivos com mudança abrupta

Em Enders e Granger (1998) é desenvolvida uma metodologia para avaliar a estacionariedade de uma série cujo processo gerador de dados é não linear, e.g. *Threshold Autoregressive*. Através de simulações de Monte Carlo são encontrados valores críticos para o teste de hipótese nula de raiz unitária contra a alternativa de estacionariedade com ajuste assimétrico. Dentro de uma faixa razoável de parâmetros de ajustes, o poder do novo teste é maior que o do correspondente teste Dickey-Fuller. Como aplicação prática os autores utilizam a o teste na estrutura a termo de taxas de juros norte americana e concluem que os a relação de movimentos em torno do equilíbrio de longo prazo é melhor descrita com processos assimétricos.

Modelos *Threshold Autoregressive* (TAR) e *Momentum Threshold Autoregressive* (M-TAR)

O modelo TAR é descrito pela equação abaixo:

$$\Delta Y_t = I_t \rho_1 Y_{t-1} + (1 - I_t)\rho_2 Y_{t-1} + \varepsilon_t\ , \tag{15}$$

em que ε_t é um erro tipo ruído branco e I_t é a função indicadora tal que:

$$I_t = \begin{cases} 1, se\ Y_{t-1} \geq 0 \\ 0, se\ Y_{t-1} < 0 \end{cases} . \tag{16}$$

O sistema é estável se $-2 < (\rho_1, \rho_2) < 0$, o equilíbrio de longo prazo é $Y_t = 0$. Se Y_{t-1} está acima do equilíbrio de longo prazo o valor de ajuste é $\rho_1 Y_{t-1}$ e se estiver abaixo $\rho_2 Y_{t-1}$. Nota-se que se $\rho_1 = \rho_2$ voltamos à equação (5), sendo este um caso específico de (15) e (16). O modelo TAR pode ser alterado de três maneiras:

a. Atraidores lineares alternativos: Se o equilíbrio de longo prazo ocorre em $Y_t = a_0$:

$$\Delta Y_t = I_t \rho_1 [Y_{t-1} - a_0] + (1 - I_t)\rho_2 [Y_{t-1} - a_0] + \varepsilon_t\ , \tag{17}$$

na qual:

$$I_t = \begin{cases} 1, se\ Y_{t-1} \geq a_0 \\ 0, se\ Y_{t-1} < a_0 \end{cases} . \tag{18}$$

e caso o equilíbrio de longo prazo seja atraído a uma relação linear $Y_t = a_0 + a_1 t$:

$$\Delta Y_t = I_t \rho_1 [Y_{t-1} - a_0 - a_1(t-1)] + (1 - I_t)\rho_2 [Y_{t-1} - a_0 - a_1(t-1)] + \varepsilon_t \quad (19)$$

em que:

$$I_t = \begin{cases} 1, se\ Y_{t-1} \geq a_0 + a_1(t-1) \\ 0, se\ Y_{t-1} < a_0 + a_1(t-1) \end{cases} . \quad (20)$$

b. Processos de ordem superior: As equações (15), (17) e (19) podem ser aumentadas com maiores defasagens na série $\{Y_t\}$, por exemplo, a equação (15) pode ser aumentada e se tornar um processo de ordem p:

$$\Delta Y_t = I_t \rho_1 Y_{t-1} + (1 - I_t)\rho_2 Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \beta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t , \quad (21)$$

c. Especificações de ajuste alternativas: em (18) a função indicadora depende do nível de Y_{t-1}. Uma alternativa útil é permitir que esta função dependa da variação de Y_{t-1}. Este modelo tornar-se-ia mais sensível a ajustes assimétricos e pode ser chamado de *Momentum Threshold Autoregressive*. Por exemplo, se $|\rho_1| < |\rho_2|$ o ajuste será maior se ΔY_{t-1} for negativo. A nova função é:

$$I_t = \begin{cases} 1, se\ \Delta Y_{t-1} \geq 0 \\ 0, se\ \Delta Y_{t-1} < 0 \end{cases} . \quad (22)$$

Os autores realizaram o experimento de Monte Carlo gerando 100.000 séries pseudoaleatórias para cada combinação de tipo de modelo (seis modelos) para uma amostra de 50, 100, 250 e 1000. Em cada série gerada as primeiras 100 observações eram descartadas e se uma série gerada não cruzasse o atraidor do modelo pelo menos uma vez esta era descartada e substituída por outra que cumprisse esta condição. A estatística F para a hipótese nula $\rho_1 = \rho_2 = 0$ foi calculada para cada simulação e a partir das distribuições destas estatísticas gerou-se a tabela, obtida de Enders e Granger (1998), de valores críticos a seguir:

Tabela 1. Valores Críticos para rejeição da hipótese nula de raiz unitária

Tamanho da Amostra	Probabilidade de um valor menor					
	90%	95%	99%	90%	95%	99%
	Painel A: Estatística Φ			Painel B: Estatística Φ^*		
50	3,30	4,12	6,09	2,98	3,81	5,79
100	3,18	3,95	5,69	2,83	3,60	5,38
250	3,10	3,82	5,53	2,68	3,41	5,10
1000	3,04	3,75	5,36	2,51	3,21	4,85
	Painel C: Estatística Φ_μ			Painel D: Estatística $\Phi^*\mu$		
50	3,84	4,73	6,85	4,17	5,14	7,43
100	3,79	4,64	6,57	4,11	5,02	7,10
250	3,74	4,56	6,47	4,05	4,95	6,99
1000	3,74	4,56	6,41	4,05	4,95	6,91
	Painel E: Estatística Φ_T			Painel F: Estatística $\Phi^*{}_T$		
50	5,41	6,52	9,14	5,89	7,07	9,77
100	5,27	6,30	8,58	5,74	6,83	9,21
250	5,18	6,12	8,23	5,64	6,65	8,85
1000	5,15	6,08	8,12	5,60	6,57	8,74

FONTE: Enders e Granger (1998)

Na tabela 1 encontram-se os valores críticos da estatística F para $H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$. Esta tabela é divida em seis painéis, uma para cada modelo:

a. No painel A os valores crítico para modelos TAR sem atraidores lineares (ou com equilíbrio de longo prazo nulo), definida como estatística Φ;

b. No painel B os valores crítico para modelos M-TAR sem atraidores lineares (ou com equilíbrio de longo prazo nulo), definida como estatística Φ^*;

c. No painel C os valores crítico para modelos TAR com equilíbrio de longo prazo não nulo, definida como estatística Φ_μ;

d. No painel D os valores crítico para modelos M-TAR com equilíbrio de longo prazo não nulo, definida como estatística Φ_μ^*;

e. No painel E os valores crítico para modelos TAR com equilíbrio de longo prazo atraído por uma relação linear, definida como estatística Φ_T;

f. No painel F os valores crítico para modelos M-TAR com equilíbrio de longo prazo atraído por uma relação linear, definida como estatística Φ_T^*;

A metodologia do teste é separada em 4 etapas: a primeira, trata da identificação do tipo de atraidor linear (constante nulo, constante não nulo ou uma relação temporal), na segunda através do tipo de assimetria é escolhido o tipo de função indicadora e realizado o teste F com $H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$, na próxima etapa é verificado se o resíduo é ruído branco e na última é construído o modelo com os *thresholds*.

3.5 Teste de raiz unitária não linear em um processo ESTAR

Em Kapetanios e Shin (2003) é proposto um procedimento de se detectar a presença de não estacionariedade contra um processo não linear, porém estacionário *Exponential Smooth Transition Autoregressive Processes* (ESTAR). Os autores avançam sobre a literatura existente em três direções. Primeira, a dedução das limitações das distribuições não padrão dos testes propostos. Segunda, através de simulações de Monte Carlo descobrem que o teste proposto possui um poder de explicação melhor que o teste Dickey-Fuller padrão. Terceira, os autores realizam uma aplicação com a taxa de juros real e a taxa de cambio do dólar americano.

Considere o modelo STAR(1) univariado abaixo:

$$Y_t = \beta Y_{t-1} + \gamma Y_{t-1}\Theta(\theta; Y_{t-d}) + \varepsilon_t \, , \tag{23}$$

em que: $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0, \sigma^2)$, e β e γ são parâmetros desconhecidos. Assumindo Y_t um processo estocástico de média zero. $\Theta(\theta; Y_{t-d})$ é a função transição e em sua forma exponencial é:

$$\Theta(\theta; Y_{t-d}) = 1 - \exp(-\theta Y_{t-d}^2), \tag{24}$$

na qual é assumido que $\theta \geq 0$, o parâmetro de atraso $d \geq 1$. A função de transição exponencial é limitada entre zero e um, i.e. $\Theta: \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ e possui as propriedades: $\Theta(0) = 0$ e $lim_{x \rightarrow \pm\infty}\Theta(x) = 1$.

Das equações acima, pode se obter um modelo *Exponential STAR* (ESTAR):

$$Y_t = \beta Y_{t-1} + \gamma Y_{t-1}[1 - \exp(-\theta Y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t \, , \tag{25}$$

que pode ser convenientemente reescrito como:

$$\Delta Y_t = \phi Y_{t-1} + \gamma Y_{t-1}[1 - \exp(-\theta Y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t \, , \tag{26}$$

em que $\phi = \beta - 1$.

Impondo $\phi = 0$ e $d = 1$ obtém-se:

$$\Delta Y_t = \gamma Y_{t-1}[1 - \exp(-\theta Y_{t-1}^2)] + \varepsilon_t \,. \qquad (27)$$

Espera-se que o teste ADF padrão possa não ter muito poder quando um processo é estacionário e não linear. O foco do teste proposto é o parâmetro θ. A hipótese nula:

$$H_0 \colon \theta = 0 \,, \qquad (28)$$

contra a alternativa:

$$H_1 \colon \theta > 0 \,. \qquad (29)$$

Não é possível testar diretamente a hipótese nula (28), pois γ não é identificado sob a nula. Para resolver este problema os autores seguem Luukkonen *et al* (1988) e deduzem um teste tipo de estatística t. A aproximação da série de Taylor de primeira ordem do modelo *ESTAR* sob a hipótese nula é dada por:

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1}^3 + \varepsilon_t. \qquad (30)$$

Isto sugere que pode se obter a estatística t para $\delta = 0$ contra $\delta < 0$ com:

$$t_{NL} = \hat{\delta}/d.p.\left(\hat{\delta}\right) \,, \qquad (31)$$

na qual $\hat{\delta}$ é a estimativa obtida por MQO de δ e $d.p.\left(\hat{\delta}\right)$ é o desvio padrão de $\hat{\delta}$. A estatística t_{NL} não possui distribuição assintótica normal padrão. Valores assintóticos críticos da estatística t_{NL} estão na tabela 2, de Kapetanios e Shin (2003), abaixo. O Caso 1 refere-se a testes realizados com séries puras; o Caso 2 refere-se a testes realizados com séries em que anulou-se a média, e o Caso 3 refere-se a séries em que foi retirada a tendência linear.

Tabela 2. Valores assintóticos críticos da estatística t_{NL}.

Percentil	Caso 1	Caso 2	Caso 3
1%	-2,82	-3,48	-3,93
5%	-2,22	-2,93	-3,40
10%	-1,92	-2,66	-3,13

FONTE: Kapetanios e Shin (2003)

Utilizando o mesmo conceito utilizado na modificação do teste DF para o teste ADF pode-se aumentar o teste anterior generalizando a equação (27) para:

$$\Delta Y_t = \sum_{j=1}^{p} \rho_j \, \Delta Y_{t-j} + \gamma Y_{t-1}[1 - \exp(-\theta Y_{t-1}^2)] + \varepsilon_t \,, \qquad (32)$$

em que $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$. A estatística t_{NL} é dada pela mesma expressão (31), porém neste caso $\hat{\delta}$ é a estimativa obtida por MQO de δ e $d.p.(\hat{\delta})$ é o desvio padrão de $\hat{\delta}$ obtidos da regressão abaixo:

$$\Delta Y_t = \sum_{j=1}^{p} \rho_j \, \Delta Y_{t-j} + \delta Y_{t-1}^3 + \varepsilon_t. \qquad (33)$$

3.6 Base de dados e Metodologia passo a passo

Base de Dados

As informações utilizadas nos testes são provenientes de dados das taxas títulos de swap de DI por PRÉ com vencimentos de 1, 6, 12, 24 e 36 meses negociados diariamente na BM&FBOVESPA. Foram selecionadas taxas do primeiro dia útil de cada mês de janeiro de 1998 a dezembro de 2010. Para obter o *spread* $S_t^{n,m}$ utilizou-se a seguinte expressão:

$$S(m;n)_t = 100 * [\log(1 + y_t^m) - \log(1 + y_t^n)]\,, \qquad (34)$$

na qual y_t^m é a taxa de juros anualizada (em pontos percentuais) de menor vencimento m e y_t^n é a taxa de juros anualizada (em pontos percentuais) de maior vencimento n obtidas no período t. A expressão acima foi utilizada para toda combinação possível de $n > m$, com n/m inteiro. Abaixo seguem algumas estatísticas descritivas das séries utilizadas.

Tabela 3. Estatística Descritiva das Séries de SWAP DI por PRÉ

	Y 1m	Y 6m	Y 12m	Y 24m	Y 36m
Máximo	49.32	48.22	49.45	51.28	51.19
Média	17.57	18.06	18.61	19.54	20.05
Mínimo	8.59	8.67	9.15	10.04	10.18
Desvio Padrão	6.82	6.78	7.13	7.89	8.33

Testes Lineares

Os testes lineares de raízes unitárias foram realizados no programa EVIEWS e as defasagens das regressões dos foram escolhidas automaticamente pelo programa através de critérios de informação de Schwartz.

O teste não linear de raiz unitária ESTAR foi realizado no EVIEWS através da regressão por MQO de (30). Para a sua versão aumentada realizou-se a regressão (33) e a defasagem foi definida através da observação da autocorrelação parcial dos *spreads*. Valores superiores a 12 defasagens foram desconsiderados, pois os dados são mensais.

Tabela 4. Correlograma de S(1;6)

LAG	Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	Estatística-Q	Probabilidade
1 *	0,576	0,576	52,743	0,000
2 *	0,487	0,233	90,759	0,000
3	0,368	0,029	112,55	0,000
4 *	0,115	-0,267	114,7	0,000
5	0,027	-0,074	114,82	0,000
6	-0,07	-0,032	115,62	0,000
7	-0,155	-0,039	119,61	0,000
8	-0,19	-0,063	125,65	0,000
9 *	-0,09	0,166	127,01	0,000
10	-0,127	-0,059	129,75	0,000
11	-0,022	0,076	129,83	0,000
12	0,053	0,035	130,31	0,000

* Lag que o valor de autocorrelação parcial ultrapassa o limite.

No caso acima a maior ordem de autocorrelação é 9 e portanto o valor de p equação (33) utilizada no teste ESTAR de raiz unitária Aumentado é $p = 9 - 1 = 8$. Além disso, variou-se o parâmetro $d = 1, 2, 3$ da equação (27). O teste foi realizado para a série de *spreads* $S(m, n)$ e para a série de *spreads* centrados na média zero $S^c(m; n)$, vide equação (35) abaixo. Os testes de $S(m; n)$ podem ser encontrados no Anexo A.

$$S^c(m; n)_t = S(m; n)_t - \overline{S(m; n)}\,, \quad (35)$$

na qual $\overline{S(m, n)}$ é a média da série $S(m, n)$.

Testes Não Lineares

Realizou-se o teste TAR de raiz unitária no software MATLAB em que utilizou-se um código cujo algoritmo é baseado na metodologia apresentada em Enders e Granger (1998). Resumidamente as etapas do algoritmo são:

a. Importação dos dados;

b. Busca do *threshold* que minimiza os erros da regressão;

c. Estima o modelo não linear irrestrito com o *threshold* escolhido e calcula suas estatísticas;

d. Calcula a soma dos quadrados dos resíduos (SQR) do modelo restrito;

e. Exportação das estatísticas;

O código utilizado encontra-se no Anexo B. A regressão não linear estimada pelo MATLAB é apresentada na relação abaixo:

$$\Delta S(m;n)_t = \rho_1^* S^c(m;n)_{t-1} + \rho_2^* I_t S^c(m;n)_{t-1} + \varepsilon_t \,, \tag{36}$$

em que:

$$I_t = \begin{cases} 1, se\ S^c(m;n)_{t-d} \geq a_0 \\ 0, se\ S^c(m;n)_{t-d} < a_0 \end{cases} , \tag{37}$$

e $d = 1, 2, 3$ é a defasagem da função indicadora. Nota-se que (36) é similar a (15) com parâmetros desconhecidos $\rho_1^* \neq \rho_1$ e $\rho_2^* \neq \rho_2$ pois I_t não influencia ρ_1^* como age em ρ_1.

Modelo de Correção de ERROS VECM

Para as séries identificadas nos testes não lineares como estacionárias foram desenvolvidos, três tipos de modelos de correção de erros (VECM). As regressões foram estimadas no EVIEWS sem tendência linear ou constante e com a restrição de relação de cointegração do *spread*. As equações dos modelos são:

$$\Delta Y_t^m = \beta_0 S(m;n)_t + \sum_{i=1}^{6} \beta_i \Delta Y_{t-i}^m + \sum_{i=1}^{6} \gamma_i \Delta Y_{t-i}^n, \tag{38}$$

$$\Delta Y_t^n = \beta_0 S(m;n)_t + \sum_{i=1}^{6} \beta_i \Delta Y_{t-i}^m + \sum_{i=1}^{6} \gamma_i \Delta Y_{t-i}^n, \tag{39}$$

na qual:

$$Y_t^m = \log(1 + y_t^m) \,. \tag{40}$$

As equações dos modelos não lineares (NL) estão demonstradas abaixo:

$$\Delta Y_t^m = \beta_0 S(m;n)_t + \sum_{i=1}^{6} \beta_i \Delta Y_{t-i}^m + \sum_{i=1}^{6} \gamma_i \Delta Y_{t-i}^n + \delta \Delta S(m;n)^{NL}{}_{t-1}, \tag{41}$$

na qual $S(m;n)^{NL}$ é não linear e exógeno:

$$S(m;n)^{NL}{}_{t-1} = \begin{cases} S(m;n)_{t-1}, \ \ se\ S(m;n)_{t-1} > 0 \\ 0\,, se\ S(m;n)_{t-1} \leq 0 \end{cases} \tag{42}$$

$$\Delta Y_t^m = \beta_0 S(m;n)_t + \sum_{i=1}^{6} \beta_i \Delta Y_{t-i}^m + \sum_{i=1}^{6} \gamma_i \Delta Y_{t-i}^n + \delta \Delta S^c(m;n)^{NL}{}_{t-1}, \qquad (43)$$

na qual $S^c(m;n)^{NL}$ é exógeno não linear com média nula vide (35):

$$S^c(m;n)^{NL}{}_{t-1} = \begin{cases} S^c(m;n)_{t-1}, & se\ S^c(m;n)_{t-1} > 0 \\ 0, & se\ S^c(m;n)_{t-1} \leq 0 \end{cases} \qquad (44)$$

4 RESULTADOS

4.1 Resultados Lineares

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos dos testes descritos na Metodologia aplicados a ETTJ. A tabela 4 abaixo resume os valores das estatísticas encontradas. O *spread* S(m;n) entre os períodos m e n estão identificados na primeira coluna. Para testar a hipótese de expectativas com prêmio de risco constante a regressão deve possuir intercepto, Testes sem intercepto foram realizados e estão disponíveis no Anexo A. Na segunda coluna encontram-se os valores obtidos do teste ADF. O próximo teste é o PP, cuja defasagem é constante e igual a 1, que ocupa a terceira coluna. Estes dois testes apontam que todos os pares até o (6;12) são estacionários ao nível de 1%. Na última coluna o KPSS não rejeita estacionariedade em S(1;6) e S(1;12) e portanto pode-se afirmar que, ao nível mais restrito, estes dois *spreads* não possuem raiz unitária. A uma significância de 1% para ADF e PP e não rejeição H_0 a 1% e 5% no KPSS pode-se afirmar que os *spreads* S(1;24), S(1;36), S(6,12) são estacionários.

Tabela 5. Estatísticas dos testes de Raiz Unitária Lineares

SPREAD	ADF com intercepto		PP com intercepto	KPSS com intercepto
	LAG	Estatística t	Estatística t	Estatístia LM
S(1;6)	-1	-6,39 [0,0000] *	-6,56 [0,0000] *	0,26237 **
S(1;12)	-3	-5,03 [0,0000] *	-5,31 [0,0000] *	0,34673 **
S(1;24)	-1	-4,19 [0,0004] *	-4,29 [0,0006] *	0,41408
S(1;36)	-1	-3,76 [0,0015] *	-3,87 [0,0029] *	0,41495
S(6;12)	-1	-4,03 [0,0007] *	-4,16 [0,0011] *	0,43012
S(6;24)	-1	-3,22 [0,0204]	-3,48 [0,0096] *	0,46352
S(6;36)	-1	-3,02 [0,0352]	-3,19 [0,0222]	0,44502
S(12;24)	-1	-3,32 [0,0155]	-3,41 [0,0119]	0,46237
S(12;36)	-1	-3,13 [0,0261]	-3,18 [0,0228]	0,43100

* rejeito hipótese nula ao nível de 1%.
** não rejeito hipótese nula aos níveis de 1%, 5% e 10%, respectivamente os valores críticos são: 0,739; 0,463 e 0,347.

4.2 Resultados não lineares

A tabela 5 apresenta as estatísticas t_{NL}. Os valores críticos foram apresentados na tabela 2. Na primeira coluna está identificado o *spread* centrado na média, na segunda, terceira e quarta estão as estatísticas t_{NL} do teste ESTAR de raiz unitária para respectivamente $d = 1, d = 2$ e $d = 3$. Encontram-se nesta versão apenas valores significativos à 1% para $d = 1$ e

$S^c(1;6)$, $S^c(1;12)$, $S^c(1;24)$, $S^c(6;12)$ e $S^c(12;36)$ (único *spread* longo). A quinta reporta a ordem p da regressão do teste ESTAR de raiz unitária Aumentado. As últimas três colunas contêm as estatísticas t_{NL} para respectivamente $d = 1, d = 2$ e $d = 3$. Neste caso observa-se que o *spread* mais longo não é significativo a 1% e $S^c(1;36)$ torna-se significante com d=2.

Tabela 6. Estatísticas t_{NL} do Teste de raiz unitária ESTAR e ESTAR Aumentado.

Spread Centrado	Teste ESTAR de raiz unitária			Teste ESTAR de raiz unitária Aumentado			
	t_{NL} (d=1)	t_{NL} (d=2)	t_{NL} (d=3)	p	t_{NL} (d=1)	t_{NL} (d=2)	t_{NL} (d=3)
$S^c(1;6)$	-8,42 *	-2,98	-2,74	8	-9,19 *	-1,71	-1,52
$S^c(1;12)$	-6,26 *	-2,33	-3,25	3	-5,74 *	-3,28	-3,16
$S^c(1;24)$	-3,97 *	-2,56	-2,58	3	-4,00 *	-3,89 *	-3,16
$S^c(1;36)$	-3,32	-2,70	-2,35	3	-3,47	-3,84 *	-3,02
$S^c(6;12)$	-4,29 *	-2,79	-2,63	1	-4,29 *	-2,79	-2,63
$S^c(6;24)$	-3,41	-3,21	-2,07	6	-3,27	-2,66	-1,97
$S^c(6;36)$	-3,19	-3,34	-2,34	6	-2,67	-2,62	-2,05
$S^c(12;24)$	-3,04	-3,16	-2,74	6	-2,69	-3,00	-2,60
$S^c(12;36)$	-3,73 *	-3,42	-3,30	6	-3,21	-3,20	-3,11

* significativo ao nível de 1%, vide tabela 2.

Abaixo segue a tabela com as estatísticas obtidas pelo algoritmo implementado no MATLAB.

Tabela 7. Resultados do teste TAR de Enders e Granger (1998)

Spread	Ordem do TAR	*Threshold*	SQR Restrito	SQR Irrestrito	T	Parâmetros k	Estatística F
S(1;6)	1	-1,10	312,56	231,82	153	2	26,11 *
S(1;12)	1	-1,99	453,77	365,82	153	2	18,03 *
S(1;24)	1	-3,12	565,78	490,70	153	2	11,47 *
S(1;36)	1	-4,03	648,87	581,67	153	2	8,66 *
S(6;12)	1	-0,67	39,03	35,18	153	2	8,20 *
S(6;24)	1	-1,70	118,19	109,38	153	2	6,04
S(6;36)	1	-2,56	190,85	177,56	153	2	5,61
S(12;24)	1	-1,16	40,15	37,12	153	2	6,11
S(12;36)	1	-1,80	101,01	95,057	153	2	4,69

* significativo ao nível de 1%, vide painel C da tabela 1.

A primeira coluna identifica o *spread* $S(m;n)$. Na segunda e terceira são respectivamente apresentados a defasagem da função indicadora d e o *threshold* escolhido pelo modelo. Nas duas seguintes estão a soma de quadrados dos resíduos do modelo linear restrito e a soma de quadrados de resíduos do modelo não linear irrestrito. O número de observações T e número de parâmetros do modelo irrestrito estão nas sexta e sétima coluna. Na última encontra-se a estatística F para $H_{0:}\rho_1^* = \rho_2^* = 0$ e comparando estes valores com os valores críticos do painel C da tabela 1 observa-se estacionariedade, ao nível de significância de 1%, em $S(1;6)$, $S(1;12)$, $S(1;24)$, $S(1;36)$,$S(6;12)$ resultado semelhante ao teste ESTAR de raiz unitária Aumentado. Avaliando ao nível mais conservador, pode-se afirmar que não existe raiz unitárias nos *spreads* $S(1;6)$, $S(1;12)$, $S(1;24)$, $S(1;36)$,$S(6;12)$.

4.3 Modelo de Correção de Erros

Vale ressaltar que o *spread* é calculado pela equação (34), onde m é o prazo menor e n o prazo maior. As tabelas 8 a 12 apresentam o resumo dos resultados obtidos. Na primeira coluna da tabela encontram-se a identificação de maturidade da variável explicada. Na seguinte as estimativas do coeficiente do *spread*. Na terceira e quarta os coeficientes de primeira ordem de ΔY_{t-1}^m e ΔY_{t-1}^n respectivamente. Os termos de ordem superior podem ser encontrados no Anexo A. Na coluna seguinte estão os valores estimados dos coeficientes da variável exógena não linear. Todas estimativas de coeficiente estão acompanhadas de suas respectivas estatísticas-t entre colchetes. As últimas duas colunas apresentam as estatísticas da Log-Verossimilhança e o *Akaike Information Criterion* (AIC) e baseada nestas afirma-se que para o mesmo par pelo menos um dos VECM não linear é melhor que o linear. A única exceção é o par (6,12) cujo AIC recomenda o linear e a Log-verossimilhança propõe o não linear com exógena centrada na média. Observa-se que a influência do *spread* é maior nas variações de taxas de curto prazo e, além disso, o coeficiente δ está ativo quando a taxa de curto prazo é maior que a taxa de longo prazo (*spread* positivo).

Tabela 8. Regressão estimada para o par 1 e 6 meses.

Maturidade	β_0	β_1	γ_1	δ	Log-verossimilhança	AIC
			VECM linear			
1	-0,392 [-3,36] **	-0,182 [-1,39]	0,358 [2,55] **		-432,31	619,211
6	-0,194 [-1,39]	0,029 [0,18]	0,199 [1,19]			
			VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$			
1	-0,295 [-2,29] *	-0,199 [-1,53]	-0,177 [-1,34]	-0,323 [-1,68]	-430,03	618,833
6	-0,048 [-0,31]	0,003 [0,02]	-0,430 [-2,76] **	-0,474 [-2,08] *		
			VECM não linear com exógena $S^c(m;n)^{NL}$			
1	-0,296 [-2,13] *	-0,201 [-1,54]	0,379 [2,70] **	-0,195 [-1,23]	-429,54	618,187
6	-0,001 [-0,01]	-0,009 [-0,06]	0,242 [1,46]	-0,402 [-2,16] *		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

Tabela 9. Regressão estimada para o par 1 e 12 meses.

Maturidade	β_0	β_1	γ_1	δ	Log-verossimilhança	AIC
			VECM linear			
1	-0,246 [-3,19] **	-0,088 [-0,85]	0,343 [3,27] **		-485,91	691,162
12	-0,058 [-0,60]	0,078 [0,61]	0,169 [1,29]			
			VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$			
1	-0,168 [-2,17] *	-0,086 [-0,85]	0,335 [3,26] **	-0,399 [-2,47] *	-482,97	689,901
12	0,023 [0,23]	0,082 [0,65]	0,157 [1,22]	-0,418 [-2,07] *		
			VECM não linear com exógena $S^c(m;n)^{NL}$			
1	-0,197 [-2,14] *	-0,092 [-0,89]	0,349 [3,32] **	-0,109 [-0,94]	-483,77	690,966
12	0,060 [0,53]	0,070 [0,55]	0,182 [1,40]	-0,282 [-1,96] *		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

Tabela 10. Regressão estimada para o par 1 e 24 meses.

Maturidade	β_0	β_1	γ_1	δ	Log-verossimilhança	AIC
			VECM linear			
1	-0,157 [-2,73] **	0,010 [0,10]	0,245 [2,59] *		-528,16	747,871
24	-0,005 [-0,07]	0,037 [0,31]	0,222 [1,95]			
			VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$			
1	-0,103 [-1,82]	0,014 [0,14]	0,237 [2,55] *	-0,432 [-2,42] *	-525,22	746,614
24	0,045 [0,65]	0,043 [0,36]	0,210 [1,87]	-0,414 [-1,92]		
			VECM não linear com exógena $S^c(m;n)^{NL}$			
1	-0,121 [-1,85]	0,010 [0,11]	0,244 [2,59] *	-0,104 [-1,14]	-526,65	748,531
24	0,057 [0,73]	0,038 [0,32]	0,220 [1,95]	-0,181 [-1,65]		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

Tabela 11. Regressão estimada para o par 1 e 36 meses.

Maturidade	β_0	β_1	γ_1	δ	Log-verossimilhança	AIC
			VECM linear			
1	-0.113 [-2.35] *	0.057 [0.59]	0.195 [2.29] *		-548.15	7.74700
36	0.011 [0.19]	0.049 [0.41]	0.227 [2.14] *			
			VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$			
1	-0.067 [-1.46]	0.057 [0.60]	0.195 [2.35] *	-0.392 [-2.37] *	-545.66	7.74043
36	0.045 [0.79]	0.052 [0.43]	0.223 [2.14] *	-0.295 [-1.42]		
			VECM não linear com exógena $S^c(m;n)^{NL}$			
1	-0.077 [-1.53]	0.059 [0.61]	0.194 [2.30] *	-0.114 [-1.53]	-546.81	7.75583
36	0.052 [0.82]	0.053 [0.44]	0.223 [2.12] *	-0.130 [-1.39]		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

Tabela 12. Regressão estimada para o par 6 e 12 meses.

Maturidade	β_0	β_1	γ_1	δ	Log-verossimilhança	AIC
			VECM linear			
6	-0,399 [-1,86]	0,470 [1,54]	-0,166 [-0,56]		-360,61	522,967
12	-0,188 [-0,81]	0,471 [1,42]	-0,196 [-0,61]			
			VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$			
6	-0,373 [-1,54]	0,470 [1,54]	-0,169 [-0,56]	-0,250 [-0,34]	-359,85	524,642
12	-0,127 [-0,48]	0,466 [1,40]	-0,193 [-0,60]	-0,513 [-0,64]		
			VECM não linear com exógena $S^c(m;n)^{NL}$			
6	-0,270 [-1,01]	0,451 [1,47]	-0,149 [-0,50]	-0,338 [-0,89]	-358,98	523,476
12	0,013 [0,04]	0,441 [1,33]	-0,167 [-0,51]	-0,541 [-1,31]		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

Nesta seção verificou-se através dos testes lineares e não lineares que os *spreads* de curto prazo são estacionários. Para os *spreads* de longo prazo todos os testes não rejeitam raiz unitária, diferentemente de Enders e Granger (1998), em que os autores conseguem identificar estacionariedade em *spreads* longos com os testes não lineares. Nos *spreads* identificados como estacionário regrediu-se modelos VECM e seus resultados indicam que em alguns destes possuem comportamento não linear.

5 COMPARAÇÃO COM A LITERATURA

Nesta etapa discutem-se os resultados obtidos neste trabalho em comparação com a literatura. Em Tabak e Andrade (2003) é testada a Hipótese de Expectativas através de duas metodologias de regressões de equações: na primeira o método padrão, que é baseado na equação (1); na segunda, método de ortogonalidade entre o erro e um conjunto de informações qualquer. No trabalho citado os dados possuem frequência diária de 1995 a 2000, neste estudo testa-se com dados mensais de 1998 a 2010 através de testes de raiz unitária. Os resultados do trabalho citado são divergentes. A primeira metodologia tende a aceitar a HE para os prazos mais curtos e na segunda os testes sugerem uma rejeição decisiva da hipótese testada. Como alternativa os autores tentam explicar a rejeição da hipótese de expectativas: o excesso de risco ao se aplicar as taxas mais longas não é compensado pelas oportunidades de lucro.

Lima e Issler (2003) realizam uma análise multivariada num arcabouço de séries temporais utilizando a técnica de Vetores Autoregressivos (VAR). Os resultados empíricos não são favoráveis, pois aceitam apenas parcialmente a Hipótese das Expectativas para a estrutura a termo. Neste estudo a Hipótese de Expectativas também é aceita parcialmente, encontrando estacionariedade nos *spreads* mais curtos, porém vale ressaltar que neste trabalho as maturidades dos títulos vão a até 3 anos.

Outro trabalho que testa a hipótese de expectativas na ETTJ brasileira é realizado por Brito e Duarte (2004). Os autores avaliam para todos pares de prazos entre 1 dia e 1 ano com dados entre 1996 e 2001 que os *spreads* não conseguem antecipar os movimentos de curto prazo da taxa longa. Os testes realizados sugerem a rejeição da HER e a hipótese alternativa, de reação exagerada do *spread* à expectativa de futuras variações da taxa curta, parece uma explicação razoável e pode ser racionalizada pela política monetária de suavização da taxa de juros.

Marçal e Valls (2007) contribuem para este tema realizando os seguintes testes: comparam o *spread* teórico definido em (3) com o *spread* efetivo, testes de causalidade de Granger entre *spread* e variação de taxa de juros, testes de volatilidade e testes de cointegração. A principal conclusão deste artigo é que a Hipótese das Expectativas é insuficiente para esgotar os dados brasileiros. É necessário mais pesquisa sobre o tema e algumas hipóteses são levantadas pelos autores para tentar explicar a baixa performance da HE; a hipótese inspirada em McCallum (1994), em linha com Brito e Duarte (2004) que sugere que a falha nos testes de HE está ligada à política monetária feita pelo banco central, outra possível explicação deve-se à algum tipo de ineficiência informacional no mercado brasileiro e por fim não descartou-se problemas estatísticos devido a alterações estruturais como regimes cambiais, fiscais e monetários.

De modo geral as conclusões dos autores estão alinhadas e não são favoráveis a hipótese de expectativas, sendo que no melhor dos casos os resultados aceitam apenas parcialmente a hipótese de expectativas. Neste trabalho também aceita-se parcialmente a proposição testada. Através de testes de raízes unitárias foi verificada a estacionariedade das séries de *spreads* mais curtos. Por exemplo em Marçal e Valls (2007) não é verificada a estacionariedade no *spread* de par (1,12), uma possível explicação para isso que o *spread* contém um vértice longo. Vale ressaltar que a definição de *spread* curto e longo neste trabalho é diferente das referências anteriores nacionais, em que alguns trabalhos o *spread* longo é de um ano define-se neste trabalho o *spread* longo de 24 ou 36 meses. Além disso, realizou-se testes robustos a não linearidade obtidos de Enders e Granger (1997) e Kapetanios e Shin (2003), até então testes não realizados para a ETTJ brasileira. Os resultados dos testes não lineares são os mesmos obtidos nos tradicionais ADF e PP, divergindo dos resultados de Enders e Granger (1997) e Kapetanios e Shin (2003) onde os autores, com seus respectivos testes, rejeitam raízes unitárias nos *spreads* mais longos. Observando os resultados dos VECM modelados pode-se considerar que há evidências de não lineariedade em alguns *spreads* modelados.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho avaliou-se uma das implicações da hipótese de expectativas sobre a estrutura a termo de taxas de juros brasileira. Houve avanço sobre a literatura brasileira em três aspectos: o uso de dados mais recentes, os testes realizados com títulos com prazos maiores (3 anos), e a realização de testes robustos à não linearidade. Através de testes de raiz unitária lineares, não lineares e modelagem VECM conclui-se que a hipótese de expectativas não é suficiente para explicar a ETTJ, apesar de não ser válida para todos os dados testados esta teoria mostrou-se uma explicação razoável para os *spreads* mais curtos e por isso é necessária mais pesquisa sobre o tema.

A primeira hipótese alternativa para explicar o baixo desempenho da hipótese de expectativas é sugerida por McCallum (1994), que sugere que as falhas nos testes estão ligados a política monetária feita pelo Banco Central, neste caso vale ressaltar que o regime de metas de inflação para o Brasil foi iniciado em 1999 e vigora até hoje. Baseado nos resultados de estacionariedade para *spreads* curtos levanta-se a hipótese discutida em Tabak e Andrade (2003) em que as oportunidades de lucro não compensam o risco de se operar taxas de longo prazo e consequentemente estas não estão arbitradas perfeitamente.

Admite-se que neste trabalho não foi utilizada nenhuma variável de controle para se garantir que outros instrumentos financeiros não interfiram na série utilizada. Além disso, os limites das variáveis exógenas da modelagem VECM não foram escolhidos de acordo com Chan (1993). Uma sugestão de pesquisa futura é verificação mais detalhada da existência de comportamento não linear nos spreads da taxa de juros.

7 REFERÊNCIAS

ANG, A.; PIAZZESI, M. A non-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary Economics*, v. 50, p. 745-787, 2003.

BRITO, R. D.; GUILLEN, O. T. C.; DUARTE, A. J. M. Overreaction of yield spreads and movements of Brazilian interest rate. *Revista de Econometria*, v. 24, p. 1-55, 2004.

CAMPBELL, J.; SHILLER R. J. Yield spreads and interest rate movements: a bird´s eye view. *Review of Economic Studies*, v. 58, p. 419-514, 1991.

CHAN, K. S. Consistency and Limiting Distribution of the Least Squares Estimator of a Threshold Autoregressive Model, *The Annals of Statistics*, v. 21, p. 520-533, 1993

CUTHBERTSON, K.; NITZSCHE, D. *Quantitative Financial Economics.* West Sussex: John Wiley & Sons Ltd., 2005.

ENDERS, W. ; GRANGER, C. W. J. Unit-Root Tests and Asymmetric Adjustment with an Example Using the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 16, p. 304-311, 1998

ENDERS, W. *Applied Econometric Time Series*. John Wiley & Sons Ltd., 1995

HALL, A. D.; ANDERSON, N. M.; GRANGER, C. W. A cointegration analisys of Treasury bill yields. *Review of Economics and Statistics*, p. 116-126, 1992.

JOHANSEN, S. Statistical analysis of cointegration vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 12, p. 231-254, 1988.

KAPETANIOS, G.; SHIN, Y.; SNELL, A. Testing for a Unit Root in the Nonlinear STAR Framework, *Journal of Econometrics*, v. 112, p. 359-379, 2003.

KEYNES, J. M. Treatise on money, 1930.

KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics*, v. 54, p. 159-178, 1992.

LIMA, A, M.; ISLER, J. V. A hipótese das expectativas na estrutura a termo da taxa de juros no Brasil: uma aplicação de modelos de valor presente. *Revista Brasileira de Economia*, v. 57, 2003.

LUUKKONEN, R.; SAIKKONEN, P.; TERASVIRTA, T. Testing linearity against smooth transition autoregressive models. *Biometrika*, v. 75, p. 491-499, 1988.

MANKIW, N.; MIRON, J. A. The changing behaviour of term structure of interest rate. *Quarterly Journal of Economics*, v. 101, p. 211-228, 1986.

MARÇAL, E. F.; VALLS, P. L. A estrutura a termo das taxas de juros no Brasil: Testando a hipótese de expectativas racionais. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v.37, 2007.

PEASARAN, M. H.; SHIN, Y.; SMITH, R. J. *Structural analisys of vector error correction models with exogenous I(1) variables. Journal of Econometrics, v. 97, p. 293-343, 2000.*

SHILLER, R. J. The term structure of interest rate. In: FRIEDMAN, B. M.; HAHN, F. H. (Eds.). *Handbook of Monetary Economics.* North-Holland, 1990.

TABAK, B. M.; ANDRADE, S. C. Testing the Expectation Hypothesis in the Brazilian Term Structure of Interest Rates. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 1, p. 19-43, 2003.

8 ANEXOS

8.1 ANEXO A – Resultados.

Tabela 13. Estatísticas dos testes de Raiz Unitária Lineares

SPREAD	ADF sem intercepto		PP sem intercepto	KPSS com intercepto
	LAG	Estatística t	Estatística t	Estatístia LM
S(1;6)	-1	-6,12 [0,0000] *	-6,27 [0,0000] *	0,26237 **
S(1;12)	-3	-4,57 [0,0000] *	-4,83 [0,0000] *	0,34673 **
S(1;24)	-1	-3,61 [0,0009] *	-3,63 [0,0003] *	0,41408
S(1;36)	-1	-3,20 [0,0040] *	-3,23 [0,0014] *	0,41495
S(6;12)	-1	-3,45 [0,0016] *	-3,48 [0,0006] *	0,43012
S(6;24)	-1	-2,59 [0,0096] *	-2,65 [0,0081] *	0,46352
S(6;36)	-1	-2,44 [0,0146]	-2,53 [0,0114]	0,44502
S(12;24)	-1	-2,61 [0,0091] *	-2,57 [0,0101]	0,46237
S(12;36)	-1	-3,44 [0,0113]	-2,47 [0,0134]	0,43100

* rejeito hipótese nula ao nível de 1%.
**não rejeito hipótese nula aos níveis de 1%, 5% e 10%, respectivamente os valores críticos são: 0,739; 0,463 e 0,347.

Tabela 14. Correlograma de S(1;12)

LAG	Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	Estatística-Q	Probabilidade
1 *	0,695	0,695	76,88	0,000
2 *	0,598	0,222	134,09	0,000
3	0,447	-0,062	166,3	0,000
4 *	0,206	-0,309	173,2	0,000
5	0,09	-0,045	174,54	0,000
6	-0,019	0,022	174,6	0,000
7	-0,092	0,024	176,01	0,000
8	-0,127	-0,037	178,72	0,000
9	-0,062	0,158	179,36	0,000
10	-0,072	-0,052	180,22	0,000
11	0,015	0,083	180,26	0,000
12	0,092	0,063	181,72	0,000

* Lag que o valor de autocorrelação parcial ultrapassa o limite.

Tabela 15. Correlograma de S(1;24)

LAG	Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	Estatística-Q	Probabilidade
1 *	0,793	0,793	100,1	0,000
2 *	0,694	0,175	177,29	0,000
3	0,559	-0,095	227,71	0,000
4 *	0,365	-0,279	249,37	0,000
5	0,247	-0,004	259,31	0,000
6	0,132	0,014	262,16	0,000
7	0,056	0,049	262,68	0,000
8	0,025	0,049	262,78	0,000
9	0,063	0,188	263,44	0,000
10	0,052	-0,092	263,9	0,000
11	0,098	0,037	265,54	0,000
12	0,166	0,122	270,28	0,000

* Lag que o valor de autocorrelação parcial ultrapassa o limite.

Tabela 16. Correlograma de S(1;36)

LAG	Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	Estatística-Q	Probabilidade
1 *	0,83	0,83	109,49	0,000
2	0,73	0,132	194,72	0,000
3	0,61	-0,081	254,75	0,000
4 *	0,44	-0,255	286,2	0,000
5	0,324	0,001	303,35	0,000
6	0,206	-0,027	310,33	0,000
7	0,137	0,097	313,42	0,000
8	0,111	0,1	315,46	0,000
9	0,13	0,165	318,3	0,000
10	0,119	-0,117	320,69	0,000
11	0,145	0,024	324,28	0,000
12	0,198	0,118	331	0,000

* Lag que o valor de autocorrelação parcial ultrapassa o limite.

Tabela 17. Correlograma de S(6;12)

LAG	Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	Estatística-Q	Probabilidade
1 *	0,806	0,806	103,31	0,000
2	0,668	0,052	174,74	0,000
3	0,548	-0,012	223,19	0,000
4	0,403	-0,138	249,47	0,000
5	0,27	-0,079	261,34	0,000
6	0,136	-0,109	264,36	0,000
7	0,077	0,11	265,34	0,000
8	0,064	0,118	266,02	0,000
9	0,06	0,05	266,64	0,000
10	0,075	0,023	267,58	0,000
11	0,087	-0,027	268,87	0,000
12	0,143	0,109	272,38	0,000

* Lag que o valor de autocorrelação parcial ultrapassa o limite.

Tabela 18. Correlograma de S(6;24)

LAG	Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	Estatística-Q	Probabilidade
1 *	0,872	0,872	120,93	0,000
2	0,744	-0,068	209,57	0,000
3	0,658	0,102	279,36	0,000
4	0,562	-0,098	330,62	0,000
5	0,449	-0,109	363,51	0,000
6 *	0,312	-0,189	379,55	0,000
7 *	0,256	0,241	390,43	0,000
8	0,248	0,125	400,65	0,000
9	0,235	0,069	409,92	0,000
10	0,218	-0,026	417,91	0,000
11	0,191	-0,105	424,13	0,000
12	0,221	0,135	432,51	0,000

* Lag que o valor de autocorrelação parcial ultrapassa o limite.

Tabela 19. Correlograma de S(6;36)

LAG	Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	Estatística-Q	Probabilidade
1 *	0,886	0,886	124,82	0,000
2	0,765	-0,094	218,43	0,000
3	0,677	0,09	292,32	0,000
4	0,583	-0,096	347,44	0,000
5	0,476	-0,097	384,41	0,000
6	0,353	-0,152	404,94	0,000
7 *	0,311	0,297	420,93	0,000
8	0,301	0,068	436,03	0,000
9	0,282	0,028	449,36	0,000
10	0,26	-0,044	460,75	0,000
11	0,235	-0,072	470,15	0,000
12	0,253	0,124	481,13	0,000

* Lag que o valor de autocorrelação parcial ultrapassa o limite.

Tabela 20. Correlograma de S(12;24)

LAG	Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	Estatística-Q	Probabilidade
1 *	0,864	0,864	118,69	0,000
2	0,753	0,025	209,38	0,000
3	0,685	0,116	284,99	0,000
4	0,623	0,011	347,98	0,000
5 *	0,522	-0,163	392,46	0,000
6	0,407	-0,134	419,72	0,000
7 *	0,369	0,187	442,28	0,000
8	0,344	0,046	462,04	0,000
9	0,321	0,082	479,36	0,000
10	0,286	-0,019	493,17	0,000
11	0,239	-0,135	502,91	0,000
12	0,238	0,088	512,62	0,000

* Lag que o valor de autocorrelação parcial ultrapassa o limite.

Tabela 21. Correlograma de S(12;36)

LAG	Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	Estatística-Q	Probabilidade
1 *	0,877	0,877	122,17	0,000
2	0,769	0,001	216,72	0,000
3	0,684	0,045	292,16	0,000
4	0,601	-0,034	350,77	0,000
5	0,505	-0,098	392,42	0,000
6	0,409	-0,068	419,9	0,000
7 *	0,385	0,238	444,36	0,000
8	0,361	0,01	466,1	0,000
9	0,341	0,045	485,65	0,000
10	0,308	-0,077	501,63	0,000
11	0,274	-0,058	514,38	0,000
12	0,272	0,103	527,06	0,000

* Lag que o valor de autocorrelação parcial ultrapassa o limite.

Tabela 22. Estatísticas t_{NL} do Teste de raiz unitária ESTAR e ESTAR Aumentado.

Spread	Teste ESTAR de raiz unitária			Teste ESTAR de raiz unitária Aumentado			
	t_{NL} (d=1)	t_{NL} (d=2)	t_{NL} (d=3)	p	t_{NL} (d=1)	t_{NL} (d=2)	t_{NL} (d=3)
S(1;6)	-8.18 *	-2.95 *	-2.71	8	-7.48 *	-2.64	-2.63
S(1;12)	-6.21 *	-2.31	-3.22 *	3	-5.29 *	-2.16	-3.06 *
S(1;24)	-3.93 *	-2.53	-2.55	3	-3.67 *	-2.47	-2.52
S(1;36)	-3.29 *	-2.67	-2.33	3	-3.12 *	-2.59	-2.35
S(6;12)	-4.25 *	-2.76	-2.60	1	-4.26 *	-2.89 *	-2.71
S(6;24)	-3.38 *	-3.18 *	-2.07	6	-3.30 *	-3.21 *	-2.21
S(6;36)	-3.17 *	-3.31 *	-2.32	6	-3.10 *	-3.30 *	-2.46
S(12;24)	-3.01 *	-3.13 *	-2.72	6	-2.93 *	-3.00 *	-2.60
S(12;36)	-3.70 *	-3.39 *	-3.27 *	6	-3.45 *	-3.19 *	-3.11 *

* significativo ao nível de 1%, vide tabela 2.

Tabela 23. Regressão estimada para o par 1 e 6 meses.

Maturidade	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	δ	Log-verossimilhança	AIC
								VECM linear								
1	-0,392 [-3,36]**	-0,182 [-1,39]	0,081 [0,70]	0,754 [6,62]**	0,498 [4,00]**	-0,368 [-3,06]**	-0,570 [-5,74]**	0,358 [2,55]**	-0,190 [-1,44]	-0,599 [-4,78]**	-0,600 [-4,43]**	0,376 [3,19]**	0,237 [2,21]*		-432,31	619,211
6	-0,194 [-1,39]	0,029 [0,18]	0,013 [0,09]	0,317 [2,34]*	0,458 [3,09]**	-0,261 [-1,82]	-0,325 [-2,75]**	0,199 [1,19]	-0,449 [-2,85]**	-0,176 [-1,18]	-0,606 [-3,76]**	0,319 [2,27]*	0,042 [0,33]			
								VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$								
1	-0,295 [-2,29]*	-0,199 [-1,53]	0,061 [0,53]	0,748 [6,60]**	0,504 [4,06]**	-0,353 [-2,92]**	-0,604 [-5,98]**	0,372 [2,67]**	-0,177 [-1,34]	-0,563 [-4,48]**	-0,597 [-4,44]**	0,373 [3,17]**	0,260 [2,43]*	-0,323 [-1,68]	-430,03	618,833
6	-0,048 [-0,31]	0,003 [0,02]	-0,016 [-0,11]	0,309 [2,30]*	0,465 [3,16]**	-0,241 [-1,69]	-0,377 [-3,15]**	0,222 [1,34]	-0,430 [-2,76]**	-0,125 [-0,84]	-0,602 [-3,78]**	0,315 [2,26]*	0,077 [0,61]	-0,474 [-2,08]*		
								VECM não linear com exógena $S^d(m;n)^{NL}$								
1	-0,296 [-2,13]*	-0,201 [-1,54]	0,064 [0,54]	0,749 [6,58]**	0,490 [3,95]**	-0,374 [-3,12]**	-0,602 [-5,90]**	0,379 [2,70]**	-0,176 [-1,32]	-0,578 [-4,58]**	-0,592 [-4,38]**	0,383 [3,25]**	0,258 [2,39]*	-0,195 [-1,23]	-429,54	618,187
6	-0,001 [-0,01]	-0,009 [-0,06]	-0,022 [-0,16]	0,307 [2,29]*	0,446 [3,05]**	-0,269 [-1,90]	-0,390 [-3,24]**	0,242 [1,46]	-0,420 [-2,69]**	-0,134 [-0,90]	-0,592 [-3,72]**	0,330 [2,38]*	0,084 [0,66]	-0,402 [-2,16]*		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

Tabela 24. Regressão estimada para o par 1 e 12 meses.

Maturidade	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	δ	Log-verossimilhança	AIC
								VECM linear								
1	-0,246 [-3,19]**	-0,088 [-0,85]	-0,054 [-0,58]	0,535 [5,75]**	0,373 [3,78]**	-0,251 [-2,54]*	-0,471 [-5,37]**	0,343 [3,27]**	-0,080 [-0,78]	-0,417 [-4,36]**	-0,447 [-4,43]**	0,303 [3,30]**	0,122 [1,38]		-485,91	691,162
12	-0,058 [-0,60]	0,078 [0,61]	-0,253 [-2,19]*	0,086 [0,73]	0,362 [2,93]**	-0,151 [-1,22]	-0,226 [-2,05]*	0,169 [1,29]	-0,182 [-1,42]	-0,024 [-0,20]	-0,407 [-3,22]**	0,211 [1,84]	-0,018 [-0,17]			
								VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$								
1	-0,168 [-2,17]*	-0,086 [-0,85]	-0,067 [-0,73]	0,527 [5,74]**	0,375 [3,84]**	-0,220 [-2,22]*	-0,491 [-5,63]**	0,335 [3,26]**	-0,083 [-0,82]	-0,378 [-4,02]**	-0,445 [-4,50]**	0,292 [3,22]**	0,133 [1,54]	-0,399 [-2,47]*	-482,97	689,901
12	0,023 [0,23]	0,082 [0,65]	-0,265 [-2,33]*	0,077 [0,67]	0,361 [2,95]**	-0,121 [-0,97]	-0,250 [-2,29]*	0,157 [1,22]	-0,189 [-1,50]	0,011 [0,09]	-0,407 [-3,28]**	0,198 [1,74]	-0,007 [-0,06]	-0,418 [-2,07]*		
								VECM não linear com exógena $S^d(m;n)^{NL}$								
1	-0,197 [-2,14]*	-0,092 [-0,89]	-0,063 [-0,68]	0,530 [5,69]**	0,364 [3,68]**	-0,252 [-2,56]*	-0,486 [-5,47]**	0,349 [3,32]**	-0,076 [-0,74]	-0,405 [-4,19]**	-0,442 [-4,38]**	0,306 [3,33]**	0,128 [1,45]	-0,109 [-0,94]	-483,77	690,966
12	0,060 [0,53]	0,070 [0,55]	-0,277 [-2,40]*	0,074 [0,64]	0,343 [2,80]**	-0,150 [-1,23]	-0,259 [-2,36]*	0,182 [1,40]	-0,174 [-1,37]	0,006 [0,05]	-0,396 [-3,16]**	0,215 [1,89]	-0,004 [-0,04]	-0,282 [-1,96]*		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

Tabela 25. Regressão estimada para o par 1 e 24 meses.

Maturidade	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	δ	Log-verossimilhança	AIC
								VECM linear								
1	-0,157 [-2,73]**	0,010 [0,10]	-0,110 [-1,17]	0,339 [3,62]**	0,234 [2,48]*	-0,131 [-1,38]	-0,361 [-4,10]**	0,245 [2,59]*	-0,080 [-0,86]	-0,271 [-3,07]**	-0,235 [-2,55]*	0,186 [2,22]*	0,055 [0,68]		-528,16	747,871
24	-0,005 [-0,07]	0,037 [0,31]	-0,282 [-2,49]*	-0,018 [-0,16]	0,242 [2,12]*	-0,093 [-0,81]	-0,206 [-1,94]	0,222 [1,95]	-0,163 [-1,46]	0,086 [0,81]	-0,315 [-2,83]**	0,199 [1,97]*	-0,069 [-0,71]			
								VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$								
1	-0,103 [-1,82]	0,014 [0,14]	-0,116 [-1,25]	0,333 [3,60]**	0,237 [2,54]*	-0,106 [-1,12]	-0,368 [-4,22]**	0,237 [2,55]*	-0,088 [-0,97]	-0,254 [-2,94]**	-0,239 [-2,64]**	0,174 [2,10]*	0,054 [0,68]	-0,432 [-2,42]*	-525,22	746,614
24	0,045 [0,65]	0,043 [0,36]	-0,287 [-2,56]*	-0,024 [-0,21]	0,243 [2,15]*	-0,071 [-0,61]	-0,216 [-2,04]*	0,210 [1,87]	-0,175 [-1,58]	0,098 [0,94]	-0,321 [-2,93]**	0,186 [1,85]	-0,072 [-0,74]	-0,414 [-1,92]		
								VECM não linear com exógena $S^d(m;n)^{NL}$								
1	-0,121 [-1,85]	0,010 [0,11]	-0,117 [-1,24]	0,337 [3,61]**	0,229 [2,42]*	-0,128 [-1,34]	-0,371 [-4,20]**	0,244 [2,59]*	-0,081 [-0,88]	-0,265 [-3,01]**	-0,235 [-2,54]*	0,182 [2,17]*	0,057 [0,70]	-0,104 [-1,14]	-526,65	748,531
24	0,057 [0,73]	0,038 [0,32]	-0,294 [-2,61]*	-0,021 [-0,19]	0,232 [2,05]*	-0,087 [-0,77]	-0,223 [-2,10]*	0,220 [1,95]	-0,165 [-1,49]	0,096 [0,91]	-0,314 [-2,84]**	0,192 [1,91]	-0,067 [-0,68]	-0,181 [-1,65]		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

Tabela 26. Regressão estimada para o par 1 e 36 meses.

Maturidade	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	δ	Log-verossimilhança	AIC
VECM linear																
1	-0,113 [-2,35] *	0,057 [0,59]	-0,132 [-1,42]	0,267 [2,90] *	0,173 [1,91]	-0,089 [-0,97]	-0,323 [-3,76] **	0,195 [2,29] *	-0,070 [-0,83]	-0,200 [-2,46] *	-0,170 [-2,02]	0,150 [1,94]	0,043 [0,56]		-548,15	774,700
36	0,011 [0,19]	0,049 [0,41]	-0,261 [-2,25] *	-0,070 [-0,61]	0,157 [1,39]	-0,095 [-0,84]	-0,159 [-1,48]	0,227 [2,14] *	-0,205 [-1,94]	0,152 [1,50]	-0,284 [-2,70] **	0,215 [2,22] *	-0,157 [-1,64]			
VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$																
1	-0,067 [-1,46]	0,057 [0,60]	-0,136 [-1,49]	0,268 [2,94] *	0,182 [2,03] *	-0,071 [-0,78]	-0,331 [-3,89] **	0,195 [2,35] *	-0,072 [-0,87]	-0,187 [-2,35] *	-0,172 [-2,08]	0,147 [1,92]	0,044 [0,59]	-0,392 [-2,37] *	-545,66	774,043
36	0,045 [0,79]	0,052 [0,43]	-0,263 [-2,28] *	-0,069 [-0,61]	0,162 [1,43]	-0,084 [-0,74]	-0,169 [-1,58]	0,223 [2,14] *	-0,209 [-2,01]	0,158 [1,58]	-0,287 [-2,77] **	0,211 [2,20] *	-0,156 [-1,65]	-0,295 [-1,42]		
VECM não linear com exógena $S^d(m;n)^{NL}$																
1	-0,077 [-1,53]	0,059 [0,61]	-0,139 [-1,50]	0,269 [2,93] *	0,173 [1,91]	-0,084 [-0,92]	-0,334 [-3,87] **	0,194 [2,30] *	-0,071 [-0,84]	-0,195 [-2,41] *	-0,170 [-2,03]	0,147 [1,91]	0,044 [0,58]	-0,114 [-1,53]	-546,81	775,583
36	0,052 [0,82]	0,053 [0,44]	-0,268 [-2,32] *	-0,067 [-0,59]	0,155 [1,37]	-0,092 [-0,81]	-0,174 [-1,62]	0,223 [2,12] *	-0,207 [-1,98] *	0,155 [1,54]	-0,286 [-2,74] **	0,211 [2,19] *	-0,155 [-1,64]	-0,130 [-1,39]		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

Tabela 27. Regressão estimada para o par 6 e 12 meses.

Maturidade	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	δ	Log-verossimilhança	AIC
VECM linear																
6	-0,399 [-1,86]	0,470 [1,54]	-0,976 [-3,27] **	0,433 [1,40]	0,183 [0,59]	0,272 [0,89]	0,004 [0,01]	-0,166 [-0,56]	0,447 [1,53]	-0,244 [-0,84]	-0,439 [-1,51]	-0,014 [-0,04]	-0,211 [-0,76]		-360,61	522,967
12	-0,188 [-0,81]	0,471 [1,42]	-1,024 [-3,15] **	0,270 [0,80]	0,080 [0,24]	0,194 [0,58]	0,134 [0,41]	-0,196 [-0,61]	0,479 [1,51]	-0,082 [-0,26]	-0,335 [-1,06]	0,046 [0,14]	-0,310 [-1,02]			
VECM não linear com exógena $S(m;n)^{NL}$																
6	-0,373 [-1,54]	0,470 [1,54]	-0,973 [-3,25] **	0,433 [1,40]	0,182 [0,59]	0,275 [0,90]	0,007 [0,02]	-0,169 [-0,56]	0,441 [1,51]	-0,248 [-0,85]	-0,441 [-1,52]	-0,018 [-0,06]	-0,217 [-0,78]	-0,250 [-0,34]	-359,85	524,642
12	-0,127 [-0,48]	0,466 [1,40]	-1,023 [-3,14] **	0,268 [0,79]	0,077 [0,23]	0,197 [0,59]	0,141 [0,44]	-0,193 [-0,60]	0,474 [1,49]	-0,085 [-0,27]	-0,334 [-1,06]	0,040 [0,12]	-0,321 [-1,06]	-0,513 [-0,64]		
VECM não linear com exógena $S^d(m;n)^{NL}$																
6	-0,270 [-1,01]	0,451 [1,47]	-0,997 [-3,32] **	0,414 [1,34]	0,148 [0,48]	0,255 [0,84]	-0,009 [-0,03]	-0,149 [-0,50]	0,459 [1,57]	-0,231 [-0,79]	-0,415 [-1,42]	-0,001 [-0,00]	-0,205 [-0,74]	-0,338 [-0,89]	-358,98	523,476
12	0,013 [0,04]	0,441 [1,33]	-1,056 [-3,25] **	0,242 [0,72]	0,032 [0,09]	0,172 [0,52]	0,119 [0,37]	-0,167 [-0,51]	0,499 [1,57]	-0,061 [-0,19]	-0,299 [-0,95]	0,063 [0,20]	-0,305 [-1,01]	-0,541 [-1,31]		

* significativo ao nível de 5%.
** significativo ao nível de 1%.

8.2 ANEXO B – Código MATLAB utilizado.

```
clear all
% Chamando a base de dados
X=xlsread('dados_TAR_beta_d12_36.xls', 'Plan1','C5:E157');
Y=xlsread('dados_TAR_beta_d12_36.xls','Plan1','B5:B157');% construir com
Dyt!!! alterar no excel
% Chamando a rotina TAR
[SQE,BETA, XF, VARBETA, BETAs, SQEs, T, SQEy]=tar_spread(Y,X,3);
% Soltando os resultados
disp('Valor escolhido do SQE: ');
disp(SQE(1,1));
disp('Valor escolhido para ordem do TAR: ');
disp(SQE(1,2));
disp('Valor escolhido para o threshold: ');
disp(SQE(1,3));
plot([SQE(:,1)]);
%Salva os resultados
xlswrite('dados_TAR_beta_d12_36.xls', SQE, 'SQE');
xlswrite('dados_TAR_beta_d12_36.xls', BETA, 'BETA');
xlswrite('dados_TAR_beta_d12_36.xls', XF, 'XF');
xlswrite('dados_TAR_beta_d12_36.xls', VARBETA, 'VARBETA');
xlswrite('dados_TAR_beta_d12_36.xls', BETAs, 'BETAs');
xlswrite('dados_TAR_beta_d12_36.xls', SQEs, 'SQEs');
xlswrite('dados_TAR_beta_d12_36.xls', T, 'T');
xlswrite('dados_TAR_beta_d12_36.xls', SQEy, 'SQEy');



function [SQE,BETA XF,VARBETA, BETAs, SQEs,T,SQEy]=tar(Y,X,dmax);
% CEMAP
% emerson.marcal@fgv.br
% Ultima atualização - 2010-09-20
% Input
% Y - variável dependente;
% X - lags das variável dependentes e Constante [c Y(i)]
% S - constante e sazonalidade
% dmax - ordem máxima do TAR
% Output
% SQE - contem SQE, ordem do TAR, threshold e criterio AIK
% BETA - coeficientes do TAR
% XF - dados do TAR correspondente
% VARBETA - Variancia dos parametros do TAR
% BETAs - Betas do modelo linear
% SQEs - SQE e AIK do modelo linear

[T, p]=size(X);
dp=[round(0.15*T) round(0.85*T)]';% Limite inferior e superior da procura
v=0;
% Loop para procurar o threshold
for i=1:dmax% escolha do d=1,2,...,dmax
 Z=sort(X(:,i));% Ordena a variável que será o thresolhd
 for k=dp(1,1):dp(2,1)
X1=zeros(T,1);% ordem 1
 for j=1:T
  if X(j,i)>Z(k,1)% Checa em qual regime o dado pertence
      X1(j,1)=X(j,1); % coleta apenas yt-1
  end
 end
 %  Calcula OLS
```

```
  XF=[X(:,1) X1];% grupo base
  BETA=inv(XF'*XF)*XF'*Y;
  RES=Y-XF*BETA;
  v=v+1;

  %AIC = log | ?? | + 2k T-1,
  SQE(v,1)=(RES'*RES)/T;
  SQE(v,2)=i;
  SQE(v,3)=Z(k,1);
  SQE(v,4)=k;%threshold
  SQE(v,5)=log(SQE(v,1))+(2*(2*p))/T;%Akaike
 end
end
SQE=(sort(SQE,1));


% Calcula o melhor modelo
 Z=sort(X(:,i));% Ordena a variável que será o thresolh
 X1=zeros(T,1);
 for j=1:T
  if X(j,i)>Z(SQE(1,4),1)% Checa em qual regime o dado pertence
      X1(j,1)=X(j,1); % coleta apenas yt-1
  end
 end


 %  Calcula OLS
  XF=[X(:,1) X1];
  BETA=inv(XF'*XF)*XF'*Y;
  VARBETA=inv(XF'*XF)*(SQE(1,1)/T);

% Calcula o modelo sem nada
  BETAs=inv(X'*X)*X'*Y;
  RESs=Y-X*BETAs;
  SQEs(1,1)=(RESs'*RESs)/T;
  SQEs(1,2)=log(SQEs(1,1))+(2*(p))/T;%Akaike

  SQEy(1,1)=Y'*Y;
  % residuo do modelo sem termos defasados
```