Nº 120

CAPÍTULO XII

EXPECTATIVAS RACIONAIS

Mario Henrique Simonsen

- 1988 -

CAPÍTULO XII

EXPECTATIVAS RACIONAIS

12.1) A Revolução das Expectativas Racionais

As teorias da inflação e do ciclo apresentadas nos Capítulos X e XI partiram da hipótese de que os agentes econômicos projetassem certas variáveis endógenas, como a taxa de inflação, a partir de regras adaptativas de correção dos erros de previsão passados. Tratando-se o tempo como variável contínua, o protótipo usado foi a equação de Cagan. Com o tempo discreto, o seu primo-irmão:

$$x_t^e = x_{t-1}^e + a(x_{t-1} - x_{t-1}^e) \quad (0 < a \leq 1) \qquad (12.1)$$

Como consequência, a projeção da variável em questão tornava-se função de seu desempenho passado. No caso da equação (12.1):

$$x_t^e = ax_{t-1} + a(1-a)x_{t-2} + \ldots + a(1-a)^{n-1}x_{t-n} + \ldots$$

desde que $\lim_{n\to\infty} (1-a)^n x_{t-n} = 0$

Embora explicasse muitos fenômenos com amplo registro empírico, a hipótese de expectativas adaptativas era uma suposição "ad-hoc", dissociada de qualquer suporte em matéria de otimização do comportamento dos agentes econômicos. O melhor estimador para uma variável aleatória é a sua esperança condicional ao conjunto de informações disponíveis. Isto posto, era de se indagar em que condições a equação (12.1) realmente fornecia um critério racional de estimação.

Muth, em 1960, cuidou desse problema, concluindo que a equação adaptativa (12.1) só fornecia a esperança condicional ao conjunto de informações disponíveis para um processo estocástico muito particular e que será discutido mais adian-

te. Na década de 1970, Lucas e Sargent tomaram a idéia de Muth como base para uma reconstrução da macroeconomia. Um defeito óbvio da hipótese de expectativas adaptativas é que, em determinadas circunstâncias, ela levaria a erros sistemáticos de previsão. Por exemplo, se o governo acelerasse permanentemente a taxa de expansão monetária, os agentes econômicos estariam sempre subestimando a taxa de inflação, em contradição com o princípio de que é impossível enganar a todos por muito tempo. Mais ainda, a hipótese adaptativa (12.1) torna x_t^e função apenas do desempenho passado da variável x. Como tal, descarta qualquer influência de mudanças da política econômica sobre as expectativas, o que parece contrariar o senso comum.

A macroeconomia das expectativas racionais baseia-se numa hipótese central: os agentes econômicos conhecem um modelo macroeconômico que descreve o comportamento das variáveis endógenas em função das variáveis exógenas. Isto posto, projetam o comportamento das primeiras a partir das equações do modelo e do desempenho esperado das segundas, isto é, das regras esperadas de política econômica. O seguinte modelo ilustra a diferença entre a macroeconomia das expectativas adaptativas e a das expectativas racionais:

$$p_t = w_t \qquad \text{(regra de mark-up)}$$

$$w_t - w_{t-1} = p_t^e - p_{t-1} + \gamma h_t^e \qquad \text{(curva de Phillips de salários)}$$

$$m_t = p_t + h_t \qquad \text{(equação quantitativa)} \qquad (12.2)$$

onde as duas primeiras equações podem ser sintetizadas na relação:

$$p_t = p_t^e + \gamma h_t^e \qquad \text{(curva de Phillips de preços)} \qquad (12.3)$$

Com expectativas adaptativas, é preciso especificar p_t^e e h_t^e em função do seu comportamento passado. A título de exemplo, admitindo que as expectativas de inflação e de desvio do produto no período t coincidam com os valores observados no período anterior:

$$p_t^e - p_{t-1} = p_{t-1} - p_{t-2} \qquad (12.4)$$

$$h_t^e = h_{t-1} \qquad (12.5)$$

Combinando essas expressões com as equações (12.2) e (12.3):

$$p_t = 2p_{t-1} - p_{t-2} + \gamma h_{t-1} \qquad (12.6.a)$$

$$h_t = m_t - 2p_{t-1} + p_{t-2} - \gamma h_{t-1} \qquad (12.6.b)$$

o que indica que a oferta de moeda no período t não afeta o nível de preços nesse período mas apenas o desvio do produto. Os efeitos da política monetária sobre os preços são defasados, por conta da influência imediata de m sobre h e por conta dos efeitos de h_{t-1} sobre p_t descritos na equação (12.5).

Na macroeconomia das expectativas racionais não há lugar para as equações (12.4) e (12.5). As expectativas formam-se a partir das próprias equações (12.2) e (12.3) do modelo, o que implica:

$$m_t^e = p_t^e + h_t^e$$

$$p_t^e = p_t^e + \gamma h_t^e$$

e portanto:

$$p_t^e = m_t^e \qquad (12.7)$$

$$h_t^e = 0 \qquad (12.8)$$

Combinando esses resultados com as equações (12.2) e (12.3) chega-se agora a:

$$p_t = m_t^e \qquad (12.9)$$

$$h_t = m_t - m_t^e \qquad (12.10)$$

As conclusões são radicalmente diferentes da versão com expectativas adaptativas: o que influencia o produto é apenas o excesso da oferta efetiva de moeda sobre a oferta esperada. Uma política monetária que mereça a credibilidade dos

agentes econômicos, ou seja, que torne $m_t^e = m_t$, não tem qualquer efeito real sobre o produto, mas apenas sobre os preços. O modelo recomenda enfaticamente a regra friedmaniana como maneira de conciliar a estabilidade dos preços com o pleno emprego.

Um aspecto surpreendente do modelo é que ele elimina, em tese, qualquer inércia dos preços ou da taxa de inflação. Combater a inflação sem recessão é uma possibilidade aparente, na medida em que o Banco Central anuncie uma política monetária austera, e esse anúncio seja levado a sério pelos agentes econômicos. De fato, no modelo apresentado, a única razão pela qual o combate à inflação pode produzir uma recessão é a oferta de moeda ficar abaixo das expectativas, ou seja, o público não acreditar na austeridade monetária. É possível introduzir uma inércia fraca em modelos de expectativas racionais introduzindo contratos salariais justapostos, a análise de John Taylor que será descrita mais adiante. Em todo o caso, o que essa inércia impede é um tratamento de choque da inflação, mas não um tratamento gradualista capaz de evitar tanto a recessão quanto a necessidade de políticas de rendas.

Na realidade, a ausência ou a fraqueza da inércia é apenas um dos muitos aspectos surpreendentes da macroeconomia das expectativas racionais, como se verá nas seções a seguir. Isso leva à suspeita de que a teoria não é tão racional quanto se auto-denomina.

Por certo, a hipótese de que os agentes econômicos projetem as variáveis endógenas a partir das exógenas é muito mais atrativa do que a teoria das expectativas adaptativas, onde os agentes extrapolam mecanicamente o passado sem levar em conta as mudanças de política econômica. Pode-se dizer que a teoria das expectativas racionais simplifica o mundo ao admitir que todos conheçam o melhor modelo macroeconômico que descreve o funcionamento da economia e baseiem as suas projeções nesse modelo. Sucede que simplificações desse tipo são inevitáveis em qualquer teoria. Isto posto, é mais fácil reconhecer que há algo de irracional na teoria das expectativas ra-

cionais do que identificar onde está essa irracionalidade.

O problema fundamental, e que será discutido no final deste capítulo, é que a teoria das expectativas racionais envolve uma hipótese heróica de agregação, que confunde sabedoria a posteriori com racionalidade a priori. Essa hipótese envolve cada agente econômico numa aposta arriscada, e que equivale, em teoria dos jogos, a escolher uma estratégia de Nash sem a certeza de que os demais participantes também se comportarão da mesma forma. Em resumo, a teoria não apenas supõe que exista um modelo macroeconômico que descreva com a melhor aproximação possível o desempenho da economia. Supõe também que esse modelo seja conhecido por todos os agentes econômicos, e que todos eles confiem que os demais o usarão como ponto de partida para as suas projeções. Essa hipótese de confiança recíproca é exatamente o calcanhar de Aquiles da teoria das expectativas racionais.

Um jogo simples ilustra o que há de errado na teoria das expectativas racionais, o jogo da metade da média. Numa sala de aula com um grande número n de alunos, cada um deles é intimado a escrever num pedaço de papel um número real no intervalo fechado $[0;1]$, sem saber a escolha dos demais. Isto posto, recolhem-se as indicações dos n alunos com as respectivas assinaturas e calcula-se metade da média dos números indicados. Quem tiver escrito um número acima de metade da média nada ganha nem perde. Quem acertar na mosca a metade da média, ganha um prêmio de 100 dólares. Mas quem tiver escrito um número inferior a metade da média terá que pagar uma multa de 100 dólares.

Indiquemos por x_i o número escrito pelo $i^{\text{ésimo}}$ aluno. Se cada um deles pudesse adivinhar a escolha dos demais, a maneira de tornar x_i exatamente igual a metade da média, e com isso ganhar o prêmio de 100 dólares, seria escolher x_i de modo a se ter:

$$x_i = \frac{1}{2n} \left(x_i + \sum_{i \neq j} x_j \right)$$

ou seja:

$$x_i = \frac{1}{2n-1} \sum_{i \neq j} x_j$$

O conceito de racionalidade em expectativas racionais é o mesmo de equilíbrio de Nash em jogos não cooperativos: não arrependimento, ou seja, sabedoria a posteriori. Para que tal acontecesse, a equação acima deveria valer para todos os indivíduos, o que exigiria:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{n-1}{2n-1} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

ou seja $\sum_{i=1}^{n} x_i = 0$. Como todos os x_i devem situar-se no intervalo $[0;1]$, a única hipótese em que ninguém se arrependeria da escolha (o equilíbrio de Nash do jogo) seria aquela em que todos tivessem escolhido $x_i = 0$.

É fácil testar como o jogo é efetivamente jogado numa sala de aula com um apreciável número de alunos. Dificilmente alguém escolhe $x_i = 0$, e só em casos raríssimos todos escolhem $x_i = 0$, como na teoria das expectativas racionais. A razão é que escolher $x_i = 0$ sem a certeza de que os demais farão o mesmo é uma escolha altamente imprudente. Pois basta que alguém escolha $x_j > 0$ para que o estrategista de Nash, que escreveu $x_i = 0$, tenha que pagar a multa de 100 dólares, ao invés de recolher o prêmio.

12.2) Esperanças condicionais

Sejam $y, x_1, \ldots, x_n$ variáveis aleatórias definidas num mesmo espaço de probabilidades, com momentos de primeira e segunda ordem finitos, e com densidade de probabilidade conjunta $f(y, x_1, \ldots, x_n)$. Isso significa que a probabilidade de se ter simultâneamente $y \leq Y$, $x_1 \leq X_1, \ldots, x_n \leq X_n$ é dada por:

$$F(y, X_1, \ldots, X_n) = \int_{-\infty}^{Y} \int_{-\infty}^{X_1} \cdots \int_{-\infty}^{X_n} f(y, x_1, \ldots, x_n)\, dy\, dx_1 \ldots dx_n$$

Nosso problema é encontrar o estimador não tendencioso de mínima variância para y em função de $x_1, \ldots, x_n$. Comecemos por notar que a densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias $x_1, \ldots, x_n$ é dada por:

$$j(x_1, \ldots, x_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y, x_1, \ldots, x_n)\, dy$$

Isto posto, a densidade de probabilidade de y dados $x_1, \ldots, x_n$ é dada por:

$$g(y \mid x_1, \ldots, x_n) = \frac{f(y, x_1, \ldots, x_n)}{j(x_1, \ldots, x_n)}$$

A esperança de y condicional a $x_1, \ldots, x_n$ é dada por:

$$E(y \mid x_1, \ldots, x_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} y\, g(y \mid x_1, \ldots, x_n)\, dy = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} y\, f(y, x_1, \ldots, x_n)\, dy}{j(x_1, \ldots, x_n)} =$$

$$= h(x_1, \ldots, x_n)$$

isto é, a esperança condicional é uma variável aleatória função de $x_1, \ldots, x_n$.

Mostremos inicialmente que a esperança condicional é um estimador não tendencioso de y, isto é que:

$$E\, h(x_1, \ldots, x_n) = Ey$$

Comecemos notando que, pelas relações acima:

$$h(x_1,\ldots,x_n)\,j(x_1,\ldots,x_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} y f(y,x_1,\ldots,x_n)\,dy$$

Logo:

$$E\,h(x_1,\ldots,x_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_1,\ldots,x_n)\,j(x_1,\ldots,x_n)\,dx_1\ldots dx_n =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty} y f(y,x_1,\ldots,x_n)\,dy dx_1\ldots dx_n = Ey$$

Para simplificar a notação, designemos por $E_L y$ a esperança condicional da variável aleatória y às variáveis aleatórias $x_1,\ldots,x_n$. A propriedade acima equivale a:

$$E(E_L y) = Ey \qquad (12.11)$$

Uma outra propriedade que se demonstra trivialmente é que a esperança condicional é um operador linear, isto é, que se y_1 e y_2 são duas variáveis aleatórias e a_1 e a_2 duas constantes:

$$E_L(a_1y_1+a_2y_2) = a_1E_Ly_1 + a_2E_Ly_2 \qquad (12.12)$$

Do mesmo modo, se y e z são duas variáveis aleatórias, sendo z função de $x_1,\ldots,x_n$:

$$E_L\, yz = zE_Ly = (E_Lz)\ (E_Ly) \qquad (12.13)$$

expressão que resulta do fato de z ser determinada por $x_1,\ldots,x_n$. Daí se segue que, para duas variáveis aleatórias quaisquer y_1 e y_2:

$$E_L(y_1E_Ly_2) = (E_Ly_1)\ (E_Ly_2) \qquad (12.14)$$

A esperança condicional de uma constante c é obviamente igual a c. Isto posto, tomando na equação acima $y_1 = 1$ e $y_2 = y$ resulta:

$$E_L^2\, y = E_L(E_Ly) = E_Ly \qquad (12.15)$$

o que mostra que a esperança condicional é um operador idempotente. Indicando por I o operador identidade, isto é $I_y = y$, para qualquer variável aleatória y, $(I-E_L)y = y-E_Ly$. Da equação (12.15) resulta:

$$E_L(I-E_L)y = (I-E_L)E_Ly = 0 \qquad (12.16)$$

e:

$$(I-E_L)^2 = I-E_L \qquad (12.17)$$

Da relação (12.14) segue-se que:

$$E_L(y_1E_Ly_2) = E_L(y_2E_Ly_1)$$

Lembrando que, por (12.11), $EE_L = E$, segue-se que:

$$E(y_1E_Ly_2) = E(y_2E_Ly_1) \qquad (12.18)$$

Uma consequência importante é que se y_1 e y_2 são variáveis aleatórias quaisquer, E_Ly_1 e $(I-E_L)y_2$ são não correlacionadas. Com efeito, como $E(I-E_L)y_2 = 0$:

$$\text{cov}\,(E_Ly_1,(I-E_L)y_2) = E(E_Ly_1(I-E_L)y_2) = E(y_1E_L(I-E_L)y_2)$$

a última expressão sendo igual a zero, pois $E_L(I-E_L)y_2=0$, pela equação (12.16).

Mostremos agora que a esperança condicional fornece o estimador não tendencioso de mínima variância do erro. Com efeito, seja z uma variável aleatória, função de $x_1,\ldots,x_n$ tal que Ez = Ey. No caso, $E_Lz = z$, de onde se conclui que:

$$y-z = (I-E_L)y + E_L(y-z)$$

Pela observação acima, $(I-E_L)y$ e $E_L(y-z)$ são variáveis aleatórias não correlacionadas. Logo:

$$\text{var}\,(y-z) = \text{var}\,(I-E_L)y + \text{var}\,E_L(y-z) \geq \text{var}(I-E_L)y$$

Em muitos problemas de expectativas racionais surge o problema de estimar variáveis aleatórias com conjuntos de informações diferentes. Especificamente, E_L é a esperança condicional a um conjunto $x_1,\ldots,x_p$ de variáveis aleatórias, E_M a

esperança condicional a um conjunto mais amplo $x_1,\ldots,x_p,\ldots x_n$ de variáveis aleatórias. O teorema da projeção mostra, no caso em que L < M, que:

$$E_L E_M y = E_M E_L y = E_L y \qquad (12.19)$$

Como $E_L y$ é uma função de variáveis aleatórias que pertencem a M, é imediato no caso que $E_M E_L y = E_L y$. Para demonstrar que $E_L E_M y = E_L y$, o procedimento é análogo ao que mostra que $EE_L y = E_y$.

No caso, definamos $R = E_M - E_L$. R pode ser interpretado como um operador de revisão: $Ry = E_M y - E_L y$ é a revisão da projeção de y quando o conjunto de informações se amplia de R para M. Verifica-se facilmente que R é um operador idempotente, isto é, que $R^2 = R$. Com efeito, pelo teorema da projeção:

$$R^2 = (E_M - E_L)^2 = E_M^2 - E_M E_L - E_L E_M + E_L^2 = E_M - 2E_L + E_L = E_M - E_L = R \qquad (12.20)$$

Da mesma maneira se conclui que:

$$E(y_1 R y_2) = E(y_2 R y_1) \qquad (12.21)$$

e que:

$$RE_L = E_L R = (I - E_M)E_L = E_L(I - E_M) = R(I - E_M) = (I - E_M)R = 0 \qquad (12.22)$$

Segue-se, pela equação (12.18), que se y_1, y_2, y_3 são três variáveis aleatórias quaisquer, $(I - E_M)y_1$, $E_L y_2$ e Ry_3 são não correlacionadas. Em particular, obtém-se a relação:

$$\text{var } y = \text{var}(I - E_M)y + \text{var } Ry + \text{var } E_L y \qquad (12.23)$$

Um teorema importante e que será usado mais adiante assegura que se as variáveis $y, x_1, \ldots, x_n$ são ligadas por uma distribuição normal multi-variada, então a esperança condicional de y a $x_1,\ldots,x_n$ é uma função linear dessas variáveis, isto é:

$$E(y|x_1,\ldots,x_n) = a_o + a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n$$

Com efeito, no caso essas variáveis aleatórias possuem uma densidade de probabilidade conjunta:

$$f(y,x_1,\ldots,x_n) = ke^{-(ay^2+by+c)}$$

onde k,a são constantes positivas, $b = b_o+b_1x_1+\ldots+b_nx_n$ e c uma função (do segundo grau) de $x_1,\ldots,x_n$. No caso:

$$E(y/x_1,\ldots,x_n) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} yf(y,x_1,\ldots,x_n)\,dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(y,x_1,\ldots,x_n)\,dy} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} ye^{-(ay^2+by)}\,dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(ay^2+by)}\,dy}$$

Notando que:

$$\frac{d}{dy} e^{-(ay^2+by)} = -(2ay+b)e^{-(ay^2+by)}$$

e que:

$$\lim_{y\to\infty} = \lim_{y\to-\infty} e^{-(ay^2+by)} = 0, \text{ segue-se que:}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (2ay+b)e^{-(ay^2+by)}\,dy = 0$$

Daí se conclui que:

$$E(y|x_1,\ldots,x_n) = \frac{-b}{2a}$$

Como a é uma constante positiva e $b=b_o+b_1x_1+\ldots+b_nx_n$, fica provado o resultado.

Uma aplicação importante é o problema de extração de sinal: uma variável aleatória observável z decompõe-se num sinal x mais um ruído u:

$$z = x+u$$

O sinal x e o ruído u são variáveis aleatórias não correlacionadas, normalmente distribuídas e com esperanças matemática nulas,isto é:

$$Ex = Eu = Exu = 0$$

Conhecem-se as variâncias $Ex^2 = \sigma^2$ e $Eu^2 = s^2$ do sinal e do ruído. Daí se segue que:

$$\text{var } z = \sigma^2+s^2$$

$$\text{cov}(z,x) = \sigma^2$$

$$Ez = 0$$

O problema da extração de sinal consiste em estimar x a partir da observação de z, isto é, calcular $E_z x = E(x|z)$. Para resolve-lo basta notar que:

i) como as variáveis são normalmente distribuídas, $E_z x = a+bz$, sendo a,b constantes;

ii) $0 = Ex = E(E_z x) = a+bEz = a$. Logo $E_z x = bz$;

iii) $E_z z = z$ e $(I-E_z)x = x-bz$ devem ser não correlacionadas. Logo:

$$\text{cov}(z,x-bz) = \sigma^2 - b(\sigma^2+s^2) = 0$$

Segue-se que:

$$E_z x = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + s^2} z \qquad (12.24)$$

Que é a famosa fórmula de extração do sinal. Ela indica que o sinal estimado a partir de z é uma fração igual à relação entre as variâncias de x e de z; essa fração é tanto maior quanto menor a relação s^2/σ^2 entre as variâncias do ruído e do sinal.

12.3) O modelo de Lucas da curva de Phillips

O modelo de Lucas da curva de Phillips imagina uma economia onde n empresas produzam um mesmo bem, cada qual recebendo o preço que o mercado determinar. Os preços costumam variar de uma empresa para outra por causa das imperfeições do sistema de informações, as quais separam as empresas em diferentes ilhas.

Supõe-se que, no período t, o logaritmo da capacidade normal de produção da $i^{\text{ésima}}$ empresa seja $\hat{y}_{it}$. A empresa toma suas decisões de produção após conhecer o logaritmo p_{it} do preço que lhe será pago, embora desconhecendo os preços contratados com as outras empresas, e portanto o logaritmo p_t do nível médio de preços. O logaritmo y_{it} da quantidade efetivamente produzida se desviará para mais ou para menos de $\hat{y}_{it}$ de acordo com a curva de oferta:

$$y_{it} - \hat{y}_{it} = b(p_{it} - E(p_t|p_{it})) + k(y_{i,t-1} - \hat{y}_{i,t-1}) \quad (12.25)$$

onde b e k são constantes positivas, sendo $0 < k < 1$. Na equação acima, o primeiro termo do segundo membro indica o estímulo à produção resultante do diferencial esperado de preços pagos à empresa. O segundo termo corre por conta dos custos de mudança do nível de produção.

Supõe-se que:

$$p_t = p + u_t \quad (12.26)$$

$$p_{it} = p_t + x_{it} = p + u_t + x_{it} \quad (12.27)$$

Admite-se que p seja uma constante conhecida por todas as empresas e que u_t e x_{it} sejam variáveis aleatórias normalmente distribuídas, não correlacionadas e com média zero, isto é:

$$Eu_t = Ex_{it} = E(x_{it}u_t) = 0.$$

Supõe-se, além disso, conhecidas as variâncias:

$$\text{var}(x_{it}) = \sigma^2$$

$$\text{var}(u_t) = s^2$$

Admite-se que todos os agentes econômicos conheçam o logaritmo do nível de preços do período anterior. Assim:

$$s^2 = \text{var}(u_t) = \text{var}(p_t) = \text{var}(p_t - p_{t-1})$$

é a variância da taxa de inflação.

Na equação (12.25) observemos que:

$$p_{it} - E(p_t|p_{it}) = E(p_{it}-p_t|p_{it}) = E(x_{it}|p_{it})$$

Como p_{it} e $p_{it}-p$ diferem por uma constante p:

$$E(x_{it}|p_{it}) = E(x_{it}|p_{it}-p) = E(x_{it}|x_{it}+u_t)$$

Estamos diante do problema de extração de sinal discutido na secção anterior. Segue-se que:

$$p_{it} - E(p_t|p_{it}) = E(x_{it}|x_{it}+u_t) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2+s^2}(x_{it}+u_t) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2+s^2}(p_{it}-p)$$

Logo, pela relação (12.25):

$$y_{it}-\hat{y}_{it} = b\,\frac{\sigma^2}{\sigma^2+s^2}\,(p_{it}-p) + k(y_{i,t-1}-\hat{y}_{i,t-1})$$

Agreguemos a relação acima. Para tanto atribuamos pesos positivos de soma 1, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ às diferentes empresas, suponhamos que $Ex_{it}^2 = \sigma^2$ seja igual para todas elas, entendendo que os índices de produto real e preços se calculam pelas fórmulas:

$$p_t = \sum_{i=1}^{n} a_i p_{it} \qquad y_t = \sum_{i=1}^{n} a_i y_{it}$$

Lembrando que $p = Ep_t$, chega-se à relação de Phillips na versão de Lucas:

$$y_t-\hat{y}_t = \frac{b\sigma^2}{\sigma^2+s^2}\,(p_t-Ep_t) + k(y_{t-1}-\hat{y}_{t-1}) \qquad (12.28)$$

Lucas explicitamente supõe a variância dos preços relativos independa da variância s^2 da taxa de inflação.

A primeira reflete, presumivelmente, as mudanças reais na economia, a segunda a instabilidade monetária. Isto posto, chega-se a duas conclusões:

i) a resposta dos agentes econômicos aos estímulos de preços é tanto menor quanto mais instável for a taxa de inflação: de fato, nos estímulos, os produtores tentam separar o sinal do ruído. Pela fórmula de extração de sinal, quanto maior a variância do ruído (a taxa de inflação), menor o aproveitamento dos estímulos;

ii) a inclinação da curva de Phillips não é um parâmetro estrutural da economia, mas uma variável dependente da política econômica. Quanto maior a imprevisibilidade da taxa de inflação, menor o efeito de um ponto percentual de inflação imprevista sobre o produto real. Isso torna a política de estabilizar o emprego à custa da instabilidade monetária auto-destrutiva. Com efeito, quanto mais se usa essa política mais aumenta a variância percebida do ruído, o que cada vez mais aproxima da vertical a curva de Phillips a curto prazo.

12.4) Soluções de modelos de expectativas racionais

Nas seções que se seguem apresentaremos vários modelos macroeconômicos envolvendo a hipótese de expectativas racionais. O tipo mais simples de modelo resume-se na equação:

$$AX_t + BE_{t-1}X_t = Y_t \qquad (12.29)$$

onde A e B são matrizes quadradas nxn, sendo A e A+B inversíveis. X_t é o vetor n-dimensional de variáveis endógenas, Y_t o vetor n-dimensional de variáveis enxógenas. E_{t-1} indica a esperança condicional ao conjunto de informações disponível no fim do período t-1 (ou seja, no início do período t). X_t e Y_t são vetores aleatórios.

Para resolver a equação (12.29) basta lembrar que a esperança condicional é um operador linear, e calcular separadamente $E_{t-1}X_t$ e $(I-E_{t-1})X_t$. Lembrando que $E_{t-1}^2 = E_{t-1}$ e que $E_{t-1}(I-E_{t-1}) = 0$:

$$(A+B)E_{t-1}X_t = E_{t-1}Y_t$$

$$A(I-E_{t-1})X_t = (I-E_{t-1})Y_t$$

Daí resulta:

$$X_t = E_{t-1}X_t + (I-E_{t-1})X_t = (A+B)^{-1}E_{t-1}Y_t + A^{-1}(I-E_{t-1})Y_t \qquad (12.30)$$

Uma variante levemente mais complicada introduz na equação (12.29) dois conjuntos de informações diferentes:

$$AX_t + BE_{t-1}X_t + CE_{t-2}X_t = Y_t \qquad (12.30.a)$$

onde se supõe que o conjunto de informações disponível no final do período t-1 contenha o conjunto de informações do final do período t-2. A técnica agora consiste em lembrar o teorema da projeção e aplicar separadamente os operadores E_{t-2}, $R_{t-1} = E_{t-1} - E_{t-2}$ e $(I - E_{t-1})$ à equação (12.30.a). Resulta:

$$(A+B+C)E_{t-2}X_t = E_{t-2}Y_t$$

$$(A+B)R_{t-1}X_t = R_{t-1}X_t$$

$$A(I-E_{t-1})X_t = (I-E_{t-1})Y_t$$

de onde se obtém:

$$X_t = (A+B+C)^{-1}E_{t-2}Y_t + (A+B)^{-1}R_{t-1}Y_t + A^{-1}(I-E_{t-1})Y_t \qquad (12.31)$$

Não há dificuldade em estender a equação (12.30.a) e a sua solução ao caso em que, ao invés de dois, há n conjuntos de informações diferentes.

Um tipo mais complicado de modelo é o que torna X_t dependente não apenas de Y_t, mas também de $E_{t-1}X_{t+1}$, ou seja, do comportamento esperado para as variáveis endógenas no período seguinte. A equação segue o protótipo:

$$AX_t + BE_{t-1}X_t = CE_{t-1}X_{t+1} + Y_t \qquad (12.32)$$

Não há dificuldade em calcular a componente inesperada de X_t. Com efeito, aplicando o operador $I-E_{t-1}$:

$$A(I-E_{t-1})X_t = (I-E_{t-1})Y_t$$

de onde resulta:

$$(I-E_{t-1})X_t = A^{-1}(I-E_{t-1})Y_t$$

O problema surge quando se aplica à equação (12.32) o operador E_{t-1}:

$$(A+B)E_{t-1}X_t = CE_{t-1}X_{t+1} + E_{t-1}Y_t \qquad (12.33)$$

indicando que $E_{t-1}X_t$ não apenas depende de Y_t mas também de $E_{t-1}X_{t+1}$. A maneira de enfrentar o problema consiste em resolver a equação de diferenças finitas (12.33) para a frente. Substituindo em (12.33) t por t+n:

$$(A+B)E_{t+n-1}X_{t+n} = CE_{t+n-1}X_{t+n+1} + E_{t+n-1}Y_{t+n}$$

Aplicando o operador E_{t-1} a ambos os membros desta equação, lembrando que, pela equação (12.19), $E_{t-1}E_{t+n+1} = E_{t-1}$ e multiplicando ambos os membros da equação por $((A+B)^{-1}C)^{n-1}(A+B)^{-1}$ resulta:

$$((A+B)^{-1}C)^{n-1}E_{t-1}X_{t+n} = ((A+B)^{-1}C)^{n}E_{t-1}X_{t+n+1}+((A+B)^{-1}C)^{n-1}(A+B)^{-1}E_{t-1}Y_{t+n}$$

Fazendo n=0, 1 e assim por diante e somando membro a membro, obtém-se:

$$E_{t-1}X_t = ((A+B)^{-1}C)^{n}E_{t-1}X_{t+n+1} + \sum_{j=0}^{n} ((A+B)^{-1}C)^{j-1}(A+B)^{-1}E_{t-1}Y_{t+j}$$

A fórmula não é um grande progresso em relação à equação (12.33), salvo num ponto: em muitos problemas econômicos há razões para se postular que:

$$\lim_{n\to\infty} ((A+B)^{-1}C)^{n}E_{t-1}X_{t+n+1} = 0 \qquad (12.34)$$

Nesse caso chega-se a:

$$E_{t-1}X_t = \sum_{j=0}^{\infty} ((A+B)^{-1}C)^{j-1}(A+B)^{-1}E_{t-1}Y_{t+j} \qquad (12.35)$$

12.5) Um modelo macroeconômico elementar

Como primeiro exercício, consideremos a economia descrita pelas seguintes equações:

$h_t = b(p_t - w_t) + u_t \quad (E_{t-1}u_t = u_{t-1})$ (oferta agregada)

$w_t - w_{t-1} = E_{t-1}p_t - p_{t-1} + cE_{t-1}h_t$ (curva de Phillips de salários)

$m_t + e_t = p_t + h_t \quad (E_{t-1}e_t = 0)$ (equação quantitativa da moeda)

onde h é o desvio do produto, p,w,m os logaritmos dos índices de preços, salários nominais e oferta de moeda, u_t indicando um choque de oferta do tipo passeio aleatório, e_t um choque de demanda tipo ruído branco.

Tomando as primeiras diferenças da equação de oferta agregada, fazendo $v_t = u_t - u_{t-1}$ (o que implica $E_{t-1}v_t = 0$) e introduzindo a curva de Phillips de salários, obtém-se a relação de Phillips de preços:

$$h_t + bcE_{t-1}h_t - h_{t-1} = b(I - E_{t-1})p_t + v_t \qquad (12.36)$$

Aplicando-se o operador E_{t-1} a essa equação e à equação quantitativa:

$$(1+bc)E_{t-1}h_t - h_{t-1} = 0$$

$$E_{t-1}m_t = E_{t-1}p_t + E_{t-1}h_t$$

de onde resulta:

$$E_{t-1}h_t = \frac{1}{1+bc}\, h_{t-1}$$

$$E_{t-1}p_t = E_{t-1}m_t - \frac{1}{1+bc}\, h_{t-1}$$

Do mesmo modo, aplicando o operador $(I - E_{t-1})$ à equação quantitativa e à relação de Phillips de preços (12.36):

$$(I - E_{t-1})h_t - b(I - E_{t-1})p_t = v_t$$

$$(I - E_{t-1})h_t + (I - E_{t-1})p_t = (I - E_{t-1})m_t + e_t$$

o que implica:

$$(I-E_{t-1})h_t = \frac{v_t+b((I-E_{t-1})m_t+e_t)}{1+b}$$

$$(I-E_{t-1})p_t = \frac{(I-E_{t-1})m_t+e_t-v_t}{1+b}$$

e, portanto:

$$h_t = \frac{1}{1+bc}h_{t-1} + \frac{b(I-E_{t-1})m_t+be_t+v_t}{1+b} \qquad (12.37)$$

$$p_t=E_{t-1}m_t - \frac{1}{1+bc}h_{t-1} + \frac{(I-E_{t-1})m_t+e_t-v_t}{1+b} \qquad (12.38)$$

Cinco conclusões das equações acima merecem destaque:

i) o efeito da expansão monetária imprevista $(I-E_{t-1})m_t$ é idêntico ao de um choque de demanda. Trata-se de uma propriedade geral dos modelos macroeconômicos de expectativas racionais. Isto posto, nos modelos a serem apresentados nas próximas seções, a expansão monetária imprevista será incorporada ao choque de demanda;

ii) no modelo, a expansão monetária esperada não afeta o desvio do produto;

iii) a evolução do desvio do produto, nos termos da equação (12.37) corresponde a um ciclo econômico. Com efeito, $cov(h_t,h_{t-1})=(1+bc)^{-1}$;

iv) os choques de demanda afetam os preços e o desvio do produto na mesma direção;

v) os choques de oferta afetam preços e produto em direções opostas.

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
BIBLIOTECA MARIO HENRIQUE SIMONSEN

12.6) O modelo de Gray-Fischer

Idealmente, um contrato salarial parcialmente indexado fixa um salário nominal base, de logaritmo w* e um coeficiente de indexação $\mu (0 \leq \mu \leq 1)$. O salário nominal efetivamente pago no instante t do contrato é igual, em logaritmos, a $w^* + \mu p_t$. Na prática é difícil, senão impossível, obter um índice de preços sincronizado com a data de pagamento dos salários. A análise desenvolvida por Jo Anna Gray, em 1976 e por Stanley Fischer em 1977, examina os efeitos macroeconômicos de uma indexação parcial instantânea, imaginando que isso fosse possível praticamente.

O modelo baseia-se nas seguintes equações:

$$y_t = a_t + b(p_t - w_t) + u_t \qquad (12.39) \qquad (E_{t-1}a_t = a_t;\ E_{t-1}u_t = 0)$$

$$\hat{y}_t = a_t + bE_{t-1}(p_t - w_t) \qquad (12.40)$$

$$h_t = y_t - \hat{y}_t \qquad (12.41)$$

$$w_t = w^* + \mu p_t \qquad (12.42) \qquad (0 \leq \mu \leq 1)$$

$$E_{t-1}m_t + e_t = p_t + h_t \qquad (12.43) \qquad (E_{t-1}e_t = 0)$$

A primeira equação descreve a oferta agregada, y indicando o logaritmo do produto real, p o logaritmo do índice de preços, w o dos salários nominais, e u um choque de oferta tipo ruído branco. A segunda equação supõe que os salários sejam contratados pela intersecção "ex-ante" das curvas de oferta e procura de mão de obra, ou seja, de modo a que $E_{t-1}y_t = \hat{y}_t$, $\hat{y}$ indicando o logaritmo do produto real a pleno emprego. A equação (12.41) define o desvio do produto, a equação (12.42) a regra de indexação salarial. Finalmente, a equação (12.43) completa o modelo descrevendo a demanda pela teoria quantitativa da moeda.

Da equação (12.42) segue-se que:

$$E_{t-1}w_t = w^* + \mu E_{t-1}p_t$$

já que o salário-base w* é fixado no início do período. Isto posto, subtraindo membro a membro as equações (12.39) e (12.40) chega-se à curva de Phillips de preços:

$$h_t = b(1-\mu)\ (I-E_{t-1})p_t + u_t \qquad (12.44)$$

Aplicando os operadores E_{t-1} e $I-E_{t-1}$ às equações (12.43) e (12.44) obtém-se:

$$E_{t-1}h_t = 0;\ E_{t-1}p_t = E_{t-1}m_t - E_{t-1}h_t = E_{t-1}m_t$$

$$(I-E_{t-1})h_t - b(1-\mu)\ (I-E_{t-1})p_t = u_t$$

$$(I-E_{t-1})h_t + (I-E_{t-1})p_t = e_t$$

Segue-se daí que:

$$h_t = \frac{b(1-\mu)e_t + u_t}{1 + b\ (1-\mu)} \qquad (12.45)$$

$$p_t = E_{t-1}m_t + \frac{e_t-u_t}{1+b(1-\mu)} \qquad (12.46)$$

Como no modelo da secção anterior a política monetária esperada não afeta o produto real, apenas os preços. Ao contrário do modelo da secção anterior, o de Gray-Fischer não é capaz de explicar o ciclo econômico, já que $cov(h_t,h_{t-1}) = 0$. Isso se deve ao fato de que a regra de contratação salarial no modelo $E_{t-1}h_t = 0$.

No que tange aos efeitos do grau μ de indexação salarial, as conclusões do modelo são as seguintes, desde que se suponha $cov(e_t,u_t)=0$:

i) quanto maior o grau μ de indexação salarial, menor a sensibilidade do produto aos choques de demanda;

ii) quanto maior o grau de indexação salarial, maior a sensibilidade do produto aos choques de oferta;

iii) quanto maior o grau de indexação, maior a sensibilidade dos preços a qualquer tipo de choque.

Essas conclusões decorrem das equações (12.45) e (12.46). Com efeito, desde que se suponha que e_t e u_t sejam não correlacionados:

$$\text{var } h_t = \frac{b^2(1-\mu)^2 \text{var } (e_t) + \text{var}(u_t)}{(1+b(1-\mu))^2}$$

$$\text{var}(I-E_{t-1})P_t = \frac{\text{var}(e_t)+\text{var}(u_t)}{(1+b(1-\mu))^2}$$

12.7) O modelo IS-LM

Nas duas secções anteriores o lado da demanda da economia foi descrito pela teoria quantitativa da moeda. Cuidemos agora do caso em que a demanda se descreve por uma combinação de curvas IS e LM log-lineares.

O lado da oferta da economia será representado pela relação de Phillips de preços:

$$h_t = b(I-E_{t-1})p_t + u_t \qquad (12.47) \qquad (E_{t-1}u_t = 0)$$

na linha do modelo de Gray-Fischer sem indexação, ou com um coeficiente de indexação parcial ($0 < \mu < 1$) já incorporado na constante b. O lado da demanda descreve-se pela relação IS:

$$h_t = C - D(r_t - E_{t-1}(p_{t+1}-p_t)) + e_{1t} \qquad (12.48)$$

$$(E_{t-1}e_{1t} = 0)$$

e pela relação LM:

$$E_{t-1}m_t - p_t + e_{2t} = Ah_t - ar_t + f \qquad (12.49)$$

$$(E_{t-1}e_{2t} = 0)$$

onde r_t indica a taxa nominal de juros, e_{1t} o choque real de demanda, e_{2t} o choque de demanda monetário. As equações acima traduzem, em notação de expectativas racionais, as apresentadas na secção 10.2 quando se discutiu a dinâmica da inflação com expectativas adaptativas. Em particular, vale notar que:

i) a relação IS (12.48) presume que a taxa real de juros $r_t - E_{t-1}(p_{t+1}-p_t)$ capaz de manter a economia a pleno emprego a menos de choques reais de demanda (isto é, capaz de tornar $E_{t-1}h_t = 0$) se mantenha constante no templo, igual a C/D;

ii) na relação LM (12.49), $m_t = \tilde{m}_t - A\hat{y}_t$, $\tilde{m}_t$ indicando o logaritmo da oferta de moeda, A a elasticidade-renda da procura de moeda, $\hat{y}_t$ o produto a pleno emprego. Consequentemente, $m_t - m_{t-1}$ indica o excesso da taxa de expansão monetária sobre a taxa de crescimento do produto a pleno emprego vezes a elasticidade renda da procura de moeda;

iii) escolhendo-se convenientemente as unidades de medida, torna-se:

$$a\frac{C}{D} - f = 0$$

Eliminando-se a taxa nominal de juros entre as equações (12.48) e (12.49) obtém-se a equação monetária:

$$E_{t-1}\, m_t + e_t = ch_t + p_t - aE_{t-1}(p_{t+1} - p_t) \qquad (12.50)$$

onde:

$$e_t = \frac{a}{D} e_{1t} + e_{2t} \qquad (12.51.a)$$

$$c = A + \frac{a}{D} \qquad (12.51.b)$$

Apliquemos os operadores E_{t-1} e $(I-E_{t-1})$ à relação de Phillips de preços (12.47) e à equação monetária (12.50). Resulta:

$$E_{t-1}h_t = 0 \qquad (I-E_{t-1})h_t - b(I-E_{t-1})p_t = u_t$$

$$E_{t-1}m_t = (a+1)E_{t-1}p_t - aE_{t-1}p_{t+1} \;;$$

$$c(I-E_{t-1})h_t + (I-E_{t-1})p_t = e_t$$

A novidade, no caso, é a equação de determinação de $E_{t-1}p_t$, do gênero da equação (12.33) da seção (12.4) e que deve ser resolvida para a frente. Escrevendo-a sob a forma:

$$(a+1)E_{t-1}p_t = aE_{t-1}p_{t+1} + E_{t-1}m_t$$

segue-se que:

$$(a+1)E_{t-1}p_{t+1} = aE_{t-1}p_{t+2} + E_{t-1}m_{t+1}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(a+1)E_{t-1}p_{t+n} = aE_{t-1}p_{t+n+1} + E_{t-1}m_{t+n}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Seja:

$$k = \frac{a}{a+1} \qquad (12.52)$$

Multiplicando a primeira equação por $(a+1)^{-1}$, a segunda por $(a+1)^{-1}k$, ..., a $n^{\underline{ésima}}$ por $(a+1)^{-1}k^{n-1}$, somando e supondo que:

$$\lim_{n\to\infty} k^n E_{t-1}p_{t+n} = 0 \qquad (12.53)$$

segue-se que:

$$E_{t-1}p_t = (a+1)^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} k^j E_{t-1}m_{t+j}$$

As componentes inesperadas $(I-E_{t-1})h_t$ e $(I-E_{t-1})p_t$ calculam-se trivialmente, como nas secções anteriores. Segue-se que:

$$h_t = \frac{u_t+be_t}{1+bc} \qquad (12.54)$$

$$p_t = (a+1)^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} k^j E_{t-1}m_{t+j} + \frac{e_t-cu_t}{1+bc} \qquad (12.55)$$

Isto posto, a taxa nominal de juros pode ser calculada a partir da curva LM (12.49):

$$r_t = a^{-1}(Ah_t+p_t-E_{t-1}m_t-e_{2t}+f)$$

ou, tendo em vista a equação (12.50):

$$r_t = \frac{C}{D} + a^{-1}(Ah_t+p_t-E_{t-1}m_t-e_{2t}) \qquad (12.56)$$

Vale indagar, inicialmente, até que ponto é plausível supor o limite (12.53), que é a base de toda a solução do sistema de equações. Desde que se suponha que a taxa esperada de variação relativa de preços seja limitada, isto é, $|E_{t-1}(p_{t+j+1}-p_{t+j})| < M$, a condição em questão será obedecida. Com efeito, no caso:

$$|E_{t-1}p_{t+n}| \leq |p_{t-1}| + (n+1)M$$

e o primeiro membro da equação (12.53) tenderá para zero já que $0 < k = a/(a+1) < 1$. A hipótese de que a taxa de inflação esperada seja limitada é, pois, condição suficiente para que se verifique a relação (12.53).

Como caso particular examinemos o caso em que se espera que a oferta de moeda se expanda à uma taxa constante μ por unidade de tempo, isto é:

$$E_{t-1}m_{t+j} = E_{t-1}m_t + \mu j \qquad (12.57)$$

Observando que:

$$\sum_{j=0}^{\infty} k^j = \frac{1}{1-k} = a+1$$

e que, por derivação dessa relação em relação a k;

$$\sum_{j=0}^{\infty} jk^{j-1} = \frac{1}{(1-k)^2} = (a+1)^2$$

o que implica:

$$\sum_{j=0}^{\infty} jk^j = a(a+1)$$

segue-se que:

$$p_t = E_{t-1}m_t + a\mu + \frac{e_t - cu_t}{1+bc} \qquad (12.58)$$

h_t e r_t sendo determinados pelas relações (12.55) e (12.56).

Comentemos as conclusões do modelo IS-LM acima apresentado.

Primeiro o modelo corrobora a conclusão dos modelos discutidos nas secções anteriores: a política monetária esperada não tem qualquer impacto sobre o produto real. Com efeito, $E_{t-1}h_t=0$. A conclusão só não é surpreendente, a esta altura, porque ela já se apresentou em outros modelos de expectativas racionais.

Segundo, para determinar p_t, o modelo precisa de uma suposição complementar, a de que o limite do primeiro membro da equação (12.53) seja igual a zero. A hipótese de limitação das primeiras diferenças de p_t(isto é, da taxa de inflação esperada) é suficiente para que essa condição se verifique,mas é de se perguntar por que os agentes econômicos, ao acertarem os preços de hoje, precisam admitir que a taxa de inflação não

explodirá daqui a cinco mil anos. Trata-se, de fato, de uma suposição heróica, mas sem a qual a macroeconomia das expectativas racionais não consegue sobreviver. Sem ela, a equação:

$$E_{t-1}m_t = (a+1)E_{t-1}p_t - aE_{t-1}p_{t+1}$$

cuja solução geral é:

$$E_{t-1}p_t = (a+1)^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} k^j E_{t-1}m_{t+j} + sk^{-t}$$

sendo s uma constante qualquer, é incapaz de determinar $E_{t-1}p_t$.

Esse problema de indeterminação surge na análise de Sargent e Wallace sobre o que acontece quando o Banco Central, ao invés da oferta de moeda resolve controlar a taxa nominal de juros. A equação monetária (12.50) torna-se inservível, pois agora a oferta de moeda torna-se endógena. Isto posto, as variáveis endógenas seriam determinadas, em princípio, pela curva de Phillips de preços (12.47) e pela relação IS (12.48), nesta última tomando-se r_t=r. Acontece que, aplicando-se o operador E_{t-1} a essas duas equações, resulta $E_{t-1}h_t = 0$ e:

$$E_{t-1}(p_{t+1}-p_t) = r - \frac{C}{D} \qquad (12.59)$$

A hipótese de que a taxa esperada de inflação se mantenha limitada agora nada contribui para a solução dessa equação. De fato, a taxa esperada de inflação passa a ser igual ao segundo membro da equação. O problema é que não há hipótese econômica plausível que permita determinar $E_{t-1}p_t$ a partir da equação (12.59).

A conclusão de Sargent e Wallace é que o controle da taxa de juros pelo Banco Central é condenável, pois deixa os preços sem âncora. Essa é uma conclusão profundamente estranha, e que nada tem a ver com os efeitos do controle de juros descritos na dinâmica da inflação com expectativas adaptativas discutidas, onde o controle dos juros leva a trajetórias instáveis (mas determinadas) da taxa de inflação.

Mais estranho ainda é o que se conclui do modelo quando se supõe que o Banco Central indexa a taxa de juros ao nível real constante r*, tornando:

$$r_t = r^* + p_{t+1} - p_t$$

Agora, aplicando-se o operador E_{t-1} à curva de Phillips de preços e à relação IS obtém-se $E_{t-1}h_t = 0$ e $E_{t-1}h_t = C - Dr^*$. Segue-se que, se r* for fixada fora do equilíbrio, isto é, tal que $C - Dr^* \neq 0$, não existe equilíbrio com expectativas racionais!

Também o caso de desemprego keynesiano, em que $C < 0$ na curva IS e $m_t = m$=constante na curva LM leva a uma situação de inexistência de equilíbrio com expectativas racionais, desde que se admita que os agentes econômicos descartem a hipótese de a taxa futura de inflação tender para o infinito. Com efeito, com essa hipótese, pela equação (12.58):

$$E_{t-1}p_t = E_{t-1}m_t = m.$$

Pela relação de Phillips de preços, $E_{t-1}h_t = 0$. Segue-se, da relação (12.56) que:

$$E_{t-1}r_t = \frac{C}{D} < 0$$

o que é absurdo, pois a taxa esperada de juros nominais não pode ser negativa.

Em suma, o modelo IS-LM mostra quão estranhas são as conclusões da macroeconomia das expectativas racionais, sugerindo que há algo errado por trás da teoria.

12.8) Neutralidade

Um traço comum a todos os modelos macroeconômicos de expectativas racionais até agora apresentados é a confirmação do princípio de neutralidade de Lucas e Sargent: a política monetária esperada não afeta o produto real. Essa conclusão aparentemente fornece argumentos irretorquíveis a favor da adoção da regra monetária friedmaniana, condenando qualquer tentativa de sintonia fina.

Vale discutir o que está por trás do princípio da neutralidade. Analiticamente ele é o resultado da chamada "curva de oferta de Lucas", isto é, da relação de Phillips de preços:

$$h_t = b(I-E_{t-1})p_t + ch_{t-1} + u_t \qquad (12.60)$$

onde $b > 0$, $0 < c < 1$, $E_{t-1}u_t = 0$. Aplicando-se o operador E_{t-1} a ambos os membros da equação acima:

$$E_{t-1}h_t = ch_{t-1}$$

Daí se conclui que, qualquer que seja a variável exógena z_t do modelo $E_{t-1}h_t$ independe de $E_{t-1}z_t$. Isto posto, como $h_t = E_{t-1}h_t + (I-E_{t-1})h_t$ e como $(I-E_{t-1})h_t$ e $E_{t-1}z_t$ são variáveis aleatórias não correlacionadas, segue-se que h_t e $E_{t-1}z_t$ são não correlacionadas. O princípio da neutralidade é um caso particular dessa conclusão, tomando-se $z_t=m_t$. Na realidade, a curva de oferta de Lucas leva a um resultado bem mais geral: nenhuma ação esperada de política econômica afeta o desvio do produto. Isso equivale a negar a eficácia não apenas da sintonia fina em política monetária, mas de qualquer tentativa de política anti-cíclica.

A elegância algébrica do raciocínio acima esconde a hipótese heróica que lastreia o princípio da neutralidade: a de que a duração dos contratos salariais coincida com o período de renovação das informações da Autoridade Monetária. Como essas informações se renovam semanalmente, ou pelo menos de mês em mês, e como os contratos salariais costumam estender-se por

um prazo bem maior, torna-se fácil desafiar a hipótese da neutralidade.

Um exemplo simples ilustra a questão. Tomemos o modelo de Gray-Fischer supondo o coeficiente de indexação igual a zero, e suponhamos que L seja o conjunto de informações no momento em que se contratam os salários nominais para o período t. Do lado da oferta, a economia descreve-se pela relação de Phillips de preços:

$$h_t = b(I-E_L)p_t + u_t \qquad (E_L u_t = 0)$$

e, do lado da demanda, pela equação quantitativa:

$$m_t + e_t = p_t + h_t \qquad (E_L e_t = 0)$$

Como $E_L h_t = 0$, é imediato que a política monetária esperada no momento em que se firmam os contratos salariais não afeta o desvio do produto. Sucede que, durante a vigência dos contratos salariais, o conjunto de informações da autoridade monetária pode ampliar-se de L para M. A essa altura, é possível que surjam informações novas sobre os choques de oferta e de demanda, e que os seus efeitos sobre o produto e os preços possam ser afetados por uma revisão da meta monetária.

Especificamente, designando por $R=E_M-E_L$ o operador revisão, e lembrando que, pelo teorema da projeção, (equação 12.19) $E_L E_M = E_M E_L = E_L$, o modelo acima resolve-se com as equações:

$$E_L h_t = 0 \qquad E_L p_t = E_L m_t$$

$$Rh_t = \frac{R(u_t + b(m_t+e_t))}{1+b} \qquad Rp_t = \frac{R(m_t+e_t-u_t)}{1+b}$$

$$(I-E_M)h_t = \frac{(I-E_M)(u_t+b(m_t+e_t))}{1+b} \qquad (I-E_M)p_t = \frac{(I-E_M)(m_t+e_t-u_t)}{1+b}$$

Suponhamos que, diante do conjunto de informações M, as autoridades monetárias resolvam adotar a política de minimização da variância do desvio do produto. Como $E_L h_t$, Rh_t e $(I-E_M)h_t$ são variáveis não correlacionadas e como, diante do

conjunto de informações M é impossível atuar sobre $(I-E_M)h_t$, a política de estabilização do produto é a que torna:

$$Rh_t = R(u_t+b(m_t+e_t)) = 0, \text{ ou seja:}$$

$$Rm_t = -Re_t - b^{-1}Ru_t \qquad (12.61)$$

Na mesma linha, se o objetivo é minimizar a variância dos preços, deve-se tomar:

$$Rp_t = R(m_t+e_t-u_t) = 0$$

$$Rm_t = Ru_t-Re_t \qquad (12.62)$$

Vale confrontar as relações (12.61) e (12.62). Se o objetivo é estabilizar o produto, diante de novas informações a autoridade monetária deve rever a meta de meios de pagamentos de modo a não afetar a previsão inicial do desvio do produto. Mutatis mutandis, regra semelhante deve ser adotada quando o objetivo é estabilizar os preços.

É importante sublinhar onde o objetivo da estabilização do produto coincide e onde diverge do objetivo de estabilização de preços. Quando o problema é de choques de demanda, os remédios são os mesmos: neutralizá-los pela revisão da meta monetária, isto é, tornando $R(m_t+e_t)=0$. A divergência ocorre diante da percepção dos choques de oferta. Agora, se o objetivo é estabilizar o produto, a política monetária deve ser revista de modo a repassá-los integralmente para os preços. Se o objetivo é estabilizar os preços, a revisão da meta monetária deve repassar todos os choques de oferta para o produto.

Em suma, o princípio da neutralidade na macroeconomia das expectativas racionais é uma estátua de pés de barro. Ele pressupõe que o período de aquisição de informações coincida com a duração dos contratos salariais, hipótese sem qualquer apoio empírico, e que implicitamente admite que os contratos salariais possam ser revistos com velocidade febril. Desfeita essa coincidência, surge a pergunta sobre o conjunto de informações diante do qual a política monetária esperada é efe

tivamente neutra. A resposta pode ser que tal conjunto de informações não existe. Basta supor que os contratos salariais sejam justapostos para que seja impossível identificar o conjunto de informações que assegura a neutralidade da política monetária, como veremos mais adiante com a discussão do modelo de John Taylor.

12.9) Inércia inflacionária e o problema de Muth

Num famoso artigo publicado em 1960, Muth pesquisou em que condições as expectativas adaptativas seriam racionais, isto é, para que processo estocástico x_t se teria:

$$E_{t-1}x_t = bx_{t-1} + (1-b)E_{t-2}x_{t-1} \quad (0 < b \leq 1) \qquad (12.63)$$

Fazendo:

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} k_{ti}e_{t-i}$$

sendo os k_{ti} constantes e e_{t-i} um ruído branco, segue-se que:

$$x_{t-1} = \sum_{j=0}^{\infty} k_{t-1,j}\, e_{t-1-j} = \sum_{i=1}^{\infty} k_{t-1,i-1}e_{t-i}$$

A equação (12.63) implica $E_{t-2}x_t = E_{t-2}x_{t-1}$, ou seja:

$$\sum_{i=2}^{\infty} k_{ti}e_{t-i} = \sum_{i=2}^{\infty} k_{t-1,i-1}e_{t-i}$$

e, portanto, $k_{ti}=k_{t-1,i-1} = a_{t-i}$. Isso significa que x_t é um processo estocástico estacionário, e que pode ser normalizado com $a_o=1$, ou seja:

$$x_t = e_t + a_1e_{t-1}+a_2e_{t-2}+a_3e_{t-3}+a_4e_{t-4}+\cdots\cdots$$

o que implica:

$$E_{t-1}x_t = a_1e_{t-1}+a_2e_{t-2}+a_3e_{t-3}+a_4e_{t-4}+\cdots\cdots$$

$$x_{t-1} = e_{t-1}+a_1e_{t-2}+a_2e_{t-3}+a_3e_{t-4}+\cdots\cdots$$

$$E_{t-2}x_{t-1} = a_1e_{t-2}+a_2e_{t-3}+a_3e_{t-4}+\cdots\cdots$$

Levando essas três últimas expressões à equação (12.63) resulta:

$$b = a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = \cdots\cdots$$

ou seja, a equação (12.63) é resolvida pelo processo:

$$x_t = e_t + b \sum_{i=1}^{\infty} e_{t-i} \qquad (12.64)$$

o qual se transforma num passeio aleatório, no caso em que b=1.

Discutamos o problema da inércia inflacionária. Nos modelos macroeconômicos discutidos nas secções anteriores não há, em tese, qualquer inércia nem nos preços nem na taxa de inflação. Com efeito, os preços em cada período são determinados pela oferta monetária do período e (no modelo IS-LM) pelas taxas projetadas de expansão monetária para o futuro. Isto posto, a taxa de inflação num período independe, em tese, do comportamento passado da inflação. Isso abre a possibilidade de um tratamento de choque da inflação sem qualquer efeito colateral sobre o produto: basta que banqueiros centrais que inspirem total credibilidade anunciem e implantem a regra monetária friedmaniana.

O que pode haver é uma inércia inflacionária aparente, resultante da inércia das taxas de expansão monetária. A título de exemplo, tomemos o modelo:

$p_t = w_t + u_t \quad (E_{t-1}u_t = u_{t-1})$ (regra de "mark-up")

$w_t - w_{t-1} = E_{t-1}p_t - p_{t-1} + \gamma E_{t-1}h_t$ (curva de Phillips de salários)

$m_t + e_t = p_t + h_t$ (equação quantitativa da moeda). $(E_{t-1}e_t = 0)$

Dessas equações resulta:

$$p_t = E_{t-1}m_t + v_t$$

sendo $v_t = u_t - u_{t-1}$ um ruído branco. Suponhamos agora que o Banco Central adote uma regra auto-regressiva de expansão monetária:

$$m_t = E_{t-1}m_t = m_{t-1} + \rho(m_{t-1} - m_{t-2})$$

Indicando por $\Pi_t = p_t - p_{t-1}$ a taxa de inflação, resulta:

$$\Pi_t = m_t - m_{t-1} + v_t - v_{t-1}$$

e, portanto:

$$\Pi_t = \rho\Pi_{t-1} + v_t - (1+\rho)v_{t-1} + \rho v_{t-2}$$

A equação acima descreve a inflação como um processo inercial, ou seja, auto-regressivo. Respeitada a autocorrelação dos resíduos, é possível estimá-la pelos métodos econométricos usuais. O problema é que, à luz da teoria das expectativas racionais, a auto-regressividade da inflação é simplesmente o resultado da auto-regressividade das taxas de expansão monetária.

Essa observação é a base da famosa crítica de Lucas à estimativa dos efeitos de uma mudança de política econômica por modelos econométricos convencionais. O ponto sublinhado por Lucas é que os coeficientes estimados nos modelos econométricos dependem de como as regras de política afetam as expectativas dos agentes econômicos. Isto posto, novas regras alteram esses coeficientes, tornando inservíveis as projeções a partir de modelos estimados a partir das regras antigas. A título de exemplo, se a expansão monetária obedece a um processo auto-regressivo, a inflação assume todas as características de um processo inercial. Apenas, essa descrição se torna inútil no momento em que se mudam as regras de política, passando-se, por exemplo, à adoção da regra friedmaniana.

12.10) Processos antecipativos e auto-regressivos

Na solução de sistemas de equações de expectativas racionais podem surgir quatro tipos de processos, os neutros, os auto-regressivos, os antecipativos e os mistos.

Nos processos neutros, as variáveis endógenas do período t ficam determinadas exclusivamente pelas variáveis exógenas no mesmo período e respectivas esperanças condicionais no início do período. O modelo de Gray-Fischer, discutido na secção (12.6) descreve as variáveis endógenas p_t, h_t como processos neutros, de acordo com as equações (12.45) e (12.46).

Nos processos auto-regressivos, as variáveis endógenas do período t ficam determinadas pelo seu comportamento passado e pelo desempenho das variáveis exógenas. No modelo discutido na secção (12.5), h_t é um processo auto-regressivo.Na versão mais simples, os processos auto-regressivos descrevem-se por uma equação do tipo:

$$x_t - kx_{t-1} = z_t \qquad (12.65)$$

Desde que se conheça a condição inicial x_o da variável endógena x, a equação acima tem por solução:

$$x_t = k^t x_o + \sum_{i=1}^{t} k^{t-i} z_i \qquad (12.66)$$

No caso particular em que $|k|<1$ pode ser plausível supor que:

$$\lim_{n\to\infty} k^n x_{t-n} = 0$$

Nesse caso, a solução da equação (12.65) é dada por:

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} k^j z_{t-j} \qquad (12.67)$$

exprimindo x_t a partir da história da variável exógena z, sem necessidade de especificação da condição inicial. Por que a condição inicial pode ser omitida nesse caso, fica claro pela observação da equação (12.66): como $|k|<1$, o efeito de x_o sobre

x_t é tanto menor quanto maior t. Assim, remontando ao passado remoto, é possível eliminar praticamente a condição inicial x_o.

Já nos processos antecipativos, a variável endógena x_t é determinada pelo seu desempenho previsto para o futuro e pela variável exógena z_t, por uma equação do tipo:

$$x_t = bE_t x_{t+1} + z_t \qquad (12.68.a)$$

ou:

$$x_t = bE_{t-1} x_{t+1} + z_t \qquad (12.68.b)$$

O logaritmo do nível de preços no modelo IS-LM discutido na secção 12.7 é exemplo típico de variável antecipativa. A técnica de solução para a frente da equação (12.68.a) já foi vista anteriormente. Admitindo-se a condição de transversalidade:

$$\lim_{n\to\infty} b^n E_t x_{t+n} = 0 \qquad (12.69)$$

obtém-se:

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} b^j E_t z_{t+j} \qquad (12.70)$$

O problema com as variáveis antecipativas é que a condição de transversalidade (12.69) só costuma fazer sentido econômico quando $|b|<1$. Ainda assim é preciso introduzir uma suposição suplementar, como a da limitação das primeiras diferenças esperadas para a variável endógena (tal como se fez com a taxa de inflação no modelo IS-LM). Sucede que, se $|b|<1$, a solução geral da equação (12.68.a) é:

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} b^j E_t z_{t+j} + kb^{-n}$$

sendo k uma constante qualquer. A condição de transversalidade (12.69) implica k=0. Mas, se ela não for verificada, a trajetória de x_t será a de uma bolha explosiva. (Essa é a explicação para as bolhas em expectativas racionais).

Um tipo híbrido e que surgirá no modelo de John Taylor, é o processo misto, gerado por uma equação do tipo:

$$aE_t x_{t+1} + bx_t + cx_{t-1} = z_t \qquad (12.71)$$

o que indica que a variável x_t é determinada simultâneamente pela variável exógena z_t, pela sua realização no período precedente (x_{t-1}) e pelo seu desempenho esperado no período seguinte ($E_t x_{t+1}$). Supõe-se que a equação:

$$ar^2+br+c = 0$$

possua duas raízes reais r' e r", sendo $|r'|>1$ e $|r"|<1$.

Façamos $\hat{x}_{t+n} = E_t x_{t+n}$, $\hat{z}_{t+n} = E_t z_{t+n}$ e avancemos a equação (12.71) período a período:

$$a\hat{x}_{t+1}+b\hat{x}_t+c\hat{x}_{t-1} = \hat{z}_t$$

$$a\hat{x}_{t+2}+b\hat{x}_{t+1}+c\hat{x}_t = \hat{z}_{t+1}$$

$$a\hat{x}_{t+3}+b\hat{x}_{t+2}+c\hat{x}_{t+1} = \hat{z}_{t+2}$$

$$a\hat{x}_{t+4}+b\hat{x}_{t+3}+c\hat{x}_{t+2} = \hat{z}_{t+3}$$

$$a\hat{x}_{t+5}+b\hat{x}_{t+4}+c\hat{x}_{t+3} = \hat{z}_{t+4}$$

.....

Multipliquemos a primeira equação por 1, a segunda por r'^{-1} a terceira por r'^{-2}, a quarta por r'^{-3} e assim por diante e suponhamos válida a condição de transversalidade:

$$\lim_{n\to\infty} r'^{-n}\,\hat{x}_{t+n} = 0$$

Observando que $a + br'^{-1} + cr'^{-2} = 0$, resulta:

$$(b+cr'^{-1})x_t + cx_{t-1} = \sum_{j=0}^{\infty} (r')^{-j}\hat{z}_{t+j} \qquad (12.72)$$

que é a solução da equação (12.71).

Por que é preciso supor que uma das raízes da equação $ar^2+br+c=0$ tenha módulo menor do que 1 e a outra módulo superior a 1, torna-se claro: a condição de transversalidade só

faz sentido se $|r'| > 1$, o que exige que pelo menos uma das raízes da equação tenha módulo superior a 1. Por outro lado, x_t deve ficar perfeitamente determinado a partir de qualquer realização de x_{t-1} e do comportamento da variável exógena esperado a partir do período t. Isso seria impossível se r" também tivesse módulo superior a 1, pois a equação (12.72) poderia ser reescrita substituindo-se r' por r". Sendo $|r"| < 1 < |r'|$, o problema pode ser solucionado pela equação (12.72), pois não mais se torna plausível supor que $(r")^{-n}\hat{x}_{t+n}$ convirja para zero.

12.11) O modelo de John Taylor

Num famoso artigo publicado em 1978, John Taylor mostrou que, com contratos salariais justapostos, a hipótese de expectativas racionais não implica a neutralidade da política monetária esperada. Basicamente, John Taylor admite que os contratos salariais durem um ano, mas que metade dos trabalhadores celebre seus contratos em 1º de janeiro, metade em 1º de julho. Isto posto, indicando por s_t o logaritmo do salário nominal do grupo reajustado no início do semestre t, o logaritmo w_t do salário nominal médio geométrico é dado por:

$$w_t = 0.5\ (s_t+s_{t-1}) \qquad (12.73)$$

já que no semestre t o salário de metade dos trabalhadores, medido em logaritmos, é igual a s_t, o de outra metade igual a s_{t-1}. A essa equação junta-se a regra de mark-up:

$$p_t = w_t+u_t \qquad (E_{t-1}u_t=0) \qquad (12.74)$$

A curva de Phillips do modelo é dada por:

$$0.5(s_t-E_{t-1}p_t) + 0.5(s_t-E_{t-1}p_{t+1}) = 0,5\gamma E_{t-1}(h_t+h_{t+1}) \qquad (12.75)$$

Como o contrato dura dois semestres, o primeiro membro da equação é a média do logaritmo dos salários reais esperados durante a vigência do contrato. Pela equação (12.74), o salário real médio esperado para a economia tem logaritmo igual a zero. A equação (12.75) admite que o poder aquisitivo médio esperado dos salários contratados no início do período t se desvie para mais ou para menos desse equilíbrio conforme a posição cíclica média prevista para o produto durante a vigência do contrato. Combinando-se as equações (12.73), (12.74) e (12.75) obtém-se:

$$s_t = 0,5(s_{t-1}+E_{t-1}s_{t+1}) + E_{t-1}\ \gamma(h_t+h_{t+1}) \qquad (12.76)$$

Taylor fecha o modelo descrevendo o lado da demanda pela equação quantitativa:

$$m_t+e_t = p_t + h_t \qquad (12.77)$$

Valem duas observações. Primeiro, as equações acima são uma versão estilizada do modelo original de John Taylor.Na versão original, a curva de Phillips de salários é apresentada diretamente na forma (12.76),,o que é de difícil compreensão.Além do mais, Taylor muda de lugar o choque de oferta u_t e admite, na curva de Phillips de salários, que os pesos de s_{t-1} e $E_{t-1}s_t$ possam ser diferentes, o que equivaleria a admitir que os assalariados atribuiriam diferentes pesos ao poder aquisitivo do primeiro e do segundo semestre do contrato salarial. Trata-se de uma generalização pouco relevante e que introduz complicações algébricas potenciais que Taylor não soluciona.

A segunda observação é que, como as variáveis são expressas em logaritmos, as médias geométricas nas equações (12.73) e (12.75) tomam o lugar do que deveriam ser médias aritméticas ou harmônicas. Trata-se de uma aproximação destinada a tornar o modelo log-linear, sem o que a álgebra de expectativas racionais se complicaria bastante.

Notemos que, pela equação (12.77):

$$E_{t-1}(h_t+h_{t+1}) = E_{t-1}(m_t+m_{t+1}) - E_{t-1}(p_t+p_{t+1})$$

Tendo em vista (12.73) e (12.74):

$$E_{t-1}(p_t+p_{t+1}) = 0,5s_{t-1} + s_t + 0,5\,E_{t-1}s_{t+1}$$

combinando as duas últimas equações e a relação de Phillips (12.76), resulta:

$$0,5(\gamma-1)s_{t-1} + (\gamma+1)s_t + 0,5(\gamma-1)\hat{s}_{t+1} = \gamma(\hat{m}_t+\hat{m}_{t+1}) \qquad (12.78)$$

onde um acento circunflexo sobre uma variável indica a sua esperança condicional ao conjunto de informações no final do período t-1. Estamos diante de um processo misto, parcialmente auto-regressivo, parcialmente antecipativo. Notemos que a equação algébrica:

$$0,5\,(\gamma-1)r^2 + (\gamma+1)r + 0,5(\gamma-1) = 0$$

possui uma raiz a de módulo menor do que 1:

$$a = \frac{1 - \sqrt{\gamma}}{1 + \sqrt{\gamma}}$$

a outra raiz sendo a^{-1}, e portanto com módulo maior que 1. Em termos de a, a equação (12.78) pode ser escrita na forma:

$$-a\hat{s}_{t+1} + (1+a^2)\hat{s}_t - as_{t-1} = \frac{(1-a)^2}{2}(\hat{m}_t + \hat{m}_{t+1})$$

Desde que se suponha que os agentes econômicos descartam a hipótese de $s_t - s_{t-1}$ tender para o infinito, segue-se, pela equação (12.72) que:

$$s_t = as_{t-1} + \frac{(1-a)^2}{2} \sum_{j=0}^{\infty} a^j(\hat{m}_{t+j} + \hat{m}_{t+j+1}) \qquad (12.79)$$

as demais variáveis endógenas do modelo determinando-se imediatamente a partir de s_t.

John Taylor analisa especificamente os efeitos de uma regra monetária:

$$m_t = (1-g)p_t \qquad (0 < g \leq 1)$$

o que, pela equação quantitativa (12.77), torna:

$$E_{t-1}h_t = -gE_{t-1}p_t = -0,5g(s_t + s_{t-1})$$

adiantando essa equação de um período e levando o resultado na relação de Phillips (12.76) obtém-se:

$$0,5(\gamma g - 1)s_{t-1} + (\gamma g + 1)s_t + 0,5(\gamma g - 1)\hat{s}_{t+1} = 0$$

de onde resulta, com as condições de transversalidade usuais, que:

$$s_t = \frac{1 - \sqrt{\gamma g}}{1 + \sqrt{\gamma g}} \; s_{t-1}$$

e, pela equação (12.80):

$$E_{t-1}h_t = -\frac{g}{1 + \sqrt{\gamma g}} \; s_{t-1}$$

expressão que depende de g. Daí se conclui que uma mudança da regra monetária afeta $E_{t-1}h_t$, ou seja, que o princípio da neutralidade não se verifica com contratos salariais justapostos.

Note-se que, no modelo de John Taylor, até a regra friedmaniana $m_t = 0$ torna a inflação auto-regressiva. Com efeito, no caso $s_t = as_{t-1}$. Como:

$$\Pi_t = p_t - p_{t-1} = w_t + u_t - w_{t-1} - u_{t-1} = 0,5(s_t - s_{t-2}) + u_t - u_{t-1}$$

$$\Pi_t = a\Pi_{t-1} + u_t - (1+a)u_{t-1} + au_{t-2}$$

Nessa linha, o modelo endossa a conclusão de que um tratamento de choque da inflação gera recessão. Especificamente, eliminemos do modelo os choques de oferta e de demanda, e suponhamos que, até o período 0 a economia se encontre em equilíbrio inflacionário à taxa constante μ:

$$m_t = \mu t$$

$$p_t = m_t$$

$$s_t = \mu(t+0,5)$$

$$h_t = 0$$

expressões consistentes com as equações (12.73) e (12.77) quando se supõe $u_t = e_t = 0$.

Admitamos que no final do período 0 o Banco Central mude a política monetária de modo a estabilizar os preços em p_o. Isso implica $m_{t+j} = E_{t-1}m_{t+j} = 0$ para quaisquer $t \geq 1$ e $j \geq 0$. Pela equação (12.79):

$$s_t = as_{t-1}$$

partindo da condição inicial $s_o = 0,5\mu$. Isso significa que, para $t \geq 1$:

$$s_t = 0,5\mu a^t$$

$$p_t = m_t - h_t = -h_t = 0,25\mu a^{t-1}(1+a)$$

ou seja, a estabilização de preços ao nível p_o, por um tratamento de choque, custa uma recessão em que, a menos de choques,

a perda esperada total do produto é expressa por:

$$\sum_{t=1}^{\infty} h_t = -0,25 \ \frac{1+a}{1-a} \ \mu$$

Há, no entanto, uma grande diferença entre a transição recessiva do modelo acima e a do modelo de expectativas adaptativas descrito nas secções 10.2 e 10.3. Neste último, a recessão era inevitável, qualquer que fosse a trajetória escolhida para o combate à inflação. Agora, a recessão deve-se apenas à tentativa de estabilizar os preços ao nível p_o. Com efeito, suponhamos que o governo adotasse a seguinte regra monetária a partir do fim do período 0:

$$m_{t+j} = E_{t-1} m_{t+j} = 0,5\mu \qquad (t \geq 1; \ j \geq 0)$$

Pela equação (12.79) teríamos agora:

$$s_t = as_{t-1} + 0,5\mu \qquad (t \geq 1)$$

partindo da condição inicial $s_o = 0,5\mu$. Pela nova regra monetária, a oferta de moeda cresceria $0,5\mu$ entre o período 0 e o período 1, para daí por diante se estabilizar em $0,5\mu$. Os salários de cada grupo, pela equação acima, se estabilizariam em $s_t = 0,5\mu$ para $t \geq 1$. Os preços subiriam de $p_o = 0$ para $p_1 = 0,5\mu$ no período 1, para se estabilizar daí por diante. Mais ainda, abstraídos os choques de oferta e de demanda, a estabilização dos preços nessa fórmula gradualista, que aceitaria uma inflação temporária de $0,5\mu$ apenas no período 1, seria indolor. Com efeito, para $t \geq 1$ teríamos $h_t = m_t - p_t = 0,5\mu - 0,5\mu = 0$.

Em suma, a inércia no modelo de John Taylor de contratos salariais justapostos é o que se pode apelidar inércia fraca: salários e preços só se vinculam ao seu desempenho passado por conta dos contratos vincendos. O combate indolor à inflação sem políticas de rendas continua parecendo uma possibilidade real, desde que se aceite uma transição gradualista.

12.12) Modelos de ponto de sela

Em muitos problemas de expectativas racionais uma variável auto-regressiva x_t interage com uma variável antecipativa y_t de acordo com o sistema linear:

$$x_{t+1} = a_{11}x_t + a_{12}y_t + b_1 + u_{1,t+1} \qquad (12.80.a)$$

$$E_t y_{t+1} = a_{21}x_t + a_{22}y_t + b_2 + u_{2t} \qquad (12.80.b)$$

onde os a_{ij} e os b_i são constantes, os u_{it} choques tais que $E_{t-1}u_{it} = 0$, onde se supõe $a_{12}a_{22} \neq 0$, e onde se admite que a matriz $[a_{ij}]$ possua um auto-valor de módulo maior do que 1, outro de módulo menor do que 1. Isso é o mesmo que dizer que a equação:

$$r^2 - (a_{11}+a_{22})r + (a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}) = 0$$

possui duas raízes reais distintas, r_1 e r_2, sendo $|r_1| < 1$ e $|r_2| > 1$.

A equação (12.80.a) mostra que x_{t+1} é determinado a partir do comportamento de x_t e y_t mais um choque. A equação (12.80.b) indica que y_t é determinado a partir de x_t e de $E_t y_{t+1}$. Isso obviamente exige $a_{22} \neq 0$. A hipótese $a_{12} \neq 0$ indica que y_t afeta a trajetória da variável auto-regressiva.

Se (z_1, z_2) é um auto-vetor correspondente ao auto-valor r_i da matriz $[a_{ij}]$ deve-se ter:

$$a_{11}z_1 + a_{12}z_2 = r_i z_1$$

como $a_{12} \neq 0$, e como um auto-vetor não pode ser igual a zero, segue-se que $z_1 \neq 0$. Isto posto, podemos normalizar os auto-vetores, tomando (1;k) para a raiz r_1 e (1;g) para o auto-vetor de r_2.

Indiquemos por $\hat{x}_{t+n} = E_{t-1}x_{t+n}$ e por $\hat{y}_{t+n} = E_{t-1}y_{t+n}$. Das equações (12.80) segue-se que:

$$\hat{x}_{t+n+1} = a_{11}\hat{x}_{t+n} + a_{12}\hat{y}_{t+n} + b_1$$

$$\hat{y}_{t+n+1} = a_{21}\hat{x}_{t+n} + a_{22}\hat{y}_{t+n} + b_2$$

sistema cuja solução geral é dada por:

$$\hat{x}_{t+n} = h_1 + c_1 r_1^{t+n} + c_2 r_2^{t+n} \qquad (12.81.a)$$

$$\hat{y}_{t+n} = h_2 + kc_1 r_1^{t+n} + gc_2 r_2^{t+n} \qquad (12.81.b)$$

onde c_1, c_2 são constantes e onde h_1 e h_2 se determinam pelo sistema:

$$h_1 = a_{11}h_1 + a_{12}h_2 + b_1$$

$$h_2 = a_{21}h_1 + a_{22}h_2 + b_2$$

Introduzamos a hipótese habitual de que as primeiras diferenças esperadas para x_t e y_t sejam limitadas. Nas equações (12.81) isso implica $c_2 = 0$, ou seja:

$$\hat{x}_{t+n} = h_1 + c_1 r_1^{t+n}$$

$$\hat{y}_{t+n} = h_2 + kc_1 r_1^{t+n}$$

e portanto:

$$\hat{y}_{t+n} = h + k\hat{x}_{t+n}$$

onde:

$$h = h_2 - kh_1$$

Da equação acima decorre, para n = 0:

$$E_{t-1}y_t = h + kE_{t-1}x_t \qquad (12.82)$$

e, portanto:

$$y_t = h + kx_t + z_t \qquad (12.83)$$

onde $E_{t-1}z_t = 0$.

Para determinar z_t façamos $R_t = E_t - E_{t-1}$. Da equação (12.80.a) recuada de um período, segue-se que:

$$R_t x_t = u_{1t}$$

Avançando a equação (12.82) de um período, $E_t y_{t+1} = h+kE_t x_{t+1}$, e portanto:

$$R_t y_{t+1} = kR_t x_{t+1}$$

Aplicando o operador R_t às equações (12.80.a), (12.80.b) e (12.83):

$$R_t x_{t+1} = a_{11} R_t x_t + a_{12} R_t y_t$$

$$R_t y_{t+1} = a_{21} R_t x_t + a_{22} R_t y_t + u_{2t}$$

$$R_t y_t = kR_t x_t + z_t$$

Daí se segue:

$$R_t x_{t+1} = (a_{11}+a_{12}k)\, R_t x_t + a_{12} z_t = r_1\, u_{1t} + a_{12} z_t$$

$$R_t y_{t+1} = (a_{21}+a_{22}k)\, R_t x_t + a_{22} z_t + u_{2t} = r_1 k u_{1t} + a_{22} z_t + u_{2t}$$

já que $R_t x_t = u_{1t}$, e já que, $(1,k)$ é auto-vetor correspondente ao auto-valor r_k da matriz a_{ij}, o que implica:

$$a_{11} + a_{12}k = r_1$$

$$a_{21} + a_{22}k = r_1 k$$

Como $R_t y_{t+1} = kR_t x_{t+1}$, segue-se que:

$$z_t = (a_{12}k - a_{22})^{-1} u_{2t} \qquad (12.84)$$

Levando a expressão (12.83) à equação (12.80.a) resulta:

$$x_{t+1} = (a_{11}+a_{12}k)x_t + b_1 + a_{12}h + u_{1,t+1} + a_{12} z_t$$

$$= r_1 x_t + b_1 + a_{12}(h_2 - kh_1) + u_{1,t+1} + a_{12} z_t$$

Como $h_1 = a_{11} h_1 + a_{12} h_2 + b_1$, segue-se que:

$$b_1 + a_{12}(h_2 - kh_1) = h_1(1 - a_{11} - ka_{12}) = h_1(1 - r_1)$$

De onde se conclui que a trajetória de x_t é determinada pela equação:

$$x_{t+1} = r_1 x_t + (1-r_1)h_1 + u_{1,t+1} + a_{12} z_t \qquad (12.85)$$

Dada a condição inicial x_o, segue-se que:

$$x_t = h_1 + r_1^t x_o + \sum_{j=1}^{t} r_1^{t-j} (u_{ij} + a_{12} z_{j-1}) \quad (12.86)$$

Em suma, a variável auto-regressiva x_t é determinada pela sua condição inicial x_o e pelos choques, de acordo com a equação (12.86). A variável antecipativa y_t determina-se, conhecida x_t, pela equação (12.83).

Uma versão popular do modelo do ponto de sela suprime os choques (o que transforma expectativas racionais em perfeita previsão) e trata o tempo como variável contínua, substituindo as equações (12.80) por:

$$\dot{x} = a_{11}x + a_{12}y + b_1 \quad (12.87.a)$$

$$\dot{y} = a_{21}x + a_{22}y + b_2 \quad (12.87.b)$$

mantendo a suposição de que $a_{12}a_{22} \neq 0$ e supondo, agora que:

$$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} < 0. \quad (12.88)$$

o que implica que a matriz $[a_{ij}]$ possua dois auto-valores reais distintos, sendo $r_1 < 0$ e $r_2 > 0$.

A equação (12.87.a) diz que a derivada à direita de x em relação ao tempo ($\dot{x}$) é determinada a partir de x e y; a equação (12.87.b) estabelece que y é determinada por x e pela esperança condicional de sua derivada à direita em relação ao tempo, $E_t\dot{y}$. Como há perfeita previsão, $E_t\dot{y} = 0$.

Como na análise do caso estocástico com tempo discreto, conclui-se imediatamente que os auto-valores r_1 e r_2 correspondem auto-vetores (1;k) e (1,g). Isto posto, a solução geral do sistema (12.87) é dada por:

$$x = h_1 + c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} \quad (12.89.a)$$

$$y = h_2 + kc_1 e^{r_1 t} + gc_2 e^{r_2 t} \quad (12.89.b)$$

onde c_1, c_2 são constantes, e onde h_1, h_2 são determinados pelas equações lineares:

$$a_{11}h_1 + a_{12}h_2 + b_1 = 0$$

$$a_{21}h_1 + a_{22}h_2 + b_2 = 0$$

Nas equações (12.89) a variável auto-regressiva x está amarrada à sua condição inicial x_o. Já a variável antecipativa y não está vinculada a nenhuma condição inicial. Isso deixa indeterminado o sistema (12.89), no sentido de que há uma infinidade de trajetórias que obedecem às equações (12.87) respeitando a condição inicial x_o. Para levantar a indeterminação, introduz-se a hipótese costumeira em expectativas racionais: a de que os agentes econômicos descartem a hipótese de $\dot{x}$ ou $\dot{y}$ se tornarem ilimitadas. Isso exige que nas relações (12.89) se tenha $c_2 = 0$. Segue-se que, com essa hipótese:

$$x = h_1 + c_1 e^{r_1 t} \qquad (12.90.a)$$

$$y = h_2 + kc_1 e^{r_1 t} \qquad (12.90.b)$$

onde a constante c_1 é determinada de modo a se ter:

$$x_o = h_1 + c_1 \qquad (12.90.c)$$

As equações acima determinam a única trajetória convergente de perfeita previsão. Nessa trajetória, a variável antecipativa y é função linear da variável auto-regressiva x:

$$y = h + kx \qquad (12.91) \qquad (h=h_2-kh_1)$$

Um exercício importante de dinâmica comparativa consiste em examinar o que acontece se, em determinado instante (que pode ser arbitrado com t=0), mudarem os parâmetros b_1 e/ou b_2, nas equações (12.89) o que implica numa mudança de h (mas não de k) na equação (12.91). A resposta é que x não se altera nesse instante, mas que a variável antecipativa y pula de acordo com a variação de h, ajustando-se à nova trajetória convergente de perfeita previsão.

A título de exemplo, tomemos uma economia com taxa de câmbio flexível, salários nominais flexíveis (o que garante

o pleno emprego) e onde a política monetária seja conduzida de modo a assegurar a estabilidade de preços. Indicando por r a taxa interna de juros, por r' a taxa externa de juros (que se supõe constante), por e o logaritmo da taxa de câmbio, por A o ativo externo líquido do país, admite-se que o ingresso Z de capitais estrangeiros autônomos seja função crescente de ambos, o ativo externo líquido do país e do diferencial de taxa de juros ajustado à expectativa de desvalorização cambial:*

$$Z = a(r-r'-\dot{e}) + bA + f \qquad (12.92.a)$$

O saldo de transações correntes compõe-se de uma função crescente da taxa de câmbio mais o rendimento r'A do ativo externo líquido:

$$B = ce+r'A+g \qquad (12.92.b)$$

O equilíbrio produto-despesa descreve-se pela relação IS:

$$h = C-Dr+B \qquad (12.92.c)$$

a hipótese de flexibilidade salarial implicando:

$$h = 0 \qquad (12.92.d)$$

O aumento do ativo externo líquido é igual ao saldo de transações correntes:

$$\dot{A} = B \qquad (12.92.e)$$

A hipótese da taxa de câmbio flexível implicando:

$$B+Z = 0 \qquad (12.92.f)$$

Combinando-se essas equações obtém-se:

$$r = \frac{C+B}{D} \qquad (12.93)$$

e o sistema:

$$\dot{A} = r' A + ce + g$$

$$\dot{e} = (r'(a^{-1}+D^{-1}) + ba^{-1})A + c(a^{-1}+D^{-1})e + (a^{-1}+D^{-1})g + fa^{-1} + CD^{-1} - r'$$

---

* É óbvio que, com perfeita previsão deveríamos ter $r = r' + \dot{e}$, por arbitragem. A equação (12.92.a) pressupõe incerteza e aversão ao risco, o que só poderia ser descrito por um modelo estocástico. Assim, o modelo determinista em questão deve ser encarado como simplificação didática de um modelo estocástico.

cujo determinante $-cba^{-1}$ é negativo. No caso, e é a variável retrospectiva, e a antecipativa, isto é, a que pode pular por não estar amarrada a condições iniciais. No equilíbrio de ponto de sela tem-se $\dot{A} = \dot{e} = 0$, o que implica:

$$A^* = \frac{a(r'-CD^{-1}) - f}{b} \qquad (12.94.a)$$

$$e^* = \frac{r'A^* + g}{c} \qquad (12.94.b)$$

A única trajetória convergente de perfeita previsão poderia obter-se adicionando-se a esse ponto de sela um autovetor genérico correspondente ao auto-valor negativo da matriz do sistema. Um procedimento gráfico mais prático, descrito na figura 12.1, permite localizar aproximadamente essa trajetória convergente de perfeita previsão.

O ponto de partida para a análise gráfica é a construção das retas $\dot{A} = 0$ e $\dot{e} = 0$. É essencial notar, no caso que:

i) o valor absoluto do coeficiente angular da reta $\dot{e}=0$ é superior ao da reta $\dot{A}=0$;

ii) as duas retas interceptam-se no ponto de sela $(A^*;e^*)$;

iii) A cresce (isto é $\dot{A}$ é positivo) à direita da reta $\dot{A}=0$, decresce à esquerda dessa reta, como indicam as setas horizontais;

iv) do mesmo modo, e cresce acima da reta $\dot{e}=0$, decresce abaixo dessa reta, conforme indicam as setas verticais.

Isto posto, pela análise das setas (ou seja, do diagrama de fase), conclui-se que a única trajetória convergente de perfeita previsão, a linha tracejada na figura 12.1, situa-se entre as retas $\dot{A} = 0$ e $\dot{e} = 0$.

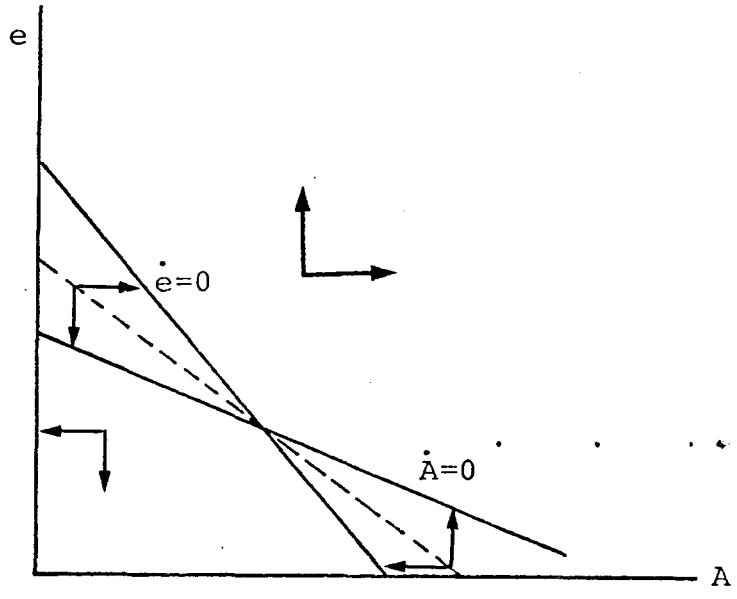

Figura 12.1

Suponhamos que a economia já tenha encontrado o seu equilíbrio de ponto de sela no ponto P da figura 12.2. Admitamos agora que o governo aumenta seu déficit, o que no modelo equivale a aumentar o parâmetro C para C'. Pelas equações do modelo, a reta $\dot{e} = 0$ se desloca para baixo (de $(\dot{e} = 0)_I$ para $(\dot{e} = 0)_{II}$) sem que se altere a reta $\dot{A} = 0$. Num primeiro impacto, o ativo externo líquido não se altera e a taxa de câmbio pula para baixo, do ponto P para o ponto Q, localizando a nova trajetória convergente de perfeita previsão. Com o correr do tempo, o sistema converge para o novo ponto de sela P', onde o ativo externo líquido é menor do que em P e onde a taxa de câmbio se desvaloriza em relação à configuração inicial P.

O exemplo acima exemplifica o problema do "overshooting" de uma variável antecipativa, no caso a taxa de câmbio. A expansão fiscal, num primeiro impacto, valoriza a taxa de câmbio, mas a longo prazo a desvaloriza além da valorização inicial. Em linhas gerais, o que acontece no curto prazo é que a expansão fiscal, aumentando o diferencial r-r' entre as taxas interna e externa de juros atrai mais capitais estrangeiros autônomos, provocando com isso a valorização cambial. O resultado, no entando, é uma perda do ativo externo líquido do país e dos rendimentos correspondentes. Isto posto, a longo prazo, pa

ra reequilibrar o saldo comercial mais serviços não fatores, a taxa de câmbio têm que se desvalorizar em relação à posição inicial,anterior à expansão fiscal.

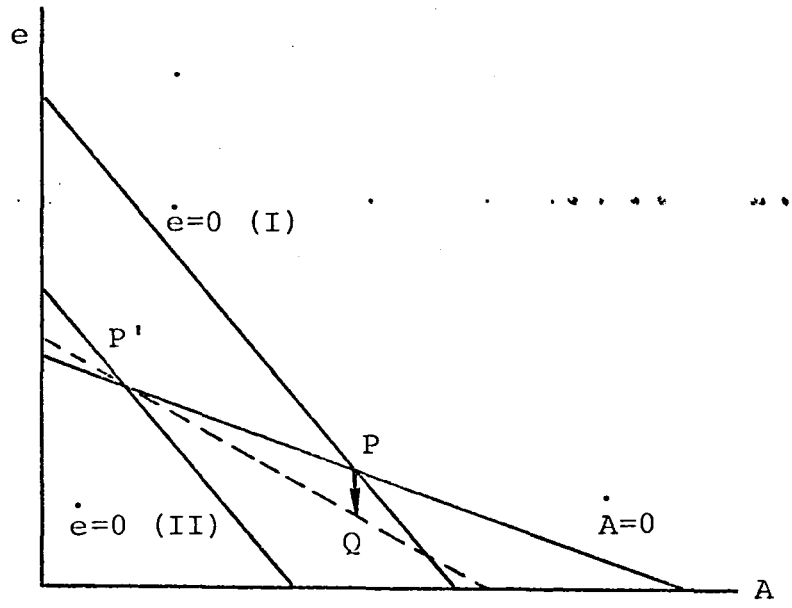

Figura 12.2

12.13) O estranho mundo das expectativas racionais

A macroeconomia das expectativas racionais baseia-se numa hipótese bem mais atraente do que a de expectativas adaptativas: os agentes econômicos projetam o comportamento das variáveis endógenas a partir do comportamento esperado das variáveis exógenas. Essa hipótese aparentemente plausível leva, no entanto, a conclusões estranhas.

Primeiro, tal como na macroeconomia neoclássica, os ajustes costumam efetuar-se via preços e não via quantidades, mesmo no curto prazo. As alterações das quantidades explicam-se apenas por choques ou contratos salariais de médio e longo prazo.

Segundo, o simples modelo "curva de Phillips - IS - LM" analisado na secção 12.7 leva a conclusões empiricamente surpreendentes: se o Banco Central fixa a taxa nominal de juros, o nível de preços fica indeterminado; se a taxa natural de juros reais é negativa (desemprego keynesiano), não há equilíbrio com expectativas racionais; se o banco central indexa os juros, fixando a taxa realizada em $r_t = r+p_{t+1}-p_t$ também não costuma haver equilíbrio com expectativas racionais.

Terceiro, em muitos modelos de expectativas racionais, não há um único, mas uma infinidade de equilíbrios. Para levantar a indeterminação usa-se uma hipótese adicional, a de que os agentes econômicos descartem a possibilidade de as primeiras diferenças das variáveis endógenas seguirem trajetórias explosivas. Ou seja, assume-se que a sociedade firme um pacto anti-bolhas. Em mercados como o de ações, taxas flexíveis de câmbio e semelhantes, onde os preços presentes dependem das expectativas de preços futuros, esse pacto parece não existir, pois as bolhas realmente ocorrem. Noutros casos, como o da determinação dos preços no modelo IS-LM ou no dos salários no modelo de John Taylor, as bolhas parecem uma possibilidade remota, mas a condição de transversalidade usual é tão artificial quanto a possibilidade que ela pretende eliminar, um surto inflacionário por combustão espontânea e sem oxigênio monetário.

Quarto, a teoria dos ciclos engasga-se diante da hipótese de expectativas racionais. Tomemos, por exemplo, o modelo da secção (12.5), onde o ciclo é gerado pela combinação da curva de oferta agregada:

$$h_t = b(p_t - w_t) + u_t \qquad (E_{t-1}u_t = u_{t-1})$$

com a curva de Phillips de salários:

$$w_t - w_{t-1} = E_{t-1}p_t - p_{t-1} + cE_{t-1}h_t$$

Tomando as primeiras diferenças da curva de oferta agregada, introduzindo a relação de Phillips de salários e fazendo $u_t - u_{t-1} = v_t$, obtém-se a relação de Phillips de preços:

$$h_t + bcE_{t-1}h_t - h_{t-1} = b(I - E_{t-1})p_t + v_t$$

de onde resulta:

$$E_{t-1}h_t = \frac{1}{1+bc}\, h_{t-1}$$

caracterizando a evolução cíclica do produto.

A questão nesse modelo é que a curva de Phillips de salários, no caso, é uma relação "ad-hoc" dissociada da hipótese de que os trabalhadores procurem maximizar a sua utilidade. Com efeito, essa maximização levaria os trabalhadores a esperar que a economia se equilibrasse sobre a curva de oferta de mão de obra, ou seja, a pleno emprego. Uma relação de Phillips compatível com essa hipótese seria:

$$w_t - w_{t-1} = E_{t-1}p_t - p_{t-1} + cE_{t-1}h_t + b^{-1}h_{t-1}$$

a qual, combinada com as primeiras diferenças da curva de oferta agregada daria:

$$(1+bc)E_{t-1}h_t = b(I - E_{t-1})h_t + v_t$$

e, portanto, $E_{t-1}h_t = 0$, acabando com a correlação serial do desvio do produto.

Isto posto, levando-se a hipótese de expectativas racionais às últimas consequências, conclui-se que, a menos de

ruídos brancos, todo desemprego é voluntário. Mas isso, como observou Modigliani, equivale a interpretar a Grande Depressão como uma fantástica epidemia de preguiça dos trabalhadores norte-americanos!

Diante de conclusões tão estranhas, conclui-se que deve haver algo de errado com a macroeconomia das expectativas racionais. Vale examinar onde está esse ponto falho. Para isso precisamos voltar ao ponto que Keynes tentou dissecar: como funciona uma economia de mercado na ausência do leiloeiro walrasiano. A descrição nos leva à teoria dos jogos não cooperativos, onde o conceito de racionalidade será discutido na próxima secção.

12.14) Racionalidade em jogos não cooperativos

Um jogo não cooperativo de n pessoas e com interferência da natureza descreve-se, na forma normal, da seguinte maneira: i) cada jogador dispõe de um conjunto X_i de estratégias, X_1 para o primeiro, X_2 para o segundo, ... X_n para o $n^{\text{ésimo}}$; ii) cada jogador i deve escolher uma estratégia $x_i \in X_i$ sem poder comunicar-se com os demais; iii) cada jogador escolhe sua estratégia sem saber as estratégias escolhidas pelos demais nem que estado da natureza ocorrerá; iv) a utilidade de cada jogador depende das estratégias escolhidas, por ele e pelos demais jogadores, e do estado da natureza que se realizar; v) os estados da natureza podem ocorrer de acordo com um sistema conhecido de probabilidades objetivas. Isto posto, a utilidade esperada de cada jogador será:

$$EU_i = F_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

O conceito mais popular de equilíbrio em jogos não cooperativos é devido a Nash. Trata-se de um conjunto de estratégias $\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n\}$, uma para cada jogador, tal que nenhum deles possa aumentar a sua utilidade esperada mudando unilateralmente de estratégia, isto é, tal que, para qualquer $x_i \in X_i$:

$$F_i(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_{i-1}, \hat{x}_i, \hat{x}_{i+1}, \ldots \hat{x}_n) \geq F_i(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_{i-1}, x_i, \hat{x}_{i+1}, \ldots, \hat{x}_n) \quad (i=1, \ldots n)$$

A idéia é uma extensão do equilíbrio de oligopólio de Cournot. Até que ponto ela corresponde a comportamento racional em jogos não cooperativos, eis o nó da questão. É claro que se cada jogador, ao escolher sua estratégia, conhecesse as escolhas dos demais jogadores, e se considerasse incapaz de afetar essas escolhas, um equilíbrio de Nash representaria simplesmente o resultado da maximização da utilidade esperada de cada jogador. A questão é que o jogo não cooperativo na forma normal é, por definição, um jogo de informação imperfeita: cada jogador deve escolher a sua estratégia antes de saber a escolha dos demais. Isso leva a várias complicações.

Comecemos pelos jogos sem interferência da natureza (ou, o que dá na mesma, com um único estado possível da natureza). O verdadeiro sentido de equilíbrio de Nash é o de sabedoria a posteriori: verificadas as escolhas dos demais participantes, nenhum jogador se arrepende da estratégia que escolheu. Em jogos com diversos estados da natureza, o conceito é híbrido: trata-se de racionalidade ex-ante no que diz respeito aos estados da natureza, mas de sabedoria a posteriori no que tange às escolhas estratégicas dos demais jogadores. Com efeito, o que agora cada jogador verifica num equilíbrio de Nash é que ele não poderia ter aumentado a sua utilidade esperada mudando unilateralmente a sua estratégia. Contudo, conhecido o estado da natureza, outra escolha estratégica talvez lhe tivesse proporcionado maior utilidade.

Fiquemos, para simplificar, nos jogos com um único estado da natureza, e que já complicam suficientemente a associação entre racionalidade a priori e equilíbrio de Nash. Há dois problemas. Primeiro, muitos jogos práticos são de informação incompleta: cada jogador conhece a sua função utilidade esperada, mas desconhece a dos demais. Nesse caso, não há elementos para calcular o equilíbrio de Nash. Segundo, mesmo em jogos de informação completa, em que cada jogador conhece as utilidades esperadas de todos os demais, o arrependimento de um jogador que se desvie da estratégia de Nash pode acarretar o arrependimento do que jogou a estratégia de Nash.

A título de exemplo, voltemos ao jogo da metade da média, descrito na secção 12.1. Suponhamos que p jogadores se comportem como estrategistas de Nash, tomando $x_i = 0$ e os n-p restantes escolham $x_j = 0,5$. Todos eles se arrependerão, a posteriori, das escolhas feitas, dadas as opções dos demais. Só que o arrependimento nada custa aos jogadores do segundo grupo enquanto custa 100 dólares ao estrategista de Nash. Em suma, o estrategista de Nash só se comporta racionalmente quando se engaja numa aposta: a de que todos os demais participantes agirão como estrategistas de Nash. Se essa aposta é racional ou uma manifestação de irresponsabilidade, depende do jogo. No caso do jogo da metade da média, parece adequado classificar o es-

trategista de Nash como irresponsável.

Isso nos leva a um outro conceito, o de estratégia de maximin: trata-se da estratégia que maximiza a utilidade esperada do jogador na pior hipótese quanto às estratégias dos demais jogadores. A título de exemplo, voltemos ao jogo da metade da média. Escolhendo x_i no intervalo $[0,1]$, o ganho do $i^{\text{ésimo}}$ jogador será:

$$V_i=0, \text{ se } x_i > \frac{1}{2n} \sum_{j=0}^{n} x_j, \text{ ou seja, se } x_i > \frac{1}{2n-1} \sum_{j\neq 1} x_j$$

$$V_i=+100, \text{ se } x_i = \frac{1}{2n} \sum_{j=0}^{n} x_j, \text{ ou seja, se } x_i = \frac{1}{2n-1} \sum_{j\neq 1} x_j$$

$$V_i=-100, \text{ se } x_i < \frac{1}{2n} \sum_{j=0}^{n} x_j, \text{ ou seja, se } x_i < \frac{1}{2n-1} \sum_{j\neq 1} x_j$$

Como $0 \leqslant x_j \leqslant 1$, segue-se que $0 \leqslant \sum_{j\neq 1} x_j \leqslant n-1$. Segue-se que se $x_i < \frac{n-1}{2n-1}$, o $i^{\text{ésimo}}$ jogador tanto pode ganhar 100 quanto perder 100, dependendo da escolha dos demais. Escolhendo $x_i \geqslant \frac{n-1}{2n-1}$, o risco de perder 100 desaparece. Qualquer dessas escolhas é uma estratégia de maximin. A estratégia dominante de maximin consiste em escolher:

$$x_i = \frac{n-1}{2n-1}$$

o jogador i, com essa escolha, ganhará 100 dólares se todos os demais escolherem $x_j=1$, e nada perderá se algum escolher $x_j<1$.

O que é mais racional, escolher a estratégia de Nash $x_i=0$ ou a estratégia dominante de maximin $x_i = (n-1)/(2n-1)$? No caso, a estratégia de maximin parece bem mais sensata, mas isso se deve a uma peculiaridade do jogo: quem erra para mais nada perde, que erra para menos perde o que ganharia se acertasse na mosca metade da média.

Reformulemos a estrutura de pagamentos do jogo, estabelecendo uma multa de um dólar para quem escolher x_i acima de metade da média, uma multa de dois dólares para quem tomar

x_i abaixo da metade da média e mantendo o prêmio de 100 dólares para quem acertar na mosca metade da média. As estratégias de Nash e de maximin continuam as mesmas do caso anterior, mas as estruturas de prêmios e punições convidam os jogadores a serem um pouco mais ousados do que no exemplo anterior. Por exemplo, cada um deles pode partir do palpite $\sum_{j\neq i} x_j = (n-1)s_i$ onde $0 < s_i < 1$, e tomar:

$$x_i = \frac{n-1}{2n-1} s_i$$

ficando a meio caminho entre a estratégia de Nash e de maximin.

O que a discussão acima deixa claro é que comportamento racional, em jogos não cooperativos, não é um conceito fácil de se estabelecer. Por certo, para uma ampla classe de jogos, os do tipo A, o conflito entre as estratégias de Nash e de maximin não existe: são os jogos em que todo equilíbrio de Nash é uma combinação de estratégias dominantes de maximin e vice-versa. Em tais jogos, a própria prudência leva à sabedoria a posteriori. Jogos em que cada participante dispõe de uma estratégia dominante (isto é, uma estratégia preferível a qualquer outra independentemente do que façam os demais jogadores, como no dilema dos prisioneiros) pertencem a essa classe. O mesmo acontece com jogos de duas pessoas de soma zero com ponto de sela. Um outro exemplo é dado pelo seguinte jogo da média: "cada aluno, numa classe de n, deve escolher o número x_i no intervalo fechado $[0;1]$; indicando por:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

o prêmio do $i^{\text{ésimo}}$ aluno será:

$$V_i = 1 - (x_i - \bar{x})^2 - (\bar{x} - 0{,}5)^2$$

Verifica-se facilmente que as estratégias de maximin e de Nash coincidem, levando todos os alunos a escolher $x_i = 0{,}5$.

É plausível supor que em jogos não cooperativos do tipo A, participantes racionais acertem de saída o equilíbrio de Nash. Isso vale tanto para jogos de informação completa quan

to incompleta, pois para identificar a sua estratégia de maximin, um jogador não precisa conhecer as utilidades esperadas dos demais.

O problema são os jogos do tipo B, em que surge o conflito Nash-maximin, como no jogo de metade da média. Como outro exemplo, tomemos o jogo bi-matricial (as casas (a,b) da matriz indicando, respectivamente o ganho a do jogador X e o ganho b do jogador Y):

	Y_I	Y_{II}	Y_{III}
X_I	(3;2)	(-10;8)	(-3;5)
X_{II}	(8;3)	(5;5)	(-10;4)
X_{III}	(4;6)	(5;-8)	(4;4)

No caso, as estratégias de maximin são X_{III} para o primeiro jogador e Y_{III} para o segundo, assegurando um ganho mínimo igual a 4 para cada um deles. Contudo, o único equilíbrio de Nash é a combinação de estratégias (X_{II},Y_{II}) e que proporciona um ganho igual a 5 para cada um deles. Mais uma vez, o conceito de racionalidade é ambíguo, mas as estratégias de maximin parecem mais atrativas do que as de Nash. Com efeito, se X se comportar como estrategista de Nash e Y como de maximin, o prejuízo será de X, que tomará um prejuízo igual a 10. Do mesmo modo, se o segundo jogador escolher a estratégia de Nash Y_{II} e o primeiro a de maximin X_{III}, o prejuízo igual a 8 será do estrategista de Nash.

Por certo, em jogos com um único equilíbrio de Nash, a repetição pode acabar levando ao equilíbrio. Com efeito, fora do equilíbrio, sempre surge o incentivo para que um jogador tente mudar unilateralmente de estratégia. Como modelar essa convergência para o equilíbrio de Nash é assunto aberto à polêmica. O protótipo clássico é devido a Cournot: cada jogador procura maximizar seu ganho no $n^{\underline{ésimo}}$ lance, presumindo que os demais parceiros repitam o lance anterior. No exemplo bi-matricial acima apresentado, supondo que o ponto de partida seja a

combinação $(X_{III};Y_{III})$ de estratégias de maximin, teríamos:

1º lance: X_{III},Y_{III}

2º lance: X_{III},Y_{I}

3º lance: X_{II},Y_{I}

4º lance: X_{II},Y_{II}

ou seja, o equilíbrio de Nash seria alcançado no quarto lance, mantendo-se daí por diante.

Do mesmo modo, usando o prctótipo de Cournot para o jogo de metade da média, e supondo que o primeiro lance todos os jogadores tomem a estratégia dominante de maximin, teríamos no $t^{\underline{ésimo}}$ lance:

$$x_{it} = \{\frac{n-1}{2n-1}\}^{t}$$

convergindo para o equilíbrio de Nash $x_i=0$ quanto t tende para o infinito.

A crítica clássica ao modelo de convergência de Cournot é que ele se baseia numa hipótese em que os participantes do jogo erram sistematicamente em suas previsões: cada qual muda de estratégia lance a lance presumindo que os demais repitam a estratégia do lance anterior, o que é falso. Podem-se desenvolver modelos mais sofisticados de aproximações sucessivas para o equilíbrio de Nash. Nenhum deles, no entanto escapa a um dilema: num jogo não cooperativo do tipo B, isto é, em que há conflito entre as estratégias de Nash e de maximin, ou os jogadores se baseiam em hipóteses falsas ou se comportam com imprudência. Donde se conclui que as primeiras podem ser convenientes, desde que forneçam uma aproximação prudente para o equilíbrio de Nash.

Note-se que a convergência para o equilíbrio de Nash é uma possibilidade, não uma certeza. Em jogos com mais de um equilíbrio de Nash, a questão se complica. A título de exemplo, consideremos o jogo bi-matricial:

	Y_I	Y_{II}
X_I	(-20;-20)	(15;-15)
X_{II}	(-15;15)	(12;12)

Há agora dois equilíbrios de Nash, $(X_I;Y_{II})$ e $(X_{II};Y_I)$, o primeiro ótimo para o primeiro jogador mas péssimo para o segundo, o outro ótimo para o segundo mas péssimo para o primeiro. Mais ainda, se cada jogador tentar forçar o equilíbrio que lhe é favorável, o primeiro escolhendo a estratégia X_I, o segundo a estratégia Y_I, ambos ficarão no pior dos mundos. O bom senso sugere que ambos os jogadores optem pela combinação de maximin $(X_{II};Y_{II})$ que assegura a cada um ganho igual a 12, mas isso nada tem a ver com equilíbrio de Nash. Mais ainda, a dinâmica de Cournot, partindo da combinação de maximin $(X_{II};Y_{II})$ levaria os jogadores a se alternar entre as combinações $(X_{II};Y_{II})$ e $(X_I;Y_I)$.

12.15) Expectativas racionais e equilíbrios de Nash

Estamos agora em condições de provar uma proposição fundamental, na qual se baseia toda a crítica à macroeconomia das expectativas racionais: ela implicitamente supõe que participantes racionais num jogo não cooperativo localizem imediatamente um equilíbrio de Nash.

Que o funcionamento de uma economia competitiva sem leiloeiro walrasiano é um jogo não cooperativo é questão que dispensa maiores explicações. Cada agente é obrigado a tomar suas decisões (isto é, a escolher suas estratégias) sem saber como agirão os demais. Os agentes eventualmente podem reunir-se em grupos, como cooperativas e sindicatos, mas feita essa ressalva, não dispõem de maiores informações sobre as estratégias dos demais.

Comecemos pelo caso não estocástico, em que a hipótese de expectativas racionais equivale à de perfeita previsão. O que diz, no caso, um modelo macroeconômico de expectativas racionais é que um vetor X de variáveis endógenas é determinado por um vetor Y de variáveis exógenas controladas pelo governo:

$$X = f(Y) \qquad (12.95)$$

as componentes de X e Y podendo ser datadas, de modo a descrever o comportamento da mesma variável em diferentes períodos.

Que o vetor de variáveis endógenas X resulta de um processo de agregação, é imediato. Numa economia com n agentes privados:

$$X = g(X_1, X_2, \ldots, X_n, Y) \qquad (12.96)$$

onde X_i é o vetor de decisões do $i^{\text{ésimo}}$ agente.

Desagregando a economia, o vetor X_i deve ser determinado por um processo de maximização da utilidade $F_i(X_1, X_2, \ldots, X_n, Y)$ do $i^{\text{ésimo}}$ agente. Numa economia competitiva é plausível supor que cada agente se julgue capaz de mudar sua estratégia

sem alterar a dos demais. Essa hipótese determina a sua função de reação:

$$X_i = H_i(X_1,\ldots,X_{i-1},X_{i+1},\ldots,X_n,Y) \quad (i=1\ldots n) \qquad (12.97)$$

Suponhamos que o sistema de equações de reação seja determinado, dado Y. A hipótese de perfeita previsão implica que os vetores $X_1,X_2,\ldots,X_n$ obedeçam às equações de reação (12.97), cuja solução dá:

$$X_i = h_i(Y) \qquad (12.98)$$

Isto posto, a equação (12.95), que sintetiza o modelo macroeconômico, resulta das relações (12.96) e (12.98), tomando-se:

$$X = g(h_1(Y),h_2(Y),\ldots,h_n(Y),Y) = f(Y)$$

A relação entre a hipótese de expectativas racionais e equilíbrio de Nash torna-se evidente. O vetor X de variáveis endógenas é uma função dos vetores de decisão individual $X_1,X_2,\ldots,X_n$. A decisão ótima X_i de cada indivíduo i é função $H_i(X_1,\ldots,X_{i-1},X_{i+1},\ldots,X_n,Y)$ das decisões dos demais indivíduos e do vetor de política econômica Y. O problema da interdependência entre os indivíduos soluciona-se pela resolução do sistema de equações de reação dado o vetor de variáveis de política Y. Ou seja, encontrando-se, para cada Y, o equilíbrio de Nash do jogo entre os n agentes privados.

Num modelo de expectativas não racionais, dado Y, os X_i não são determinados pelo sistema de equações (12.97), mas por equações do tipo:

$$X_i = H_i(X^*_{1i},\ldots\ldots,X^*_{i-1,i},X^*_{i+1,i},\ldots,X^*_{ni},Y)$$

como nos modelos de equilíbrio temporário da teoria do equilíbrio geral. A construção desses modelos é bem mais complicada, em tese, exigindo que se especifique como se estabelece X^*_{ki} para cada $k \neq i$. A hipótese de expectativas racionais elimina essa complicação tomando $X^*_{ki} = X_k$.

Uma complicação possível é que o sistema de equações de reação (12.97) tanto pode ser determinado, impossível quanto indeterminado. O primeiro caso corresponde à descrição acima apresentada. O segundo, à inexistência de equilíbrio de Nash, e portanto à inexistência de equilíbrio com expectativas racionais. O terceiro caso é o de equilíbrios múltiplos de Nash, o que leva à multiplicidade de equilíbrios com expectativas racionais, como no modelo IS-LM e outros tantos analisados neste capítulo.

Passemos agora ao caso estocástico, e que exige algumas hipóteses adicionais. Designando por E_L a esperança condicional ao conjunto de informações disponível L é preciso supor que a utilidade esperada de cada agente privado:

$$E_L F_i(X_1, X_2, \ldots, X_n, Y) = F_i(X_1, X_2, \ldots, X_n, E_L Y)$$

o que só se verifica sob certas hipóteses, como a de que a utilidade $F_i(X_1, X_2, \ldots, X_n, Y)$ seja função linear de Y. Isto posto, o equilíbrio de Nash entre os agentes privados dá:

$$X_i = h_i(E_L Y) \qquad (12.99)$$

Tendo em vista a equação (12.96) segue-se que:

$$X = Z(E_L Y, Y) \qquad (12.100)$$

dentro do protótipo da macroeconomia das expectativas racionais.

12.16) Inércia e políticas de rendas - Uma nova visão

A idéia de que as medidas monetárias e fiscais afetam as quantidades antes de afetar os preços é tão velha quanto a macroeconomia. Só que ela não encontra amparo na macroeconomia das expectativas racionais, a menos quando se apela para a existência de contratos a longo prazo, como no modelo de John Taylor. Ainda assim, o máximo que a hipótese de expectativas racionais consegue explicar é uma inércia fraca, bem mais branda do que a que se costuma verificar na prática.

A discussão precedente fornece uma nova explicação para o problema da inércia. Uma mudança na política monetária ou fiscal implica numa mudança das estratégias de Nash para os vários participantes do jogo. Num jogo tipo B, quer a informação incompleta, quer a incerteza de cada jogador de que os demais imediatamente localizem as novas estratégias de Nash, é um obstáculo ao deslocamento imediato para o novo equilíbrio. Inércia é o termo genérico que indica as dificuldades para se encontrar imediatamente um equilíbrio de Nash num jogo não cooperativo do tipo B.

Ilustremos a discussão acima com um exemplo. Admitamos uma economia com um contínuo de bens, um para cada número real $0 \leq x \leq 1$, cada qual produzido por um agente econômico. O produto nominal R da economia é controlado pelo governo, presumivelmente pelo controle de algum agregado monetário relevante. Cada agente econômico deve fixar seu preço P_x antes de conhecer os preços fixados pelos demais. Isto feito, o índice geral de preços é dado por:

$$P = g\{\int_0^1 z(x,P_x)\,dx\} \qquad (12.101)$$

onde $g(z(x,P_x))$ é função crescente de P_x e onde P é homogêneo de grau um nos P_x, isto é:

$$\lambda g\{\int_0^1 z(x,p_x)\,dx\} = g\{\int_0^1 z(x,\lambda P_x)\,dx\} \qquad (12.102)$$

Admitamos que a utilidade do indivíduo x seja função homogênea de grau zero de P_x,P,R. E que, para cada par (P,R), exista um único P_x tal que maximize essa utilidade:

$$P_x = f_x(P,R) \qquad (12.103)$$

P_x é o preço do bem x que maximiza a utilidade do seu produtor dado o nível geral de preços e dado o produto nominal R. O problema é que cada indivíduo x é obrigado a fixar P_x antes de conhecer o nível geral de preços P e o produto nominal R. Um governo com credibilidade acima de qualquer suspeita pode tornar R predeterminado. Ainda assim, P_x deve ser fixado antes que se conheça P, que pela equação (12.101) depende do conjunto dos P_x ($0 \leq x \leq 1$). Admitiremos que $f_x(P,R)$ seja função contínua, crescente nas suas duas variáveis e homogênea do grau um (o que resulta de a utilidade individual ser homogênea de grau zero em P_x,P,R) e que, para qualquer P positivo se tenha:

$$f_x(P,0) = 0 \quad ; \quad f_x(P,\infty) = \infty$$

Imaginemos que todos os agentes econômicos imaginem que o nível geral de preços será igual a P* e que o produto nominal seja igual a R. Isto posto, cada agente econômico tomará $P_x = f_x(P^*,R)$. Como consequência, o verdadeiro nível geral de preços será, de acordo com a equação (12.101):

$$P = h(P^*,R) = g\left\{\int_0^1 z(x,\ f_x(P^*,R))dx\right\} \qquad (12.104)$$

o que obviamente pode levar a erros de previsão, isto é, a $P \neq P^*$.

Notemos que, pelas hipóteses acima, $h(P^*,R)$ é função contínua, crescente em ambas as variáveis e homogênea do grau um. Além disso, para qualquer P* positivo:

$$h(P^*,0) = 0 \quad ; \quad h(P^*,\infty) = \infty$$

Daí se segue que, para cada P positivo, existe um único real $R > 0$ tal que:

$$h(P,R) = P \qquad (12.105)$$

Como h(P,R) é homogênea do primeiro grau nas suas duas variáveis, essa equação resolve-se por:

$$R = \frac{P}{c} \qquad (12.106) \qquad (c > 0)$$

Podemos agora provar imediatamente a existência e unicidade do equilíbrio de Nash no jogo de fixação dos preços. Num tal equilíbrio, todos os participantes do jogo devem prever corretamente P e R, tomando P_x de acordo com a equação (12.103). Segue-se, pelas equações (12.105) e (12.106) que:

$$P = cR \qquad (12.107)$$

Examinemos agora o problema da inércia. Admitamos que o governo, após manter por muito tempo o produto nominal em R, decida-se a mudá-lo para R'. Presume-se que, antes da mudança os agentes econômicos já se tivessem acomodado ao equilíbrio de Nash em que P=cR, fixando $P_x = f_x(cR,R)$.

O problema é como reagem os agentes econômicos, logo após o governo anunciar a mudança do produto nominal de R para R'. Num jogo tipo B, a localização no novo equilíbrio de Nash pode não ser imediata, quer porque os agentes econômicos, com informação incompleta, desconheçam a equação (12.101), que fecha o sistema de equações, quer porque eles suspeitem de que os demais participantes não se movam prontamente para a nova estratégia de Nash. Na dinâmica de Cournot, supondo que os agentes econômicos acreditem efetivamente na mudança do produto nominal de R para R', a dinâmica do índice geral de preços se determinará a partir de:

$$P_{xt} = f_x(P_{t-1},R')$$

o que implica:

$$P_t = h(P_{t-1},R') \qquad (12.108)$$

Como a função h é crescente e homogêna de grau um nas suas duas variáveis, é fácil provar que o nível geral de preços converge para o novo equilíbrio de Nash, em que P = cR'. A título de exemplo, se $P_{t-1} > cR'$, segue-se que:

$$P_{t-1} = h(P_{t-1}, P_{t-1}/c) > h(P_{t-1}, R') > h(cR', R') = cR'$$

o que significa que $P_{t-1} > P_t > cR'$. Segue-se que o nível geral de preços seguirá uma sequência decrescente e limitada inferiormente, e portanto convergente para cR', o novo equilíbrio de Nash.

A inércia é o resultado dessa chegada ao novo equilíbrio de Nash por aproximações sucessivas. Inicialmente, o produto real era R/P = 1/c. No meio do caminho, o produto real torna-se igual a R'/P_t, até chegar ao novo equilíbrio de Nash igual ao inicial, em termos de produto real.

A discussão acima pode ser transposta para explicar a inércia inflacionária. Basta supor que, antes do programa de estabilização, o governo expanda o produto nominal a uma taxa constante r, e que os agentes econômicos tomem $R=R_o(1+r)^t$ e $P = P_o(1+r)^t$, num equilíbrio móvel de Nash à taxa r, por período. Subitamente, o governo resolve estabilizar o produto nominal. Ainda que os agentes econômicos creiam piamente nas promessas do governo, nem todos admitirão que os demais agentes econômicos continuem a aumentar seus preços, ou à taxa r, ou a algo um pouco inferior, mas positivo. Isso é suficiente para explicar a inércia inflacionária. Se a economia estiver praticamente indexada, ninguém se desindexa espontâneamente sem ter a certeza de que todos os demais se desindexam.

A discussão acima, de certa forma, reabilita teoricamente a hipótese das expectativas adaptativas. A hipótese vale na medida em que descreve a localização de um equilíbrio de Nash num jogo não cooperativo do tipo B por aproximações sucessivas. Apenas, não faz sentido modelar expectativas independentes das políticas esperadas do governo, na tradição de Cagan. A síntese, é uma teoria de expectativas adaptativo-racionais, como no modelo acima apresentado de fixação de preços. Elas são racionais no que concerne a R, adaptativas quanto ao nível geral de preços P.

Dentro dessa concepção, as políticas de rendas, ou seja, as de controles temporários de salários e preços, encon

tram uma justificação teórica: elas se destinam a apressar a localização do novo equilíbrio de Nash. No exercício precedente, suponhamos que após o governo mudar a renda nominal de R para R' decrete que todos os preços devem variar na mesma proporção. A utilidade do decreto é que, uma vez que todos os agentes se convençam de que o novo nível geral de preços será P' = PR'/R todos eles localizarão sem incertezas as novas estratégias de Nash. Nesse sentido, as políticas de rendas, embora discutíveis na medida em que constrangem o comportamento individual, valem pelo seu conteúdo informacional, ou seja, como os outros se comportarão.

É claro que políticas de rendas mal orquestradas podem ser uma tentativa infrutífera de combater a inflação pelos seus efeitos, como se discutiu no Capítulo X, a começar pelo famigerado Plano Cruzado. Contudo, como também se viu no Capítulo X, elas podem ser bem sucedidas, como aconteceu no Brasil em 1964, e na França, Itália e Espanha na década de 1980. O que interessa à presente discussão é por que políticas de rendas bem articuladas podem ser úteis, tema que a teoria econômica jamais explicou convincentemente. A resposta é que elas podem apressar a localização do equilíbrio de Nash.

12.17) Exercícios

1) Seja (W;p) um espaço de probabilidades finito: $y, x_1, \ldots, x_n$ variáveis aleatórias definidas em W. Defina a esperança condicional $E(y|x_1,\ldots,x_n)$. Mostre que a esperança condicional é o estimador não tendencioso de y em função $x_1,\ldots,x_n$ de mínima variância.

Sugestão: O espaço de probabilidades é o conjunto de pontos $(w_1,\ldots,w_N)$ de W e as respectivas probabilidades $p_1,\ldots p_N$. Uma variável aleatória é uma função definida em W e com valores reais. Se $z = f(w)$ é uma variável aleatória, sua esperança matemática é, por definição, $Ez = p_1 f(w_1)+\ldots+p\ f_N(w_N)$.

Seja $X=(x_1,\ldots,x_n)$ um vetor de variáveis aleatórias. As possíveis realizações de X determinam uma partição de W, no sentido de que, dado X, sabe-se que a realização foi um evento em W, isto é, um determinado subconjunto de seus pontos W(X). As probabilidades condicionais a X de cada ponto de W são fornecidas pelo teorema de Bayes: $p_X(w_i) = p_i/p(X)$ se $w_i \in X$; e $P_X(w_j)=0$ se $w_j \notin X$.

2) No exercício anterior prove que, se $E_L y = E(Y|x_1,\ldots,x_n)$:

i) $E_L(a_1y_1+a_2y_2) = a_1E_Ly_1+a_2E_Ly_2$ para quaisquer variáveis aleatórias y_1, y_2, e para quaisquer constantes a_1, a_2.

ii) $E_L(c) = c$, para qualquer constante c;

iii) para quaisquer variáveis aleatórias y_1 y_2:

$$E_L\ (y_1 E_L y_2) = (E_L y_1)\ (E_L y_2)$$

A partir desses resultados e dos do exercício 1 prove que:

a) $E_L^2 = E_L$

b) $E(y_1E_Ly_2) = E(y_2E_Ly_1)$

c) se $L < M$, $E_LE_M = E_ME_L = E_L$ (teorema da projeção)

3) Tome o modelo de Gray-Fischer discutido na secção 12.6. Suponha conhecidas as variâncias dos choques de oferta u_t e dos choques de demanda e_t, os quais se supõem não correlacionados. Calcule o grau de indexação salarial que minimiza a variância do produto.

4) O modelo de Gray-Fischer supõe a possibilidade de indexação instantânea dos salários. Admita que isso não seja possível, pelas defasagens no cálculo do custo de vida, e que por isso a equação (12.42) deva ser substituída por: $w_t = w^* + \mu P_{t-1}$. Resolva o novo modelo e interprete os resultados.

5) Resolva o modelo "curva de Phillips - IS-LM" da secção 12.7 substituindo a relação IS (12.48) por:

$$h_t = C - D(r_t - E_t(P_{t+1} - p_t)) + e_{1t} \qquad (E_t e_{1t} = e_{1t})$$

6) (O modelo de salários justapostos de Stanley Fischer). Suponha uma economia onde metade dos contratos de trabalho são celebrados em 1 de janeiro, metade em 1 de julho. Cada contrato é fixado por um ano, prevendo para o primeiro semestre de vigência o salário de pleno emprego esperado para esse primeiro semestre, e para o segundo semestre de vigência o salário de pleno emprego esperado para esse segundo semestre. Isto posto, os contratos celebrados no início do período t fixam um salário nominal igual a $E_{t-1}\hat{w}_t$ para o período t e $E_{t-1}\hat{w}_{t+1}$ para o período t+1, $\hat{w}$ indicando o logaritmo do salário a pleno emprego. Assim, o salário médio geométrico no período t é dado por:

$$w_t = 0{,}5(E_{t-1}\hat{w}_t + E_{t-2}\hat{w}_t)$$

Complete o modelo com as equações de oferta agregada:

$$h_t = b(p_t - w_t) + u_t$$

onde u_t é um choque de oferta, e com a equação quantitativa:

$$m_t + e_t = p_t + h_t$$

Pode-se assegurar a neutralidade da política monetária? Em caso contrário, determine a regra monetária que: i) minimiza a variância do produto; ii) minimiza a variância dos preços.

7) No modelo de Stanley Fischer acima discutido suponha que, inicialmente, a taxa de inflação é constante igual a μ. Um programa de estabilização monetária necessariamente exige recessão?

8) Estenda o exercício acima ao caso em que os salários justapostos à Stanley Fischer são firmados por n períodos.

9) Trate o tempo como variável contínua e suponha perfeita previsão. Indicando por R a taxa de juros a longo prazo (a das perpetuidades) e r a taxa de juros a curto prazo, demonstre a relação:

$$r = R - \frac{\dot{R}}{R}$$

Sugestão: Indique, por v(t) o valor, no instante 0, de uma promessa de pagamento de uma unidade monetária com vencimento no instante t, e lembre que:

$$\frac{1}{R(t)} = \frac{1}{v(t)} \int_t^{\infty} v(\tau)\, d\tau$$

e que:

$$r(t) = - \frac{v'(t)}{v(t)}$$

10) Com base no exercício acima, tome uma economia com preços rígidos, capacidade ociosa e considere o modelo IS-LM na forma:

$$h = C - DR$$
$$m = ah - \alpha r$$

Explique a razão econômica para que a taxa de juros relevante seja a de longo prazo na curva IS e na relação LM. Des-

cartando trajetórias explosivas, examine os efeitos sobre o produto e taxas de juros de uma expansão fiscal e de uma expansão monetária. É possível impor a condição de que o desvio do produto não dê saltos?

11) O valor presente A_t de uma ação é igual ao valor atual do próximo dividendo esperado mais o da próxima cotação A_{t+1}, isto é:

$$A_t = v_{t,t+1} E_t(D_{t+1} + A_{t+1})$$

onde $v_{t,t+n}$ indica o valor, no instante t, de uma promessa unitária de pagamento com vencimento no período t+n. Em que condições se pode afirmar que o valor da ação é o valor atual esperado dos dividendos futuros? Examine a seguinte afirmação: é possível que o Banco Central não altere a taxa de juros de curto prazo e que todos creiam que as empresas continuarão distribuindo os mesmos dividendos, mas que ainda assim o preço das ações despenque.

12) A oferta líquida de uma ação é dada por:

$$S_t = a+bp_t \qquad (b > 0)$$

onde p_t é o logaritmo de seu preço. A demanda possui duas componentes:

i) a dos investidores racionais, $D_{1t} = A - Bp_t + CE_t(p_{t+1}-p_t)$

ii) a dos investidores especulativos, $D_{2t} = G-Dp_t + F(p_t-p_{t-1})$

onde B,C,D,F são constantes positivas. Os efeitos da taxa de juros estão embutidas nas constantes A e G.

Suponha que, até o instante 0 o preço das ações esteja em seu equilíbrio p_o. A partir do período 1, uma mudança nos parâmetros A e G torna o preço de equilíbrio estacionário igual a p_f. Examine a existência de trajetórias não explosivas de equilíbrio com expectativas racionais.

13) O exercício anterior supõe que não haja restrições às vendas à descoberto, isto é, que as demandas D_{1t} e D_{2t} possam

tornar-se negativas, sem qualquer limite. Suponha agora que as vendas a descoberto sejam proibidas. Examine a trajetória dos preços.

14) Seja r_t a taxa de juros cobrada no período t para operações com vencimento no período t+1 (taxa logarítmica). Abstraída a aversão ao risco, a taxa de juros R_{mt} nas operações com m períodos de vencimento será igual a:

$$R_{mt} = m^{-1}(r_t + E_t r_{t+1} + \ldots + E_t e_{t+m-1})$$

a sequência $E_t r_{t+1}, \ldots, E_t e_{t+m-1}$, demoninada estrutura a termo da taxa de juros, podendo ser observada ou nos mercados futuros de taxas de juros, ou inferida a partir dos R_{mt} para diferentes valores de m. Examine a conexão entre essa fórmula e a do exercício 9.

15) Um operador de mercado aberto compra títulos de renda fixa e se financia por uma sequência de operações de "overnight". Assim sendo, a remuneração do operador é igual a uma comissão pela prestação de serviços mais ou menos a variação inesperada da taxa de juros. Suponha que o operador deseje planejar suas compras por n períodos. Uma alternativa é comprar títulos de um período, e renovar a operação n vezes. Outra, é comprar títulos com n períodos de prazo. Alguns operadores preferem essa segunda modalidade, alegando que, com títulos de prazo longo, os prejuízos de curto prazo se compensam com os lucros. Examine essa alegação, supondo que as variações imprevistas nas taxas de curto prazo sejam não correlacionadas.

16) O modelo dinâmico de Mundell-Fleming, para uma economia com taxas flutuantes de câmbio, parte das seguintes hipóteses:

$r = r' + \dot{e}$	(a)	
$\dot{p} = \gamma h$	(b)	$(\gamma > 0)$
$h = C - Dr + G\theta$	(c)	$(D > 0;\ G > 0)$
$\theta = e - p + p'$	(d)	
$m = ah - br + p$	(e)	$(a > 0;\ b > 0)$

onde:

r = taxa interna de juros;

r'= taxa externa de juros;

p = logaritmo do deflator implícito do PIB;

p'= logaritmo do índice de preços dos produtos de importação;

h = desvio do produto;

θ = taxa real de câmbio (em logaritmos);

e = logaritmo da taxa nominal de câmbio;

m = logaritmo da oferta de moeda.

O modelo supõe constantes as variáveis externas r',p'. As variáveis exógenas, C,m podem pular. As variáveis endógenas e,r também podem pular. Já o nível de preços p, supõe-se amarrado a condições iniciais, ou seja, não pode pular.

a) interprete as equações do modelo;

b) mostre que o modelo pode ser expresso em termos de uma variável prospectiva (e, por exemplo) e outra retrospectiva (p, por exemplo), e que suas equações levam a um equilíbrio em ponto de sela.

17) No modelo de Mundell-Fleming do exercício 16 examine o efeito de uma expansão monetária, de m para m'.

18) No modelo de Mundell-Flemming examine o efeito de um salto fiscal de C para C'.

19) No modelo dinâmico de Mundell-Fleming, suponha que até o instante 0 o parâmetro fiscal da curva IS mantém-se constante, igual a C. A essa altura ele salta para C', voltando gradualmente à posição inicial, de acordo com $C(t) = C + (C'-C)e^{-rt}$. Examine o que ocorre com a taxa de juros, a taxa nominal e a taxa real de câmbio. Na equação (c) suponha a=0.

20) No mesmo modelo, examine os efeitos de uma expansão fiscal gradativa seguida de uma volta à estaca zero, do tipo $C(t) = C + (C'-C)\ (e^{-rt}-e^{-st})$, os parâmetros sendo tais que

C(t) cresça de C até C_{max} e daí caia gradualmente até voltar a C. Mostre, num gráfico, a relação entre a taxa real de câmbio θ e C(t). Na equação (e) suponha a=0.

21) Substitua, no modelo de Mundell-Fleming, a hipótese de perfeita substituibilidade dos ativos em diferentes moedas, pela equação:

$$r = r' + \dot{e} + fP \qquad (f > 0)$$

onde P indica o passivo externo líquido do país. Suponha que o saldo de transações correntes seja igual a rP + Gθ - Ah. Examine os efeitos de uma expansão fiscal permantente, de C para C'.

22) (A bolha inflacionária). Tome o modelo de Cagan da secção 10.1, onde o déficit público é financiado via expansão monetária. Suponha expectivas racionais e abstraia choques, o que leva a perfeita previsão. Mostre que, com essa hipótese, a taxa de inflação de equilíbrio é a equivalente à que resultaria da instabilidade de Cagan. O resultado fere o bom senso, na medida em que conclui que um corte do déficit público aumentaria a taxa de inflação. Critique o exercício, inclusive no que tange ao diagrama de fase.

ENSAIOS ECONÔMICOS [illegible]

(a partir de [illegible])

50. JOGOS DE INFORMAÇÃO INCOMPLETA: UMA INTRODUÇÃO - Sérgio Ribeiro da Costa Werlang - 1984 (esgotado)

51. A TEORIA MONETÁRIA MODERNA E O EQUILÍBRIO GERAL WALRASIANO COM UM NÚMERO INFINITO DE BENS - A. Araujo - 1984 (esgotado)

52. A INDETERMINAÇÃO DE MORGENSTERN - Antonio Maria da Silveira - 1984 (esgotado)

53. O PROBLEMA DE CREDIBILIDADE EM POLÍTICA ECONÔMICA - Rubens Penha Cysne - 1984 (esgotado)

54. UMA ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS CAUSAS DA EMISSÃO DO CHEQUE SEM FUNDOS: FORMULAÇÃO DE UM PROJETO PILOTO - Fernando de Holanda Barbosa, Clovis de Faro e Aloísio Pessoa de Araujo - 1984

55. POLÍTICA MACROECONÔMICA NO BRASIL: 1964-66 - Rubens Penha Cysne - 1985 - (esgotado)

56. EVOLUÇÃO DOS PLANOS BÁSICOS DE FINANCIAMENTO PARA AQUISIÇÃO DE CASA PRÓPRIA DO BANCO NACIONAL DE HABITAÇÃO: 1964-1984 - Clovis de Faro - 1985 (esgotado)

57. MOEDA INDEXADA - Rubens P. Cysne - 1985 (esgotado)

58. INFLAÇÃO E SALÁRIO REAL: A EXPERIÊNCIA BRASILEIRA - Raul José Ekerman - 1985 (esgotado)

59. O ENFOQUE MONETÁRIO DO BALANÇO DE PAGAMENTOS: UM RETROSPECTO - Valdir Ramalho de Melo - 1985 (esgotado)

60. MOEDA E PREÇOS RELATIVOS: EVIDÊNCIA EMPÍRICA - Antonio Salazar P. Brandão 1985 (esgotado)

61. INTERPRETAÇÃO ECONÔMICA, INFLAÇÃO E INDEXAÇÃO - Antonio Maria da Silveira 1985 (esgotado)

62. MACROECONOMIA - CAPÍTULO I - O SISTEMA MONETÁRIO - Mario Henrique Simonsen e Rubens Penha Cysne - 1985 (esgotado)

63. MACROECONOMIA - CAPÍTULO II - O BALANÇO DE PAGAMENTOS - Mario Henrique Simonsen e Rubens Penha Cysne - 1985 (esgotado)

64. MACROECONOMIA - CAPÍTULO III - AS CONTAS NACIONAIS - Mario Henrique Simonsen e Rubens Penha Cysne - 1985 (esgotado)

65. A DEMANDA POR DIVIDENDOS: UMA JUSTIFICATIVA TEÓRICA - TOMMY CHIN-CHIU TAN e Sérgio Ribeiro da Costa Werlang - 1985 (esgotado)

66. BREVE RETROSPECTO DA ECONOMIA BRASILEIRA ENTRE 1979 e 1984 - Rubens Penha Cysne - 1985

67. CONTRATOS SALARIAIS JUSTAPOSTOS E POLÍTICA ANTI-INFLACIONÁRIA - Mario Henrique Simonsen - 1985

68. INFLAÇÃO E POLÍTICAS DE RENDAS - Fernando de Holanda Barbosa e Clovis de Faro - 1985 (esgotado)

69. BRAZIL INTERNATIONAL TRADE AND ECONOMIC GROWTH - Mario Henrique Simonsen - 1986

70. CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA: APLICAÇÕES - Clovis de Faro - 1986 (esgotado)

71. A RATIONAL EXPECTATIONS PARADOX - Mario Henrique Simonsen - 1986 (esgotado)

72. A BUSINESS CYCLE STUDY FOR THE U.S. FORM 1889 TO 1982 - Carlos Ivan Simonsen Leal - 1986

73. DINÂMICA MACROECONÔMICA - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS E PROPOSTOS - Rubens Penha Cysne - 1986 (esgotado)

74. COMMON KNOWLEDGE AND GAME THEORY - Sérgio Ribeiro da Costa Werlang - 1986

75. HYPERSTABILITY OF NASH EQUILIBRIA - Carlos Ivan Simonsen Leal - 1986

76. THE BROWN-VON NEUMANN DIFFERENTIAL EQUATION FOR BIMATRIX GAMES - Carlos Ivan Simonsen Leal - 1986 (esgotado)

77. EXISTENCE OF A SOLUTION TO THE PRINCIPAL'S PROBLEM - Carlos Ivan Simonsen Leal - 1986

78. FILOSOFIA E POLÍTICA ECONÔMICA I: Variações sobre o Fenômeno, a Ciência e seus Cientistas - Antonio Maria da Silveira - 1986

79. O PREÇO DA TERRA NO BRASIL: VERIFICAÇÃO DE ALGUMAS HIPÓTESES - Antonio Salazar Pessoa Brandão - 1986

80. MÉTODOS MATEMÁTICOS DE ESTATÍSTICA E ECONOMETRIA: Capítulos 1 e 2 Carlos Ivan Simonsen Leal - 1986 - (esgotado)

81. BRAZILIAN INDEXING AND INERTIAL INFLATION: EVIDENCE FROM TIME-VARYING ESTIMATES OF AN INFLATION TRANSFER FUNCTION
Fernando de Holanda Barbosa e Paul D. McNelis - 1986

82. CONSÓRCIO VERSUS CRÉDITO DIRETO EM UM REGIME DE MOEDA ESTÁVEL - Clovis de Faro - 1986

83. NOTAS DE AULAS DE TEORIA ECONÔMICA AVANÇADA I - Carlos Ivan Simonsen Leal - 1986

84. FILOSOFIA E POLÍTICA ECONÔMICA II - Inflação e Indexação - Antonio Maria da Silveira - 1986 - (esgotado)

85. SIGNALLING AND ARBITRAGE - Vicente Madrigal e Tommy C. Tan - 1986

86. ASSESSORIA ECONÔMICA PARA A ESTRATÉGIA DE GOVERNOS ESTADUAIS: ELABORAÇÕES SOBRE UMA ESTRUTURA ABERTA - Antonio Maria da Silveira - 1986 - (esgotado)

87. THE CONSISTENCY OF WELFARE JUDGEMENTS WITH A REPRESENTATIVE CONSUMER - James Dow e Sérgio Ribeiro da Costa Werlang

88. INDEXAÇÃO E ATIVIDADE AGRÍCOLAS: CONSTRUÇÃO E JUSTIFICATIVA PARA ... UM ÍNDICE ESPECÍFICO - Antonio Salazar P. Brandão e Clóvis de Faro

89. MACROECONOMIA COM RACIONAMENTO UM MODELO SIMPLIFICADO PARA ECO... - Rubens Penha Cysne, Carlos Ivan Simonsen Leal e Sérgio Ribeiro ... Werlang - 1986

90. RATIONAL EXPECTATIONS, INCOME POLICIES AND GAME THEORY - Mario Henrique Simonsen - 1986 - ESGOTADO

91. NOTAS SOBRE MODELOS DE GERAÇÕES SUPERPOSTAS 1: OS FUNDAMENTOS - Antonio Salazar P. Brandão - 1986 - ESGOTADO

92. TÓPICOS DE CONVEXIDADE E APLICAÇÕES À TEORIA ECONÔMICA - Renato Fr... Cardoso - 1986

93. A TEORIA DO PREÇO DA TERRA: UMA RESENHA - Sérgio Ribeiro da Costa Werlang - 1987

94. INFLAÇÃO, INDEXAÇÃO E ORÇAMENTO DO GOVERNO - Fernando de Holanda Ba... - 1987

95. UMA RESENHA DAS TEORIAS DE INFLAÇÃO - Maria Silvia Bastos Marques - 1987

96. SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA A TAXA INTERNA DE RETORNO - Clovis de Faro - 1987

97. NEGOTIATION STRATEGIES IN INTERNATIONAL ORGANISATIONS: A GAME-THEORETIC VIEWPOINT - Sérgio Ribeiro da Costa Werlang -

98. O INSUCESSO DO PLANO CRUZADO: A EVIDÊNCIA EMPÍRICA DA INFLAÇÃO ... INERCIAL PARA O BRASIL - Fernando de Holanda Barbosa e Pedro ... Pereira - 1987

99. UM TEMA REVISITADO: A RESPOSTA DA PRODUÇÃO AGRÍCOLA AOS PREÇOS NO BRASIL - Fernando de Holanda Barbosa e Fernando da Silva Santiago - 1987

100. JUROS, PREÇOS E DÍVIDA PÚBLICA VOLUME I: ASPECTOS TEÓRICOS - - Marco Antonio C. Martins e Clovis de Faro - 1987

101. JUROS, PREÇOS E DÍVIDA PÚBLICA VOLUME II: A ECONOMIA BRASILEIRA (1971/1985) - Antonio Salazar P. Brandão, Clóvis de Faro e Marco Antonio C. Martins - 1987

102. MACROECONOMIA KALECKIANA - Rubens Penha Cysne - 1987

103. O PRÊMIO DO DÓLAR NO MERCADO PARALELO, O SUBFATURAMENTO DE EXPORTAÇÕES E O SUPERFATURAMENTO DE IMPORTAÇÕES - Fernando de Holanda Barbosa - Rubens Penha Cysne e Marcos Costa Holanda - 1987

104. BRAZILIAN EXPERIENCE WITH EXTERNAL DEBT AND PROSPECTS FOR GROWTH - Fernando de Holanda Barbosa and Manuel Sanchez de La Cal - 1987

105. KEYNES NA SEDIÇÃO DA ESCOLHA PÚBLICA - Antonio Maria da Silveira - 1987

106. O TEOREMA DE FROBENIUS-PERRON - Carlos Ivan Simonsen Leal - 1987

107. POPULAÇÃO BRASILEIRA - Jessé Montello - 1987

108. MACROECONOMIA - CAPÍTULO VI: "DEMANDA POR MOEDA E A CURVA LM" - Mario Henrique Simonsen e Rubens Penha Cysne - 1987

109. MACROECONOMIA - CAPÍTULO VII: "DEMANDA AGREGADA E A CURVA IS" - Mario Henrique Simonsen e Rubens Penha Cysne - 1987

110. MACROECONOMIA - MODELOS DE EQUILÍBRIO AGREGATIVO A CURTO PRAZO Mario Henrique Simonsen e Rubens Penha Cysne - 1987

111. THE BAYESIAN FOUNDATIONS OF SOLUTION CONCEPTS OF GAMES - Sérgio Ribeiro da Costa Werlang e Tommy Chin - Chiu Tan - 1987

112. PREÇOS LÍQUIDOS (PREÇOS DE VALOR ADICIONADO) E SEUS DETERMINANTES; DE PRODUTOS SELECIONADOS, NO PERÍODO 1980/1º SEMESTRE/1986 - Raul Ekerman - 1987

113. EMPRÉSTIMOS BANCÁRIOS E SALDO-MÉDIO: O CASO DE PRESTAÇÕES - Clovis de Faro - 1988

114. A DINÂMICA DA INFLAÇÃO - Mario Henrique Simonsen - 1988

115. UNCERTAINTY AVERSION AND THE OPTIMAL CHOISE OF PORTFOLIO - James Dow e Sérgio Ribeiro da Costa Werglang - 1988

116. O CICLO ECONÔMICO - Mario Henrique Simonsen - 1988

117. FOREIGN CAPITAL AND ECONOMIC GROWTH - THE BRAZILIAN CASE STUDY Mario Henrique Simonsen - 1988

118. COMMON KNOWLEDGE - Sérgio Ribeiro da Costa Werlang - 1988

119. OS FUNDAMENTOS DA ANÁLISE MACROECONÔMICA - Prof. Mario Henrique Simonsen e Prof. Rubens Penha Cysne - 1988

120. CAPÍTULO XII - EXPECTATIVAS RACIONAIS - Mario Henrique Simonsen - 1988

000051431