

*Fundação Getúlio Vargas*

*Mestrado em Finanças e Economia Empresarial*

# **Seleção de Classes de Ativos para Alocação Global**

**Andréa Alexander de Brito**

**ORIENTADOR**

**Ney Roberto Ottoni de Brito**

**COORIENTADOR**

**Marco Bonomo**

**Maio de 2007**

## ÍNDICE

Sumário.....	3
Capítulo I – Introdução.....	4
Capítulo II – Universo de Vértices e Banco de Dados .....	6
Capítulo III – Análises Preliminares de Correlações .....	12
Capítulo IV – Fundamentos Metodológicos de Análise e Seleção de Vértices .....	15
Capítulo V – Seleção Final de Vértices para Alocação de Ativos .....	21
Capítulo VI – Conclusões .....	30
Referências Bibliográficas .....	33
Anexo A – Correlações entre Títulos de Renda Fixa .....	34
Anexo B – Carteiras de Mínima Variância por Região .....	38

## SUMÁRIO

A gestão por alocação de ativos, para ser bem sucedida, deve possuir classes de ativos (vértices) adequados. Caso contrário, o resultado do processo pode gerar alocações sem sentido ou pouco eficientes e, conseqüentemente, o desempenho da carteira refletirá a alocação ineficiente. Os vértices para alocação selecionados devem abranger e a representar seu mercado de atuação. Porém, um grande número de vértices se torna ineficiente devido à perda de sensibilidade gerencial. Logo, os vértices adequados devem abranger o mercado e ser em número reduzido para que possam ser avaliados corretamente pelo gestor.

O objetivo deste trabalho foi discutir e definir vértices de alocação para a modelagem de decisões de investimentos *off shore* de investidores brasileiros sob dois focos:

- Um investidor brasileiro que analisa risco e retorno em reais, que possui parte dos seus investimentos no Brasil, e toma decisões de quanto quer investir no Brasil e no exterior;
- Um investidor global que analisa risco e retorno em dólares americanos (USD) e que pode tomar decisões de quanto quer investir no Brasil e no exterior.

O princípio geral de seleção de vértices utilizou o critério de minimização de risco. Este critério foi adotado devido à instabilidade dos retornos esperados e à estabilidade do risco estimado. Não se pode ignorar a instabilidade da matriz de variância e covariância, porém esta é mais estável que os retornos esperados. A seleção foi conduzida em três níveis, sempre sob a ótica de risco. Definiu-se risco como o desvio padrão da série de rentabilidade dos ativos.

Os vértices aqui propostos são aqueles que devem ser regularmente incluídos em decisões de alocação de ativos. Entretanto, em decisões efetivas de alocação de ativos será preciso acrescentar vértices que apresentem expectativas anormais de retorno esperado.

## I- INTRODUÇÃO

Decisões de alocação de ativos não devem ser confundidas com decisões de seleção de carteiras. Decisões de seleção de carteiras (*portfolio selection*) procuram definir uma carteira a partir de um grande número de títulos disponíveis no mercado. No conceito de alocação de ativos, decisões de composição de carteiras devem ser decompostas em dois estágios: decisões de distribuição dos recursos entre as grandes classes de ativos (vértices) disponíveis – a decisão de alocação de ativos – e decisões de seleção de títulos dentro de cada classe de ativos.

No caso do mercado brasileiro, o primeiro estágio envolveria a decisão de quanto alocar em suas grandes classes de ativos – Selic, renda fixa de curto prazo, renda fixa de longo prazo, dólar, bolsa, etc. – e no segundo estágio seriam selecionados os títulos dentro de cada classe – as ações que comporiam a alocação de bolsa, por exemplo.

Análises do desempenho de carteiras de investimento examinam as parcelas que devem ser atribuídas às decisões de alocação de ativos e às decisões de seleção de títulos. Brinson et al [1995] mostram que cerca de 90% do desempenho de uma carteira de investimentos no mercado americano devem ser atribuídos às decisões de alocação de ativos e apenas 10% devem ser atribuídos às decisões de seleção de títulos. Resultados semelhantes são obtidos em outros mercados. Em face de tais resultados, decisões de grandes investidores – institucionais e pessoas físicas – crescentemente adotam os princípios de alocação de ativos.

O ciclo de decisões de alocação de ativos em um grande banco de investimentos – o Goldman Sachs – é revisto por Winkelman [2003]. A primeira decisão do processo é a seleção das grandes classes de ativos que deverão ser o objeto das decisões de alocação: estas classes são usualmente chamadas de vértices de alocação. A definição de classes de ativos para a modelagem de decisões de alocação de ativos *on shore* no mercado doméstico é discutida por Brito e Brito [2006]. Entretanto, não existe na literatura nacional uma discussão dos vértices adequados para a modelagem de decisões *off shore* de investidores brasileiros nem para a modelagem combinada *on* e *off shore* da seleção de seus investimentos.

Este trabalho objetiva discutir e definir vértices de alocação para a modelagem de decisões de investimentos *off shore* de investidores brasileiros. A análise e seleção de vértices serão conduzidas focando dois investidores representativos:

- Um investidor brasileiro que analisa risco e retorno em reais, que possui parte dos seus investimentos no Brasil, e toma decisões de quanto quer investir no Brasil e no exterior;
- Um investidor global que analisa risco e retorno em dólares americanos (USD) e que pode tomar decisões de quanto quer investir no Brasil e no exterior.

Finalmente, cabe aqui lembrar que qualquer processo de alocação deve buscar um equilíbrio entre sensibilidade gerencial e o número de vértices envolvidos. Como observado por Black e Litterman [1991], decisões de alocação requerem a avaliação gerencial da qualidade das alocações propostas, que devem gerar eventuais revisões de expectativas em uma primeira etapa e revisões de alocações em uma segunda etapa. Para aplicação do princípio geral de que não existem boas expectativas e alocações sem sentido, é preciso ter um número de vértices que mantenha a capacidade de avaliação gerencial do gestor. Estudos comportamentais indicam que, a partir de nove ou dez

vértices, a sensibilidade de avaliação de gestores começa a cair rapidamente. Neste sentido, a seleção dos vértices de alocação é uma etapa crítica em qualquer processo de alocação de ativos, particularmente quando o foco é o mercado global, com um grande número de vértices alternativos que podem ser utilizados. É preciso buscar o menor número de vértices que mantenha a sensibilidade de avaliação dos gestores.

## **II – UNIVERSO DE VÉRTICES E BANCO DE DADOS**

A análise e a seleção de classes de ativos para modelagem das decisões de dois investidores representativos partiram de um universo amplo de ativos e alternativas de investimentos.

Para inclusão neste universo, buscou-se, sempre que possível, utilizar ativos específicos ou índices possíveis de investimentos em fundos ou em mercados futuros. Muitos índices selecionados são adotados como referência por ETFs (*Exchange Traded funds*) e representam alternativas diretas de investimentos. Por exemplo: índices da Lehman e IBX. Outros índices são negociados em contratos futuros e também representam alternativas diretas de investimento.

Para todos os títulos analisados foi montada uma base de dados com preços diários de janeiro de 2002 a maio de 2006. Para preencher os “buracos” nas séries, utilizou-se, como critério de interpolação, a média aritmética entre o preço do dia anterior e o preço do dia seguinte da data em que não havia informação.

O universo inicial de vértices e classes de ativos analisados e os critérios adotados para a obtenção de taxas de retorno diárias e semanais são apresentados a seguir:

### **1. Brasil**

#### ***1.1. Swap 180, 360 e 720 dias***

As taxas do swap pré x CDI foram obtidas na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

#### ***1.2. IBX-Brasil***

A série do preço de fechamento do IBX-Brasil – índice ponderado pelo *market-cap* das companhias – foi obtida na Bloomberg. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

#### ***1.3. CDI-Certificado de Depósito Interbancário***

A série de taxas do CDI foi obtida na Bloomberg.

#### ***1.4. Real***

A série de preços de fechamento da cotação do real para dólar americano foi obtida na Bloomberg.

### **2. Estados Unidos**

#### ***2.1. Treasury de dois, cinco e dez anos***

Os *yields* dos Treasuries americanos de dois, cinco e dez anos foram obtidos na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

## **2.2. T-Bill Americana**

Os *yields* dos T-Bills americanos de três e seis meses foram obtidos na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

## **2.3. Índices de Corporate Bonds da Lehman**

O preço do US Corporate Investment Grade e do US Corporate High Yield calculado pela Lehman Brothers foi obtido na própria Lehman. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

## **2.4. Índices de Renda Variável**

A série do preço de fechamento do Russel 2000 e S&P 500 – índices ponderados pelo *market-cap* das companhias - foi obtida na Bloomberg. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

# **3. União Européia**

## **3.1. German Bunds de dois, cinco e dez anos**

Os *yields* dos German Bunds de dois, cinco e dez anos foram obtidos na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

## **3.2. German T-Bill**

Os *yields* dos German T-Bills de três e seis meses foram obtidos na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

## **3.3. Euro Aggregate: Corporates**

O preço do Euro Aggregate: Corporates calculado pela Lehman Brothers foi obtido na própria Lehman. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

### ***3.4. Índices de renda variável***

A série do preço de fechamento do Dow Jones Euro Stoxx, S&P Euro Index, FTSE Eurotop 100 e FTSE Eurotop 300 – índices ponderados pelo *market-cap* das companhias - foi obtida na Bloomberg. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

### ***3.5. Euro***

A série de preços de fechamento da cotação do euro para dólar americano foi obtida na Bloomberg.

## **4. Inglaterra**

### ***4.1. Gilts de dois, cinco e dez anos***

Os *yields* dos Gilts de dois, cinco e dez anos foram obtidos na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

### ***4.2. Índices de Renda Variável***

A série do preço de fechamento do FTSE 100 - UK – índice ponderado pelo *market-cap* das companhias - foi obtida na Bloomberg. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

### ***4.2. Libra***

A série de preços de fechamento da cotação da libra para dólar americano foi obtida na Bloomberg.

## **5. Austrália**

### ***5.1. Australian Government Bonds***

Os *yields* dos Australian Government Bonds de dois, cinco e dez anos foram obtidos na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com

a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

### **5.2. Índices de Renda Variável**

A série do preço de fechamento do S&P ASX 100, S&P ASX 200 e All Ordinaries – índices ponderados pelo *market-cap* das companhias – foi obtida na Bloomberg. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

### **5.3. Dólar Australiano**

A série de preços de fechamento da cotação do dólar australiano para dólar americano foi obtida na Bloomberg.

## **6. Japão**

### **6.1 – Japan Government Bonds de dois, cinco e dez anos**

Os *yields* dos Japan Government Bonds de dois, cinco e dez anos foram obtidos na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

### **6.2. Índices de Renda Variável**

A série do preço de fechamento do Topix 100 e Topix 500 – índices ponderados pelo *market-cap* das companhias – foi obtida na Bloomberg. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

### **6.3. Yen**

A série de preços de fechamento da cotação do *yen* para dólar americano foi obtida na Bloomberg.

## **7. Coréia do Sul**

### **7.1. Korea Treasury Bond**

Os *yields* dos Korea Treasury Bonds de dois, cinco e dez anos foram obtidos na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência. Como a série de dados do título de dez anos não é constante, i.e., apresenta vários buracos, ele foi retirado da análise.

## **7.2. Índices de Renda Variável**

A série do preço de fechamento do Kospi 100 – índice ponderado pelo *market-cap* das companhias - foi obtida na Bloomberg. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

## **7.3. Won**

A série de preços de fechamento da cotação do *won* para dólar americano foi obtida na Bloomberg.

# **8. México**

## **8.1 – Mexico Fixed Rate Bond**

Os *yields* dos Mexico Fixed Rate Bonds de três, cinco e dez anos foram obtidos na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência. Como a série de dados destes títulos não é constante, i.e., apresenta vários buracos, eles foram retirados da análise.

## **8.2. Índices de Renda Variável**

A série do preço de fechamento do IMC30 – índice ponderado pelo *market-cap* das companhias - foi obtida na Bloomberg. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

## **8.4. Peso Mexicano**

A série de preços de fechamento da cotação do peso para dólar americano foi obtida na Bloomberg.

# **9. EMBI**

## **9.1. EMBI Geral, Brasil e Rússia**

A série do EMBI Geral, Brasil e Rússia foi obtida na Bloomberg e seu preço unitário foi calculado para todos os dias a partir de um título sintético, a partir do fluxo da Treasury americana de dez anos, de valor 100 no vencimento. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do título sintético e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência. Como a série de dados destes títulos não é constante, i.e., apresenta vários buracos, eles foram retirados da análise.

## 10. Commodities

### 10.1. Dow Jones AIG

A série do preço de fechamento do Dow Jones AIG – índice de *commodities* – foi obtida na Bloomberg. Os retornos diários foram obtidos com a variação no valor diário do índice e o retorno semanal foi obtido com a variação no valor do fechamento da semana anterior ao fechamento da semana de referência.

Após estruturar o banco de dados, chegando-se às rentabilidades diárias e semanais, calcularam-se as taxas de retornos excessivas em reais e em dólares para todos os ativos.

As taxas de retornos excessivas, i.e., a rentabilidade auferida em relação à taxa livre de risco, consideraram as seguintes taxas livre de risco:

- Reais: CDI
- Dólares: T-Bill 3 meses

Com o cálculo dos retornos excessivos dos ativos realizado, partiu-se para a análise e seleção dos vértices para o modelo de alocação de ativos global.

### III – ANÁLISES PRELIMINARES DE CORRELAÇÕES

#### 1. Correlação de Índices de Renda Variável

Ao longo da análise de correlações entre os ativos, verificou-se que existem índices de renda variável que possuem características mais fortes de diversificação que os demais.

Na matriz de correlações em reais por semana apresentados na Tabela 1, verifica-se que os índices Kospi 100 e IBX possuem menor correlação com os demais, enquanto os índices de renda variável da Europa possuem maior correlação.

**Tabela 1**  
**Correlação em reais**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1 S&P 500	100,00%	62,28%	62,82%	62,94%	63,07%	69,90%	69,82%	77,28%	77,24%	79,09%	78,22%	79,27%	77,39%	76,58%	67,87%
2 KOSPI 100 - SOUTH KOREA	<b>62,28%</b>	100,00%	<b>56,52%</b>	<b>56,64%</b>	<b>56,72%</b>	67,44%	67,43%	<b>52,33%</b>	<b>53,03%</b>	<b>51,03%</b>	<b>51,93%</b>	<b>50,35%</b>	<b>52,03%</b>	<b>58,86%</b>	<b>52,40%</b>
3 S&P ASX 200 - AUSTRALIA	62,82%	56,52%	100,00%	99,99%	99,96%	60,01%	60,57%	75,89%	75,57%	75,47%	76,96%	74,44%	74,29%	66,79%	61,71%
4 S&P ASX 100 - AUSTRALIA	62,94%	56,64%	99,99%	100,00%	99,93%	60,09%	60,64%	75,96%	75,66%	75,54%	77,01%	74,50%	74,32%	66,76%	61,87%
5 ALL ORDINARIES - AUSTRALIA	63,07%	56,72%	99,96%	99,93%	100,00%	60,12%	60,68%	76,12%	75,79%	75,69%	77,18%	74,66%	74,50%	66,98%	61,64%
6 TOPIX 100	69,90%	67,44%	60,01%	60,09%	60,12%	100,00%	99,55%	60,37%	61,26%	60,99%	61,51%	60,65%	62,03%	64,58%	58,70%
7 TOPIX 500	69,82%	67,43%	60,57%	60,64%	60,68%	99,55%	100,00%	59,92%	60,76%	60,66%	61,21%	60,33%	62,18%	65,46%	58,18%
8 DOW JONES EURO STOXX - EURO	77,28%	52,33%	75,89%	75,96%	76,12%	60,37%	59,92%	100,00%	99,54%	98,77%	99,01%	98,26%	98,55%	69,45%	64,55%
9 S&P EURO INDEX - EURO	77,24%	53,03%	75,57%	75,66%	75,79%	61,26%	60,76%	99,54%	100,00%	98,31%	98,47%	97,82%	98,09%	69,82%	65,19%
10 FTSE EUROTOP 100 - EURO	79,09%	51,03%	75,47%	75,54%	75,69%	60,99%	60,66%	98,77%	98,31%	100,00%	99,81%	99,88%	92,92%	70,14%	63,83%
11 FTSE EUROTOP 300 - EURO	78,22%	51,93%	76,96%	77,01%	77,18%	61,51%	61,21%	99,01%	98,47%	99,81%	100,00%	99,55%	93,02%	70,83%	64,45%
12 DOW JONES EURO STOXX 50	79,27%	<b>50,35%</b>	74,44%	74,50%	74,66%	60,65%	60,33%	98,26%	97,82%	99,88%	99,55%	100,00%	93,09%	69,80%	62,76%
13 FTSE 100 - UK	77,39%	52,03%	74,29%	74,32%	74,50%	62,03%	62,18%	88,55%	89,09%	92,92%	93,02%	93,09%	100,00%	71,80%	63,83%
14 IMC 30	76,58%	58,86%	66,79%	66,76%	66,98%	64,58%	65,46%	69,45%	69,82%	70,14%	70,83%	69,80%	71,80%	100,00%	63,68%
15 IBX - BRAZIL	67,87%	52,40%	61,71%	61,87%	61,64%	<b>58,70%</b>	<b>58,18%</b>	64,55%	65,19%	63,83%	64,45%	62,76%	63,83%	63,68%	100,00%

Na matriz de correlações em dólares por semana apresentada na tabela 2, verifica-se que o índice que possui maior efeito de diversificação é o Topix 100 seguido pelo Kospi 100. Os índices de renda variável europeus permanecem com a maior correlação com os demais.

**Tabela 2**  
**Correlação em dólares**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1 S&P 500	100,00%	46,63%	<b>31,78%</b>	<b>32,19%</b>	<b>32,09%</b>	39,38%	37,76%	57,34%	58,25%	57,34%	54,81%	57,72%	47,94%	44,22%	47,72%
2 KOSPI 100 - SOUTH KOREA	46,63%	100,00%	37,83%	38,07%	38,11%	51,87%	51,37%	32,39%	33,79%	28,58%	29,44%	27,55%	28,31%	40,61%	36,24%
3 S&P ASX 200 - AUSTRALIA	<b>31,78%</b>	37,83%	100,00%	99,98%	99,94%	32,79%	33,10%	61,51%	61,24%	59,59%	61,85%	57,86%	55,43%	40,35%	42,16%
4 S&P ASX 100 - AUSTRALIA	32,19%	38,07%	99,98%	100,00%	99,89%	33,04%	33,34%	61,69%	61,44%	59,78%	62,02%	58,05%	55,59%	40,45%	42,46%
5 ALL ORDINARIES - AUSTRALIA	32,09%	38,11%	99,94%	99,94%	100,00%	32,86%	33,16%	61,82%	61,53%	59,88%	62,16%	58,15%	55,73%	40,55%	41,99%
6 TOPIX 100	39,38%	51,87%	32,79%	33,04%	32,86%	100,00%	99,13%	31,15%	33,53%	28,63%	28,94%	28,02%	25,54%	<b>28,76%</b>	34,58%
7 TOPIX 500	37,76%	51,37%	33,10%	33,34%	33,16%	99,13%	100,00%	<b>29,49%</b>	<b>31,91%</b>	<b>26,94%</b>	<b>27,28%</b>	<b>26,33%</b>	<b>24,44%</b>	<b>29,08%</b>	<b>33,15%</b>
8 DOW JONES EURO STOXX - EURO	57,34%	32,39%	61,51%	61,69%	61,82%	31,15%	29,49%	100,00%	98,97%	98,02%	98,51%	97,15%	79,39%	42,23%	45,11%
9 S&P EURO INDEX - EURO	58,25%	33,79%	61,24%	61,44%	61,53%	33,59%	31,91%	98,97%	100,00%	97,03%	97,36%	96,18%	78,56%	44,13%	46,42%
10 FTSE EUROTOP 100 - EURO	57,34%	28,58%	59,59%	59,78%	59,88%	28,63%	26,94%	98,02%	97,03%	100,00%	99,66%	99,79%	96,32%	39,19%	42,31%
11 FTSE EUROTOP 300 - EURO	54,81%	29,44%	61,85%	62,02%	62,16%	28,94%	27,28%	98,51%	97,36%	99,66%	100,00%	99,19%	96,32%	39,93%	42,99%
12 DOW JONES EURO STOXX 50	57,72%	<b>27,55%</b>	57,86%	58,05%	58,15%	28,02%	26,33%	97,15%	96,18%	99,79%	99,19%	100,00%	96,64%	38,40%	40,68%
13 FTSE 100 - UK	47,94%	28,31%	55,43%	55,59%	55,73%	<b>25,54%</b>	<b>24,44%</b>	79,39%	78,56%	86,32%	86,32%	86,64%	100,00%	36,17%	39,24%
14 IMC 30	44,22%	40,61%	40,35%	40,45%	40,55%	28,76%	29,08%	42,23%	44,13%	39,19%	39,93%	38,40%	36,17%	100,00%	41,11%
15 IBX - BRAZIL	47,72%	36,24%	42,16%	42,46%	41,99%	34,58%	33,15%	45,11%	46,42%	42,31%	42,99%	40,68%	39,24%	41,11%	100,00%

Considerando-se estas características, espera-se que ou Kospi 100 ou IBX sejam inseridos nos vértices de alocação em reais – aquele que possuir menor correlação com os títulos de renda fixa brasileiros e do grupo Ásia.

Em dólares, o Topix 100 e o Kospi 100 são os vértices de alocação que mais diversificam, porém possuem uma correlação significativa entre si. Já os índices de

renda variável europeus, por não diversificarem a carteira, poderão não ser considerados nos vértices de alocação.

Comparando a matriz de correlação em reais e em dólares, nota-se que as correlações em reais são maiores do que as correlações em dólares. Logo, a composição de uma carteira de índices de renda variável tende a ser mais concentrada em reais do que em dólares.

## 2. Fundamentos de Inclusão de Índice de *Commodities*

Ao longo do artigo de Idzorek [2006], é realizado um estudo que mostra os benefícios da diversificação de risco quando se adicionam *commodities* a uma carteira de alocação. Nesse sentido, fez-se necessário analisar a classe de ativos *commodities* como um possível vértice de alocação.

Para esta análise, considerou-se o DJ-AIG Commodities Index. O índice é composto por 19 ativos divididos em cinco subclasses: agricultura, *livestock*, energia, metais preciosos e metais industriais. Sua ponderação é anual e baseia-se em dois fatores: liquidez e valor da produção mundial. Duas regras também são seguidas: o percentual mínimo em um ativo é 2% e o percentual máximo para uma subclasse é 33%.

Para auferir o efeito de diversificação do DJ-AIG neste estudo, analisou-se sua correlação com as demais classes de ativos. As matrizes de correlação em reais e em dólares encontram-se nas Tabelas 3 e 4.

**Tabela 3**

### Matriz de Correlação em Reais

	Reais - Dia															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 EMBI GERAL	100.00%	57.03%	88.96%	75.81%	81.09%	40.51%	77.68%	76.11%	42.90%	62.15%	69.89%	69.18%	56.35%	56.16%	34.57%	50.27%
2 DJAIG	<b>57.03%</b>	<b>100.00%</b>	<b>70.84%</b>	<b>70.43%</b>	<b>73.10%</b>	<b>55.45%</b>	<b>61.80%</b>	<b>65.97%</b>	<b>44.53%</b>	<b>66.44%</b>	<b>68.63%</b>	<b>62.43%</b>	<b>50.02%</b>	<b>50.08%</b>	<b>42.21%</b>	<b>57.32%</b>
3 U.S. Corporate Investment Grade	88.96%	70.84%	100.00%	94.46%	96.29%	67.75%	86.90%	88.95%	59.33%	81.52%	86.37%	84.38%	64.13%	64.41%	53.43%	71.58%
4 U.S. Corporate High Yield	75.81%	70.43%	94.46%	100.00%	94.85%	73.83%	82.81%	86.71%	61.10%	83.50%	86.44%	84.30%	64.22%	64.70%	58.13%	75.55%
5 US 2 ANOS	81.09%	73.10%	96.29%	94.85%	100.00%	71.11%	86.08%	91.26%	60.54%	87.70%	90.96%	86.57%	69.11%	69.05%	55.94%	75.10%
6 S&P 500	40.51%	55.45%	67.75%	73.83%	71.11%	100.00%	55.06%	62.08%	62.06%	67.07%	69.67%	64.88%	44.03%	45.21%	61.91%	73.20%
7 Euro-Aggregate Corporates	77.68%	61.80%	86.90%	82.81%	86.08%	55.06%	100.00%	92.78%	71.41%	62.84%	74.57%	88.78%	55.70%	56.24%	48.42%	62.97%
8 UK 2 ANOS	76.11%	65.97%	88.95%	86.71%	91.26%	62.08%	92.78%	100.00%	69.51%	70.88%	80.47%	90.61%	61.30%	61.62%	52.09%	68.42%
9 FTSE EUROTOP 100	42.90%	44.53%	59.33%	61.10%	60.54%	62.06%	71.41%	69.51%	100.00%	42.94%	53.95%	72.04%	33.19%	34.26%	53.29%	62.67%
10 Japão 2 ANOS	62.15%	66.44%	81.52%	83.50%	87.70%	67.07%	62.84%	70.88%	42.94%	100.00%	86.07%	85.62%	64.62%	64.31%	48.51%	66.36%
11 S. Korea 2 ANOS	69.89%	68.63%	86.37%	86.44%	90.96%	69.67%	74.57%	80.47%	53.95%	86.07%	100.00%	75.98%	65.00%	64.72%	49.34%	67.97%
12 Austrália 2 ANOS	69.18%	62.43%	84.38%	84.30%	86.57%	64.88%	88.78%	90.61%	72.04%	65.62%	75.98%	100.00%	56.30%	56.62%	53.90%	70.11%
13 BR swap 180 dias	56.35%	50.02%	64.13%	64.22%	69.11%	44.03%	55.70%	61.30%	33.19%	64.62%	65.00%	56.30%	100.00%	99.90%	36.89%	49.93%
14 BR swap 360 dias	56.16%	50.08%	64.41%	64.70%	69.05%	45.21%	56.24%	61.62%	34.26%	64.31%	64.72%	56.62%	98.90%	100.00%	38.68%	50.51%
15 IBX - BRAZIL	34.57%	42.21%	53.43%	58.13%	55.94%	61.91%	48.42%	52.09%	53.29%	48.51%	49.34%	53.90%	36.89%	38.68%	100.00%	64.57%
16 IMC 30	50.27%	57.32%	71.58%	75.55%	75.10%	73.20%	62.97%	68.42%	62.67%	66.36%	67.97%	70.11%	49.93%	50.51%	64.57%	100.00%

	Reais - Semana															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 EMBI GERAL	100.00%	64.18%	92.94%	82.37%	87.67%	48.90%	83.77%	83.60%	46.64%	72.45%	80.94%	76.33%	75.58%	74.98%	35.40%	52.11%
2 DJAIG	<b>64.18%</b>	<b>100.00%</b>	<b>73.30%</b>	<b>69.74%</b>	<b>75.34%</b>	<b>58.11%</b>	<b>68.46%</b>	<b>70.37%</b>	<b>52.69%</b>	<b>66.62%</b>	<b>71.82%</b>	<b>66.23%</b>	<b>66.13%</b>	<b>67.24%</b>	<b>43.99%</b>	<b>56.35%</b>
3 U.S. Corporate Investment Grade	92.94%	73.30%	100.00%	94.36%	97.53%	70.59%	90.53%	91.55%	63.37%	84.29%	90.07%	87.65%	79.37%	79.61%	54.54%	71.00%
4 U.S. Corporate High Yield	82.37%	69.74%	94.36%	100.00%	93.93%	74.42%	85.80%	87.94%	64.59%	82.96%	87.00%	86.70%	75.61%	76.18%	55.42%	73.92%
5 US 2 ANOS	87.67%	75.34%	97.53%	93.93%	100.00%	74.76%	89.39%	93.05%	66.31%	88.87%	93.31%	89.14%	82.88%	83.31%	55.13%	73.70%
6 S&P 500	48.90%	58.11%	70.59%	74.42%	74.76%	100.00%	63.18%	67.60%	79.09%	69.77%	70.70%	71.03%	54.42%	57.02%	67.87%	76.58%
7 Euro-Aggregate Corporates	83.77%	68.46%	90.53%	85.80%	89.39%	63.18%	100.00%	94.55%	78.17%	67.94%	77.38%	91.29%	74.28%	75.44%	52.66%	67.91%
8 UK 2 ANOS	83.60%	70.37%	91.55%	87.94%	93.05%	67.60%	94.55%	100.00%	75.32%	74.15%	81.93%	92.34%	74.28%	75.25%	56.42%	71.30%
9 FTSE EUROTOP 100	46.64%	52.69%	63.37%	64.59%	66.31%	79.09%	78.17%	75.32%	100.00%	47.89%	53.72%	76.85%	45.69%	48.60%	63.83%	70.14%
10 Japão 2 ANOS	72.45%	66.62%	84.29%	82.96%	88.87%	69.77%	67.94%	74.15%	47.89%	100.00%	92.70%	69.35%	76.46%	76.16%	44.64%	62.15%
11 S. Korea 2 ANOS	80.94%	71.82%	90.07%	87.00%	93.31%	70.70%	77.38%	81.93%	53.72%	92.70%	100.00%	75.44%	82.68%	82.56%	44.67%	64.77%
12 Austrália 2 ANOS	76.33%	66.23%	87.65%	86.70%	89.14%	71.03%	91.29%	92.34%	76.85%	69.35%	75.44%	100.00%	66.64%	67.66%	59.81%	74.43%
13 BR swap 180 dias	75.58%	66.13%	79.37%	75.61%	82.88%	54.42%	70.29%	74.28%	45.69%	76.46%	82.68%	66.64%	100.00%	99.19%	25.23%	57.81%
14 BR swap 360 dias	74.98%	67.24%	79.61%	76.18%	83.31%	57.02%	71.22%	75.25%	48.60%	76.16%	82.56%	67.66%	99.19%	100.00%	28.24%	58.95%
15 IBX - BRAZIL	35.40%	43.99%	54.54%	55.42%	55.13%	67.87%	54.36%	56.42%	63.83%	44.64%	44.67%	59.81%	25.23%	28.24%	100.00%	63.68%
16 IMC 30	52.11%	56.35%	71.00%	73.92%	73.70%	76.58%	67.49%	71.30%	70.14%	62.15%	64.77%	74.43%	57.81%	58.95%	63.68%	100.00%

Tabela 4

Matriz de Correlação em Dólares

	Dólar - Dia																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 EMBI GERAL	100.00%	1.46%	3.72%	83.78%	-42.53%	33.35%	26.38%	-8.35%	-19.80%	0.28%	10.11%	11.13%	-8.40%	-11.78%	6.13%	4.29%	-18.88%	-21.19%
2 DJAIG	1.46%	100.00%	-0.19%	0.29%	3.07%	0.12%	1.68%	3.14%	0.56%	3.22%	-1.83%	0.24%	-2.09%	1.22%	3.02%	1.45%	-2.48%	-2.22%
3 U.S. Corporate High Yield	3.72%	-0.19%	100.00%	8.11%	8.70%	10.40%	6.01%	12.79%	-10.16%	-5.65%	17.23%	18.45%	8.00%	5.69%	-11.21%	-8.10%	13.93%	13.94%
4 US 2 ANOS	83.78%	0.29%	8.11%	100.00%	-36.48%	37.90%	29.81%	-0.05%	-22.76%	-0.25%	15.61%	15.06%	-7.64%	-10.54%	-1.21%	-1.44%	-7.64%	-16.88%
5 S&P 500	-42.53%	3.07%	8.70%	-36.48%	100.00%	-21.43%	-16.44%	32.11%	5.04%	6.01%	4.10%	0.48%	11.64%	11.24%	-16.60%	-14.23%	34.84%	38.70%
6 German 2 ANOS	33.35%	0.12%	10.40%	37.90%	-21.43%	100.00%	77.01%	51.65%	-53.43%	-13.73%	62.88%	56.03%	-1.87%	-8.33%	-7.47%	-5.53%	-0.20%	-5.22%
7 UK 2 ANOS	26.38%	-1.68%	6.01%	29.81%	-16.44%	77.01%	100.00%	-42.88%	-50.44%	-14.22%	58.52%	53.08%	-2.60%	-8.76%	-3.93%	-3.35%	2.86%	-2.72%
8 FTSE EUROTOP 100	-8.35%	3.14%	12.79%	-0.05%	32.11%	51.65%	42.88%	100.00%	-31.47%	-8.39%	48.90%	34.68%	19.40%	14.25%	-15.42%	-13.70%	28.95%	31.78%
9 Japão 2 ANOS	-19.80%	-0.56%	-10.16%	-22.76%	5.04%	-53.43%	-50.44%	-31.47%	100.00%	27.77%	-49.46%	-44.79%	-2.08%	-0.50%	7.67%	6.29%	-6.24%	-6.11%
10 S. Korea 2 ANOS	0.28%	3.22%	-5.65%	-0.25%	6.01%	-13.73%	-14.22%	-8.39%	27.77%	100.00%	-16.04%	-15.90%	-10.67%	-11.63%	4.01%	5.18%	-10.08%	-9.72%
11 Austrália 2 ANOS	10.11%	-1.83%	17.23%	15.61%	4.10%	62.88%	58.52%	48.90%	-49.46%	-16.04%	100.00%	86.91%	10.38%	3.47%	-9.13%	-7.27%	13.08%	13.53%
12 Austrália 10 ANOS	11.13%	0.24%	18.45%	15.06%	0.48%	56.03%	53.08%	34.68%	-44.79%	-15.90%	86.91%	100.00%	-4.01%	-10.13%	-7.40%	-5.54%	8.21%	8.38%
13 KOSPI 100	-8.40%	-2.09%	8.00%	-7.64%	11.64%	-1.87%	-2.60%	19.40%	-2.08%	-10.67%	10.38%	-4.01%	100.00%	49.58%	-5.80%	-4.43%	20.51%	23.28%
14 TOPIX 100	-11.78%	-1.22%	5.69%	-10.54%	11.24%	-8.33%	-8.76%	14.25%	-0.50%	-11.63%	3.47%	-10.13%	49.58%	100.00%	-3.32%	-4.23%	17.01%	15.71%
15 BR swap 360 dias	6.13%	3.02%	-11.21%	-1.21%	-16.60%	-7.47%	-3.93%	-15.42%	7.67%	-4.01%	9.13%	-7.40%	-5.80%	-3.32%	100.00%	99.06%	-3.43%	-7.50%
16 BR swap 720 dias	4.29%	1.45%	-8.18%	-1.44%	-14.23%	-5.53%	-3.35%	-13.70%	6.29%	5.18%	-7.27%	-5.54%	-4.23%	99.06%	100.00%	-2.09%	-5.16%	-5.16%
17 IBC - BRAZIL	-18.88%	-2.48%	13.93%	-7.64%	34.84%	-0.20%	2.86%	28.95%	-6.24%	-10.08%	13.08%	8.21%	20.50%	17.01%	-3.43%	-2.09%	10.00%	39.90%
18 IBC 30	-21.19%	-2.22%	13.94%	-16.88%	38.70%	-5.22%	-2.72%	31.78%	-6.11%	-9.72%	13.53%	8.38%	23.28%	15.71%	-7.50%	-5.16%	39.90%	100.00%

	Dólar - Semana																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 EMBI GERAL	100.00%	9.79%	10.15%	78.45%	-50.33%	26.33%	27.94%	-26.14%	-16.18%	7.05%	6.92%	34.12%	-36.34%	-33.49%	12.82%	9.52%	-27.95%	-34.95%
2 DJAIG	9.79%	100.00%	0.81%	5.03%	0.72%	12.08%	3.59%	5.15%	11.26%	-4.78%	7.18%	13.07%	-8.21%	1.80%	3.41%	3.27%	0.14%	2.44%
3 U.S. Corporate High Yield	10.15%	0.81%	100.00%	12.66%	11.38%	8.23%	6.12%	6.86%	-9.90%	-9.03%	23.61%	26.34%	14.06%	8.05%	-24.23%	-18.54%	13.39%	15.99%
4 US 2 ANOS	78.45%	5.03%	12.66%	100.00%	-37.45%	41.33%	37.16%	-6.20%	-17.06%	4.07%	19.27%	40.34%	-30.64%	-25.81%	0.73%	-1.08%	-5.63%	-27.11%
5 S&P 500	-50.33%	0.72%	11.38%	-37.45%	100.00%	-14.97%	-16.43%	57.34%	2.64%	-4.87%	9.59%	-8.10%	46.63%	39.38%	-26.75%	-24.71%	47.72%	44.22%
6 German 2 ANOS	26.33%	12.08%	8.23%	41.33%	-14.97%	100.00%	76.69%	58.87%	-54.19%	-36.76%	65.04%	65.79%	-12.77%	-10.02%	-11.38%	-15.49%	13.43%	3.22%
7 UK 2 ANOS	27.94%	3.59%	6.12%	37.16%	-16.43%	76.69%	100.00%	45.89%	-50.71%	-33.31%	58.77%	58.48%	-6.25%	-8.37%	-8.96%	-15.13%	12.54%	4.02%
8 FTSE EUROTOP 100	-26.14%	5.15%	6.86%	-6.20%	57.34%	58.87%	45.89%	100.00%	-37.48%	-36.20%	51.61%	34.51%	28.58%	28.63%	-22.32%	-25.63%	42.31%	39.19%
9 Japão 2 ANOS	-16.18%	-11.26%	-9.90%	-17.06%	2.64%	-54.19%	-50.71%	-37.48%	100.00%	56.83%	-50.37%	-3.61%	-4.58%	4.79%	12.89%	-13.80%	-19.25%	-19.25%
10 S. Korea 2 ANOS	7.05%	-4.78%	-9.03%	4.07%	-4.87%	-36.76%	-33.31%	-36.20%	56.83%	100.00%	-48.10%	-40.06%	-33.89%	-19.99%	15.99%	18.38%	-21.94%	-27.48%
11 Austrália 2 ANOS	6.92%	7.18%	23.61%	19.27%	9.59%	65.04%	58.77%	51.61%	-50.99%	-48.10%	100.00%	87.79%	19.21%	11.58%	-26.91%	-25.90%	26.84%	25.19%
12 Austrália 10 ANOS	34.12%	13.07%	26.34%	40.34%	-8.10%	65.79%	58.48%	34.51%	-50.37%	-40.06%	87.79%	100.00%	3.85%	-6.66%	-21.62%	-20.34%	40.61%	9.00%
13 KOSPI 100	-36.34%	-0.21%	14.06%	-30.64%	46.63%	-12.77%	-6.25%	28.58%	-3.61%	-33.89%	19.21%	3.85%	100.00%	51.87%	-19.73%	-14.91%	36.24%	40.61%
14 TOPIX 100	-33.49%	1.80%	0.05%	-25.81%	39.38%	-10.02%	-8.37%	28.63%	-4.58%	-19.99%	11.58%	-6.66%	51.87%	100.00%	-6.11%	-3.89%	34.58%	28.76%
15 BR swap 360 dias	12.82%	3.41%	-24.23%	0.73%	26.75%	-11.38%	-8.96%	-22.32%	4.79%	15.99%	-26.91%	21.62%	-19.73%	-6.11%	100.00%	77.70%	-43.80%	-18.58%
16 BR swap 720 dias	9.52%	-3.27%	-18.54%	-1.08%	-24.71%	-15.49%	-15.13%	-25.63%	12.89%	18.38%	-25.90%	20.34%	-14.91%	-3.89%	77.70%	100.00%	-32.35%	-16.12%
17 IBC - BRAZIL	-27.95%	0.14%	13.39%	-5.63%	47.72%	13.43%	12.54%	42.31%	-13.80%	-21.94%	26.84%	15.78%	36.24%	34.58%	-43.80%	-32.35%	100.00%	41.11%
18 IBC 30	-34.95%	2.44%	15.99%	-27.11%	44.22%	3.22%	-4.02%	39.19%	-19.25%	-27.48%	25.19%	9.00%	40.61%	28.76%	-18.58%	-16.12%	41.11%	100.00%

Como pode ser percebido, a correlação do DJ-AIG em dólares com os demais ativos é próxima de zero, chegando a ser negativa em alguns casos. Comparando as correlações em dólares e em reais, percebe-se que os ativos em reais são mais correlacionados do que em dólares. Consequentemente, as carteiras compostas pelos ativos em reais serão mais concentradas do que as carteiras com ativos em dólares.

Esta análise comprovou o efeito diversificação do DJ-AIG, mostrando que a classe de ativo *commodities* deve ser considerada como um vértice de alocação num modelo de alocação de ativos global<sup>1</sup>.

(1) O valor de ativos com baixa correlação em decisões de alocação de ativos é discutido por Litterman[2003]

## IV – FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS DE ANÁLISE E SELEÇÃO DE VÉRTICES

O princípio geral de seleção de vértices para modelagem de alocação é procurar extrair do universo disponível os vértices que têm o potencial de gerar a fronteira eficiente de investimentos no espaço risco x retorno. Critérios operacionais de seleção devem ser desenhados em torno deste princípio geral.

Como o espaço de análise envolve risco e retorno, o desenho de critérios operacionais precisa considerar as características de risco e retorno nos mercados globais. De Santis et al [2003] e Litterman e Winkelman [2003] mostram a grande instabilidade de retornos e maior estabilidade de risco estimados por séries históricas nos mercados globais. Como a fronteira eficiente de investimentos depende fundamentalmente de retornos esperados essencialmente instáveis e voláteis, critérios de seleção de vértices que utilizem retornos também produzirão resultados instáveis e voláteis. Na realidade, qualquer vértice pode ser selecionado dependendo da estimativa de seu retorno esperado.

Para evitar a instabilidade de retornos esperados, este trabalho prossegue para desenvolver critérios operacionais de seleção de vértices baseados em risco e variáveis associadas a risco. Essencialmente os critérios procuram vértices relevantes sob a ótica de controlar e minimizar risco<sup>2</sup>.

Adotando-se este foco em risco, estimativas de variâncias e covariâncias são particularmente relevantes para a seleção de vértices. Na realidade, De Santis et al e Litterman e Winkelman também mostram que a qualidade destas estimativas é, em geral, tão relevante, na determinação de fronteiras eficientes, quanto estimativas de retorno esperado. Eles prosseguem para discutir a estimativa de variâncias e covariâncias em processos de alocação de ativos por critérios utilizados pela Goldman Sachs.

Como discutido por Brito e Brito [2006], a prática geral do mercado nacional de estimar variâncias e covariâncias a partir de janelas de retornos diários com amortecimento é adequada para o controle de risco de fundos em base diária. Estas estimativas dão maior peso às observações mais recentes, que talvez sejam as mais relevantes hoje para controle dos gestores de fundos. Entretanto, decisões de alocação de ativos envolvem um horizonte de investimentos futuro de meses e as características do processo de geração de risco hoje podem mudar radicalmente durante o horizonte<sup>3</sup>. Na realidade, como observado por Brito e Brito, estimativas futuras de risco são relevantes e devem ser incorporadas no processo de decisões de alocação de ativos. Estimativas futuras de variâncias podem ser facilmente obtidas e incorporadas, mas estimativas de covariâncias são bem mais difíceis de obter.

(2) Cabe aqui observar que a dimensão de risco de moedas não é considerada neste trabalho. Uma discussão de *hedge* de moedas pode ser encontrada em Black [1989]

(3) Uma discussão das diferenças entre risco de *trading* e risco para alocação de ativos pode ser encontrada em Litterman [2003]

Uma rota, comumente utilizada em processos de alocação de ativos, é utilizar séries históricas de observações diárias mais longas sem amortecimento, para a obtenção de estimativas de variâncias e covariâncias. Ou seja, deve-se dar um peso igual ao passado mais distante e ao mais recente porque, como o horizonte de investimentos é longo, as condições que ocorreram no passado distante podem-se replicar no futuro. Esta rota parece particularmente mais adequada para a seleção de vértices de alocação e será adotada neste trabalho.

Utilizando as séries de retornos diários de 2/1/2002 a 31/5/2006 e de retornos semanais de 4/1/2002 a 26/5/2006 para todos os vértices do universo inicial, foram estimadas variâncias e covariâncias diárias e semanais a serem utilizadas nos critérios de seleção de vértices. Cabe aqui observar que estimativas de retornos diários em mercados globais estão sujeitas a diversos ruídos e erros, dentre os quais se destaca o problema de assincronismo introduzido pelos diferentes fusos horários. O mercado japonês abre e fecha enquanto o mercado brasileiro está fechado. As estimativas de retornos semanais estão menos sujeitas a tais erros de assincronismo e devem gerar melhores resultados. De qualquer modo, este trabalho analisa os resultados obtidos a partir das duas séries de retornos: semanais e diários.

Após obter a matriz variância-covariância de todos os vértices do universo selecionado, o trabalho prossegue para selecionar os vértices de alocação no mercado global utilizando critérios de filtragem, sempre mantendo o foco em risco e variáveis associadas a risco. Os critérios de filtragem partem das características da distribuição dos vértices do universo por grupos/regiões: Emerging Markets Bonds, EUA, Reino Unido (UK), Zona do Euro, Brasil e Ásia. Para cada um destes grupos/regiões, alguns incluindo mais de um país, o universo abrange títulos de renda fixa e variável selecionados como os mais representativos.

Além dos títulos de renda fixa e de renda variável mais representativos de cada grupo/região, foi acrescentado, ao universo de títulos para análise, o índice Dow Jones AIG de *commodities* pelas razões discutidas no capítulo anterior.

Três níveis de filtragem são aplicados ao universo de vértices disponíveis, como discutido a seguir:

### **1. Primeiro Nível: Seleção Inicial de Títulos de Renda Fixa e de Renda Variável por País**

Inicialmente foram selecionados os índices de renda variável mais representativos de cada país pelo critério de divulgação em jornais e na Internet e que utilizassem ponderação por valor de mercado de suas ações. Os índices selecionados são apresentados na Tabela 5 a seguir.

**Tabela 5****Índices de Renda Variável Selecionados**

USA **S&P 500**  
 U. Européia **FTSE EUROTOP 100**  
 Inglaterra **FTSE 100 - UK**  
 Korea do Sul **KOSPI 100**  
 Austrália **ALL ORDINARIES**  
 Japão **TOPIX 100**  
 México **IMC 30**  
 Brasil **IBX - BRAZIL**

Alguns países da amostra têm mais de dois títulos de renda fixa de seus Tesouros no universo de vértices disponíveis. Neste nível, foi selecionado um máximo de dois títulos de renda fixa do Tesouro de cada país pelo critério de mínima correlação. Por exemplo, três títulos do Tesouro americano integram o universo de vértices – dois, cinco e dez anos – e, como os títulos de dois e dez anos apresentam a menor correlação entre seus retornos diários e semanais, eles foram escolhidos neste primeiro nível de filtragem para representarem os títulos de renda fixa dos EUA. As correlações dos títulos de renda fixa em reais e em dólares encontram-se no Anexo A. A Tabela 6 apresenta os resultados da seleção de títulos de renda fixa por país, tanto para retornos diários quanto para retornos semanais.

**Tabela 6****Seleção de Títulos de Renda Fixa por País**

Regiões	Dólar		Reais	
	Dia	Semana	Dia	Semana
<b>USA</b>	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos
<b>U. Européia</b>	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos
<b>Inglaterra</b>	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos
<b>Japão</b>	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos
<b>Austrália</b>	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos	2 anos e 10 anos
<b>Korea do Sul</b>	2 anos e 5 anos	2 anos e 5 anos	2 anos e 5 anos	2 anos e 5 anos
<b>Brasil</b>	180d e 360d	180d e 360d	180d e 720d	360d e 720d
<b>EMBI</b>	Geral e Brasil	Geral e Brasil	Geral e Brasil	Geral e Brasil

**2. Segundo Nível: Seleção de Vértices por Grupo/Região**

Neste nível partiu-se dos vértices de renda fixa do Tesouro e de renda variável por país e para Emerging Markets Bonds selecionados na etapa anterior e foram acrescentados três novos vértices de renda fixa:

- EUA: Lehman Corporates Investment Grade e Lehman Corporates High Yield;
- Zona do Euro: Euro Corporates.

Estes vértices acrescentam risco corporativo considerado relevante para alocações nos dois grupos/regiões.

Com o conjunto de vértices por grupo/região e de seus retornos diários e semanais em reais e em dólares prosseguiu-se para obter a carteira de mínima variância. Para cada grupo/região foram obtidas quatro carteiras de mínima variância, duas em reais – retornos diários e semanais – e duas em dólar.

As carteiras de mínima variância em reais de cada grupo/ região, por terem a ótica de um investidor brasileiro que quer diversificar seus investimentos no Brasil e no exterior, incluíram os dois ativos de renda fixa selecionados no Brasil e o IBX nas suas otimizações. Já as carteiras de mínima variância em dólares, sob a ótica de um investidor global que não possui vínculos a nenhum país e/ou moeda, foram realizadas somente com os ativos selecionados do grupo/região.

Os resultados das carteiras de mínima variância encontram-se no Anexo B. Os ativos relevantes para as carteiras em reais – resultado da carteira de mínima variância por região – são apresentados na Tabela 7 e os relevantes para as carteiras em dólares são apresentados na Tabela 8.

**Tabela 7**

**Vértices Relevantes para Carteiras em Reais**

<b>DIA</b>	<b>Semana</b>
EMBI GERAL	EMBI GERAL
U.S. Corporate Investment Grade	U.S. Corporate High Yield
U.S. Corporate High Yield	S&P 500 - USA
2 ANOS - USA	IBX - Brasil
IBX - Brasil	Euro-Aggregate: Corporates
Euro-Aggregate: Corporates	2 ANOS - Inglaterra
2 ANOS - Inglaterra	2 ANOS - Japão
2 ANOS - Japão	10 ANOS - Japão
10 ANOS - Japão	2 ANOS - Korea do Sul
2 ANOS - Korea do Sul	2 ANOS - Austrália
2 ANOS - Austrália	10 ANOS - Austrália
10 ANOS - Austrália	180 dias - Brasil
180 dias - Brasil	360 dias - Brasil
360 dias - Brasil	IBX - Brasil
IBX - Brasil	IMC 30 - México
IMC 30 - México	

**Tabela 8****Vértices Relevantes para Carteiras em Dólares**

<b>DIA</b>	<b>Semana</b>
EMBI GERAL	EMBI GERAL
U.S. Corporate High Yield	U.S. Corporate High Yield
2 ANOS - USA	2 ANOS - USA
S&P 500 - USA	S&P 500 - USA
2 ANOS - Japão	2 ANOS - Japão
10 ANOS - Japão	2 ANOS - Korea do Sul
2 ANOS - Korea do Sul	2 ANOS - Austrália
5 ANOS - Korea do Sul	10 ANOS - Austrália
2 ANOS - Austrália	KOSPI 100 - Korea do Sul
10 ANOS - Austrália	TOPIX 100 - Japão
KOSPI 100 - Korea do Sul	360 dias - Brasil
TOPIX 100 - Japão	720 dias - Brasil
360 dias - Brasil	IMC 30 - México
720 dias - Brasil	IBX - Brasil
IBX - Brasil	2 ANOS - Alemanha
IMC 30 - México	2 ANOS - Inglaterra
2 ANOS - Alemanha	
2 ANOS - Inglaterra	

Considerando os resultados das Tabelas 3 e 4, foram definidos os vértices selecionados para prosseguir para o terceiro e último nível de filtragem.

Todos os grupos/regiões foram selecionados para análise de carteiras. Em reais, todos os vértices incluídos em qualquer uma das duas carteiras de mínima variância foram considerados. Em dólares, todos os vértices incluídos em qualquer uma das duas carteiras de mínima variância foram considerados, exceto os títulos de 10 anos do Japão e de 5 anos da Coreia do Sul. Eles foram eliminados uma vez que não foram incluídos na análise de rentabilidade por semana – que possui maior relevância – e seu peso não era expressivo na análise de retorno diário, o que pode ser verificado na Tabela 9.

**Tabela 9****Resultado da Carteira de Mínima Variância na Região Asiática em Dólares**

<b>Dia</b>			<b>Semana</b>		
<b>Fundo</b>	<b>Peso</b>	<b>Volatilidade a.a.</b>	<b>Fundo</b>	<b>Peso</b>	<b>Volatilidade a.a.</b>
2 ANOS - Japão	24,48%	9,10%	2 ANOS - Japão	16,12%	9,34%
10 ANOS - Japão	5,76%	10,17%	10 ANOS - Japão	0,00%	10,09%
2 ANOS - Korea do Sul	26,97%	6,86%	2 ANOS - Korea do Sul	43,55%	6,91%
5 ANOS - Korea do Sul	5,23%	8,39%	5 ANOS - Korea do Sul	0,00%	7,94%
2 ANOS - Austrália	25,37%	10,23%	2 ANOS - Austrália	26,26%	9,87%
10 ANOS - Austrália	5,74%	12,27%	10 ANOS - Austrália	7,25%	11,68%
KOSPI 100 - Korea do Sul	0,89%	25,21%	KOSPI 100 - Korea do Sul	2,41%	26,04%
ALL ORDINARIES - Austrália	0,00%	23,37%	ALL ORDINARIES - Austrália	0,00%	22,86%
TOPIX 100 - Japão	5,57%	19,11%	TOPIX 100 - Japão	4,40%	18,48%
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>3,98%</b>	<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>3,63%</b>

Como discutido no capítulo III, o DJ-AIG Commodities Index foi incluído na amostra de vértices selecionados devido ao benefício de diversificação de risco.

Também como discutido no Capítulo III, nenhum índice de renda variável europeu foi considerado relevante devido a sua alta correlação. Ainda assim, devido à significância do mercado de ações europeu, o FTSE EUROTOP 100 foi incluído na amostra.

Os vértices inicialmente selecionados para análise de alocação global de carteiras em reais e em dólares são apresentados na Tabela 10.

**Tabela 10**

**Vértices Selecionados para Análise de Alocação Global**

<b>Reais</b>	<b>Dólares</b>
EMBI GERAL	EMBI GERAL
DJAIG - Commodities	DJAIG - Commodities
U.S. Corporate Investment Grade	U.S. Corporate High Yield
U.S. Corporate High Yield	2 ANOS - USA
2 ANOS - USA	S&P 500 - USA
S&P 500 - USA	2 ANOS - Alemanha
Euro-Aggregate: Corporates	2 ANOS - Inglaterra
FTSE EUROTOP 100 - Euro	FTSE EUROTOP 100 - Euro
2 ANOS - Inglaterra	2 ANOS - Japão
2 ANOS - Japão	2 ANOS - Korea do Sul
10 ANOS - Japão	2 ANOS - Austrália
2 ANOS - Korea do Sul	10 ANOS - Austrália
2 ANOS - Austrália	KOSPI 100 - Korea do Sul
10 ANOS - Austrália	TOPIX 100 - Japão
180 dias - Brasil	360 dias - Brasil
360 dias - Brasil	720 dias - Brasil
IBX - Brasil	IBX - Brasil
IMC 30 - México	IMC 30 - México

**3. Terceiro Nível: Seleção Final de Vértices Para Alocação Global de Ativos**

Considerando os vértices inicialmente selecionados para alocação global, e apresentados na Tabela 5, este trabalho prossegue para a seleção final de vértices a serem utilizados em processos de alocação global. O critério básico de seleção continua sendo focado em risco e na obtenção das carteiras de mínima variância em reais e em dólares. Os resultados são apresentados e discutidos em maior detalhe no capítulo seguinte.

## V – SELEÇÃO FINAL DE VÉRTICES PARA ALOCAÇÃO DE ATIVOS

Partindo-se dos vértices selecionados por grupo/região em dólares e reais discutidos no capítulo anterior e apresentados na Tabela 5, prosseguiu-se para a seleção final de vértices para alocação de ativos. O critério de seleção se baseou em carteiras de mínima variância obtidas através das rentabilidades em reais e em dólares por dia e semana dos vértices selecionados.

Para cada moeda e rentabilidade foram feitas oito otimizações, sendo que o que as diferenciava eram as restrições impostas à concentração de vértices. Todas as otimizações não permitiam vendas a descoberto. Na primeira otimização não havia nenhuma restrição em relação à concentração, i.e., a carteira poderia ser concentrada em um único vértice. A partir da segunda otimização, foram impostos os seguintes limites máximos de concentração: 50%, 40%, 30%, 25%, 20%, 15% e 10%.

Os resultados das otimizações em reais são apresentados nas Tabelas 11 e 12. Os resultados em dólares são apresentados e são apresentados nas Tabelas 13 e 14.

**Tabela 11**

### **Resultado das Otimizações em Reais – Retornos Diários**

<b>Vértice</b>	<b>100%</b>	<b>50%</b>	<b>40%</b>	<b>30%</b>	<b>25%</b>	<b>20%</b>	<b>15%</b>	<b>10%</b>
EMBI GERAL	5,92%	5,92%	5,57%	3,88%	1,54%	2,70%	4,11%	7,45%
DJAIG - Commodities	6,95%	6,95%	6,84%	7,31%	7,22%	8,22%	8,43%	9,50%
U.S. Corporate Investment Grade	2,62%	2,62%	4,00%	12,31%	20,88%	20,00%	15,00%	10,00%
U.S. Corporate High Yield	40,91%	40,91%	39,50%	30,00%	25,00%	20,00%	15,00%	10,00%
2 ANOS - USA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,40%	13,05%	10,00%
S&P 500 - USA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Euro-Aggregate: Corporates	1,32%	1,32%	1,31%	1,15%	1,21%	1,72%	2,78%	5,85%
2 ANOS - Inglaterra	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
FTSE EUROTOP 100 - EURO	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2 ANOS - Japão	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,92%	3,81%	9,91%
10 ANOS - Japão	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,26%	0,00%	0,00%
2 ANOS - Korea do Sul	25,66%	25,66%	26,13%	27,38%	25,00%	20,00%	15,00%	10,00%
2 ANOS - Austrália	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,03%
10 ANOS - Austrália	0,57%	0,57%	0,74%	1,03%	1,52%	2,18%	2,77%	3,66%
180 dias - Brasil	0,00%	0,00%	0,25%	0,65%	1,43%	2,93%	1,29%	2,09%
360 dias - Brasil	10,29%	10,29%	9,94%	9,91%	9,67%	8,76%	10,35%	10,00%
IBX - Brasil	2,02%	2,02%	1,98%	2,26%	2,24%	2,55%	2,57%	2,95%
IMC 30 - México	3,74%	3,74%	3,73%	4,13%	4,31%	5,35%	5,84%	7,55%
<b>Risco</b>	<b>17,26%</b>	<b>17,26%</b>	<b>17,26%</b>	<b>17,27%</b>	<b>17,28%</b>	<b>17,31%</b>	<b>17,35%</b>	<b>17,43%</b>

Tabela 12

## Resultado das Otimizações em Reais – Retornos Semanais

Vértice	100%	50%	40%	30%	25%	20%	15%	10%
EMBI GERAL	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DJAIG - Commodities	8,22%	10,00%	10,43%	10,40%	10,37%	10,45%	12,47%	10,00%
U.S. Corporate Investment Grade	0,00%	0,00%	3,27%	10,68%	14,39%	18,71%	15,00%	10,00%
U.S. Corporate High Yield	71,68%	50,00%	40,00%	30,00%	25,00%	20,00%	15,00%	10,00%
2 ANOS - USA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	10,00%
S&P 500 - USA	2,34%	3,70%	4,41%	5,42%	5,91%	6,48%	10,48%	10,00%
Euro-Aggregate: Corporates	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2 ANOS - Inglaterra	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
FTSE EUROTOP 100 - EURO	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2 ANOS - Japão	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,38%
10 ANOS - Japão	0,00%	1,16%	1,50%	1,52%	1,53%	1,88%	8,75%	10,00%
2 ANOS - Korea do Sul	4,32%	16,15%	19,54%	20,30%	20,68%	20,00%	15,00%	10,00%
2 ANOS - Austrália	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
10 ANOS - Austrália	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,02%	9,39%
180 dias - Brasil	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
360 dias - Brasil	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBX - Brasil	1,43%	2,57%	2,83%	2,74%	2,70%	2,54%	3,28%	5,24%
IMC 30 - México	12,02%	16,42%	18,02%	18,94%	19,42%	19,94%	15,00%	10,00%
<b>Risco</b>	<b>17,68%</b>	<b>17,76%</b>	<b>17,86%</b>	<b>17,97%</b>	<b>18,03%</b>	<b>18,10%</b>	<b>18,21%</b>	<b>18,40%</b>

Tabela 13

## Resultado das Otimizações em Dólares – Retornos Diários

Vértice	100%	50%	40%	30%	25%	20%	15%	10%
EMBI GERAL	0,00%	0,00%	0,00%	0,02%	0,71%	1,88%	3,33%	7,78%
DJAIG - Commodities	0,85%	1,71%	2,04%	2,38%	2,52%	2,88%	3,50%	6,21%
U.S. Corporate High Yield	6,79%	15,45%	19,04%	22,52%	24,01%	20,00%	15,00%	10,00%
2 ANOS - USA	73,75%	50,00%	40,00%	30,00%	25,00%	20,00%	15,00%	10,00%
S&P 500 - USA	3,01%	2,69%	2,59%	2,50%	2,63%	3,12%	3,89%	7,66%
2 ANOS - Alemanha	0,00%	0,61%	1,69%	2,76%	3,02%	3,80%	4,16%	8,25%
2 ANOS - Inglaterra	2,16%	6,77%	8,13%	9,50%	10,05%	11,16%	12,63%	10,00%
FTSE EUROTOP 100 - Euro	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2 ANOS - Japão	6,56%	10,04%	11,55%	13,10%	13,84%	15,79%	15,00%	10,00%
2 ANOS - Korea do Sul	2,36%	5,91%	7,34%	8,79%	9,33%	10,63%	14,27%	10,00%
2 ANOS - Austrália	0,57%	1,50%	1,66%	1,80%	1,96%	2,24%	1,94%	2,44%
10 ANOS - Austrália	0,51%	0,44%	0,39%	0,40%	0,37%	0,89%	1,68%	2,16%
KOSPI 100 - Korea do Sul	0,03%	0,02%	0,01%	0,00%	0,00%	0,04%	0,16%	0,25%
TOPIX 100 - Japão	0,94%	1,40%	1,59%	1,79%	1,89%	2,24%	2,80%	4,09%
360 dias - Brasil	1,36%	2,10%	2,42%	2,74%	2,87%	3,06%	3,58%	6,14%
720 dias - Brasil	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,32%
IBX - Brasil	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IMC 30 - México	1,10%	1,36%	1,52%	1,70%	1,79%	2,28%	3,06%	4,71%
<b>Risco</b>	<b>1,34%</b>	<b>1,52%</b>	<b>1,68%</b>	<b>1,87%</b>	<b>1,97%</b>	<b>2,09%</b>	<b>2,28%</b>	<b>2,81%</b>

**Tabela 14**

**Resultado das Otimizações em Dólares – Retornos Semanais**

<b>Vértice</b>	<b>100%</b>	<b>50%</b>	<b>40%</b>	<b>30%</b>	<b>25%</b>	<b>20%</b>	<b>15%</b>	<b>10%</b>
EMBI GERAL	0,00%	0,00%	0,00%	1,02%	1,73%	2,44%	3,16%	8,60%
DJAIG - Commodities	0,57%	1,72%	2,04%	2,26%	2,35%	2,44%	2,54%	3,68%
U.S. Corporate High Yield	1,06%	7,67%	9,71%	11,24%	11,90%	12,58%	13,27%	10,00%
2 ANOS - USA	82,25%	50,00%	40,00%	30,00%	25,00%	20,00%	15,00%	10,00%
S&P 500 - USA	2,81%	2,80%	2,81%	3,06%	3,21%	3,36%	3,53%	8,24%
2 ANOS - Alemanha	0,00%	2,19%	3,40%	4,50%	5,01%	5,53%	6,04%	6,39%
2 ANOS - Inglaterra	0,05%	5,58%	6,97%	8,00%	8,45%	8,89%	9,34%	10,00%
FTSE EUROTOP 100 - Euro	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2 ANOS - Japão	4,69%	8,87%	10,22%	11,62%	12,34%	13,05%	13,85%	10,00%
2 ANOS - Korea do Sul	1,84%	8,84%	10,97%	12,75%	13,54%	14,35%	15,00%	10,00%
2 ANOS - Austrália	0,76%	3,36%	3,98%	4,54%	4,81%	5,08%	5,35%	5,71%
10 ANOS - Austrália	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
KOSPI 100 - Korea do Sul	0,69%	0,86%	0,94%	1,04%	1,08%	1,13%	1,16%	0,90%
TOPIX 100 - Japão	0,76%	1,06%	1,15%	1,31%	1,38%	1,45%	1,53%	2,08%
360 dias - Brasil	2,06%	4,02%	4,65%	5,19%	5,51%	5,81%	6,13%	7,66%
720 dias - Brasil	0,10%	0,20%	0,21%	0,23%	0,21%	0,20%	0,20%	1,82%
IBX - Brasil	0,00%	0,00%	0,00%	0,03%	0,11%	0,19%	0,27%	0,44%
IMC 30 - México	2,38%	2,81%	2,96%	3,22%	3,36%	3,50%	3,64%	4,48%
<b>Risco</b>	<b>1,27%</b>	<b>1,55%</b>	<b>1,71%</b>	<b>1,90%</b>	<b>2,00%</b>	<b>2,10%</b>	<b>2,20%</b>	<b>2,53%</b>

Pode-se perceber que tanto nas análises feitas em reais quanto em dólares, o risco das carteiras aumenta conforme se eleva a restrição de concentração. Isso era esperado, pois quanto maior a restrição imposta, menos eficiente é a carteira.

Além disso, nota-se também que o nível de risco das carteiras em reais é bem superior ao das carteiras em dólares. Isto porque as carteiras em reais são mais concentradas devido à maior correlação dos ativos em reais, conforme discutido no Capítulo III. Consequentemente, o nível de risco das carteiras em reais se elevam consideravelmente.

Destaca-se também que o efeito diversificação é mais forte em dólares do que em reais. Ao inserir as restrições de concentração, o nível da volatilidade da carteira em dólar dobra, enquanto em reais o nível de risco das carteira aumenta marginalmente.

Como discutido no Capítulo III, a alta correlação dos índices de renda variável europeus com os demais índices de bolsa os tornam pouco atraentes. Apesar de forçar a inclusão de um índice de renda variável europeu como vértice de alocação global em reais e em dólares, o mesmo não é incluído em nenhuma otimização. Isso significa que renda variável na Europa não é um vértice relevante.

Já o índice DJ-AIG, devido ao seu poder de diversificação, é considerado tanto nas otimizações em reais quanto em dólares<sup>4</sup>.

Partindo-se dos resultados das otimizações, estabeleceu-se o critério de hierarquização para a seleção final dos vértices de alocação.

(4) É interessante observar que, em períodos de crise internacional, a correlação entre índices de renda variável tende a se elevar. Ou seja, a alta correlação dos índices europeus tenderia a se elevar ainda mais em períodos de crise.

Quanto maior o limite de concentração, maior a relevância do vértice para a alocação global. Isto significa dizer que o vértice selecionado sem restrição de concentração é mais importante que o vértice selecionado com restrição de 20% de concentração.

Pelo critério de hierarquização, os vértices escolhidos por limite de concentração em reais, com peso superior a 2%, são apresentados na Tabela 15. Os vértices em dólares por limite de concentração, com peso superior a 2%, são apresentados na Tabela 16.

**Tabela 15**

**Vértices em Reais por Limite de Concentração e Peso Superior a 2%**

<b>Limites de concentração - R\$ dia</b>			
<b>100% a 40%</b>	<b>30% a 20%</b>	<b>15% a 10%</b>	<b>Peso &lt; 2%</b>
EMBI GERAL	2 ANOS - USA	Euro-Aggregate: Corporates	2 ANOS - Austrália
DJAIG - Commodities	10 ANOS - Austrália	2 ANOS - Japão	
U.S. Corporate Investment Grade	180 dias - Brasil		
U.S. Corporate High Yield			
2 ANOS - Korea do Sul			
360 dias - Brasil			
IBX - Brasil			
IMC 30 - México			

  

<b>Limites de concentração - R\$ semana</b>			
<b>100% a 40%</b>	<b>30% a 20%</b>	<b>15% a 10%</b>	<b>Peso &lt; 2%</b>
DJAIG - Commodities	-	2 ANOS - USA	-
U.S. Corporate Investment Grade		2 ANOS - Japão	
U.S. Corporate High Yield		10 ANOS - Japão	
S&P 500 - USA		10 ANOS - Austrália	
2 ANOS - Korea do Sul			
IBX - Brasil			
IMC 30 - México			

**Tabela 16**

**Vértices em dólares por limite de concentração e peso superior a 2%**

<b>Limites de concentração - USD dia</b>			
<b>100% a 40%</b>	<b>30% a 20%</b>	<b>15% a 10%</b>	<b>Peso &lt; 2%</b>
DJAIG - Commodities	2 ANOS - Alemanha	EMBI GERAL	KOSPI 100 - Korea do Sul
U.S. Corporate High Yield	2 ANOS - Austrália	10 ANOS - Austrália	720 dias - Brasil
2 ANOS - USA	TOPIX 100 - Japão		
S&P 500 - USA	IMC 30 - México		
2 ANOS - Inglaterra			
2 ANOS - Japão			
2 ANOS - Korea do Sul			
360 dias - Brasil			

  

<b>Limites de concentração - USD semana</b>			
<b>100% a 40%</b>	<b>30% a 20%</b>	<b>15% a 10%</b>	<b>Peso &lt; 2%</b>
DJAIG - Commodities	EMBI GERAL	TOPIX 100 - Japão	KOSPI 100 - Korea do Sul
U.S. Corporate High Yield			720 dias - Brasil
2 ANOS - USA			IBX - Brasil
S&P 500 - USA			
2 ANOS - Alemanha			
2 ANOS - Inglaterra			
2 ANOS - Japão			
2 ANOS - Korea do Sul			
2 ANOS - Austrália			
360 dias - Brasil			
IMC 30 - México			

Finalmente, considerando os vértices relevantes em reais e em dólares por nível de concentração, partiu-se para a definição dos vértices que devem ser considerados no modelo de alocação de ativos em reais e em dólares.

Devido à questão de *overlapping*, os resultados das otimizações com dados semanais são mais fortes que os resultados obtidos com dados diários. Este fato também foi considerado ao classificar os vértices por importância. Adicionalmente, nos casos que foram incluídos dois títulos de renda fixa para o mesmo país, considerou-se o de maior relevância. Como a correlação entre os títulos de renda fixa de um mesmo país é alta, como pode ser verificado no Anexo A, não faz sentido inserir os dois títulos. Estas situações foram analisadas individualmente e serão discutidas caso a caso.

Dando continuidade ao processo de definição, os vértices foram classificados em quatro níveis de importância:

- Essenciais: são os vértices incluídos nas carteiras com limite de concentração entre 100% e 40% e que possuem peso superior a 2%;
- Recomendados: são os vértices não considerados essenciais, mas que foram incluídos nas carteiras com limite de concentração entre 30% e 20% e que possuem peso superior a 2%;
- Complementares: são os vértices não considerados essenciais nem recomendados, mas que foram incluídos nas carteiras com limite de concentração entre 15% e 10% e que possuem peso superior a 2%;
- Marginais: são os vértices que não foram considerados anteriormente e que possuem peso superior 0% e inferior a 2%;

A partir destas considerações e analisando os resultados dos vértices por limite de alocação apresentados na Tabela 15, classificaram-se os vértices em reais.

Apesar do vértice *swap* 180 dias – Brasil – ser relevante para o limite de concentração entre 30% e 20% com dados diários, ele não foi classificado como vértice recomendado em reais por dois motivos. O primeiro, e mais forte, foi a inclusão do vértice *swap* 360 dias – Brasil. Os dois ativos são muito correlacionados, logo não há necessidade de incluir dois vértices tão semelhantes. O segundo motivo foi a sua irrelevância nos resultados com dados semanais. Estes dois fatores descartaram o *swap* 180 dias como vértice recomendado.

O título de dez anos do Japão foi descartado com vértice complementar em reais, uma vez que seu título de dois anos era relevante tanto nos resultados com dados diários quanto semanais. Já o título de dois anos australiano não foi considerado como vértice marginal, uma vez que seu título de dez anos foi classificado como vértice recomendado.

A classificação final dos vértices em reais encontra-se na Tabela 17.

**Tabela 17****Classificação dos vértices em reais**

Vértices Essenciais	Vértices Recomendados	Vértices Complementares	Vértices Marginais
EMBI GERAL	2 ANOS - USA	Euro-Aggregate: Corporates	-
DJAIG - Commodities	10 ANOS - Austrália	2 ANOS - Japão	
U.S. Corporate Investment Grade			
U.S. Corporate High Yield			
S&P 500 - USA			
2 ANOS - Korea do Sul			
360 dias - Brasil			
IBX - Brasil			
IMC 30 - México			

Analisando os resultados dos vértices por limite de alocação apresentados na Tabela 16, classificaram-se os vértices em dólares.

O título de dez anos australiano não foi considerado como vértice complementar uma vez que seu título de dois anos foi classificado como vértice recomendado. O *swap* 720 dias brasileiro não foi considerado vértice marginal, já que o swap de 360 dias foi considerado vértice essencial.

A classificação final dos vértices em dólares encontra-se na Tabela 18.

**Tabela 18****Classificação dos vértices em dólares**

Vértices Essenciais	Vértices Recomendados	Vértices Complementares	Vértices Marginais
DJAIG - Commodities	EMBI GERAL	-	KOSPI 100 - Korea do Sul
U.S. Corporate High Yield	TOPIX 100 - Japão		IBX - Brasil
2 ANOS - USA			
S&P 500 - USA			
2 ANOS - Alemanha			
2 ANOS - Inglaterra			
2 ANOS - Japão			
2 ANOS - Korea do Sul			
2 ANOS - Austrália			
360 dias - Brasil			
IMC 30 - México			

Como apresentado no Capítulo I, a partir de dez vértices, a sensibilidade de avaliação do gestor cai rapidamente. Tendo esta consideração em mente, partiu-se para a definição dos vértices indispensáveis para a modelagem de alocação de ativos global.

Os vértices para o modelo de alocação global de um investidor brasileiro, que quer diversificar sua carteira no Brasil e no exterior, são os ativos classificados como vértices essenciais e recomendados em reais, totalizando 11 vértices. A Tabela 19 apresenta os vértices indispensáveis em reais.

**Tabela 19**

**Vértices Indispensáveis em Reais**

---

---

EMBI GERAL
DJAIG - Commodities
U.S. Corporate Investment Grade
U.S. Corporate High Yield
S&P 500 - USA
2 ANOS - Korea do Sul
360 dias - Brasil
IBX - Brasil
IMC 30 - México
2 ANOS - USA
10 ANOS - Austrália

---

---

Analisando os vértices selecionados em reais, verifica-se que nenhum vértice de renda fixa europeu foi considerado. Os vértices selecionados se concentram nas Américas – Latina e do Norte – exceto os dois títulos de renda fixa asiáticos – Coreia e Austrália, o EMBI Geral e o DJ-AIG.

Os vértices para o modelo de alocação de um investidor global, que quer diversificar sua carteira globalmente, são os ativos classificados como vértices essenciais e recomendados em dólares, totalizando 13 vértices. A Tabela 20 apresenta os vértices indispensáveis em dólares.

**Tabela 20**

**Vértices Indispensáveis em Dólares**

---

---

DJAIG - Commodities
U.S. Corporate High Yield
2 ANOS - USA
S&P 500 - USA
2 ANOS - Alemanha
2 ANOS - Inglaterra
2 ANOS - Japão
2 ANOS - Korea do Sul
2 ANOS - Austrália
360 dias - Brasil
IMC 30 - México
EMBI GERAL
TOPIX 100 - Japão

---

---

Para o investidor global, dois vértices de renda fixa europeu – em euro e em libra - diversificam sua carteira. Os vértices de renda fixa selecionados são os mais curtos e sua seleção é menos concentrada.

É interessante compararem-se os resultados obtidos com a metodologia proposta com a simples minimização da variância do conjunto global de vértices.

Para esta comparação, por questões operacionais, utilizaram-se as séries semanais de retornos excessivos em reais e em dólares. Compararam-se as carteiras de mínima variância, pela metodologia proposta e pela minimização simples da amostra de ativos, sem limites de concentração e com limites de concentração de 40% e 20%. As comparações em reais e em dólares encontram-se nas Tabelas 21 e 22.

**Tabela 21**

**Comparação em Reais**

Otimização Mínima Variância Direta - Reais				Modelagem Proposta - Reais			
Concentração	100%	40%	20%	Vértice	100%	40%	20%
EMBI RUSSIA	0,00%	3,52%	10,57%	DJAIG - Commodities	8,22%	10,43%	10,45%
DJAIG - Commodities	8,36%	10,25%	10,81%	U.S. Corporate Investment Grade	0,00%	3,27%	18,71%
U.S. Corporate Investment Grade	0,00%	0,00%	3,67%	U.S. Corporate High Yield	71,68%	40,00%	20,00%
U.S. Corporate High Yield	69,91%	40,00%	20,00%	S&P 500 - USA	2,34%	4,41%	6,48%
S&P 500 - USA	0,00%	1,57%	4,31%	10 ANOS - Japão	0,00%	1,50%	1,88%
10 ANOS - Japão	0,00%	0,00%	2,77%	2 ANOS - Korea do Sul	4,32%	19,54%	20,00%
2 ANOS - Korea do Sul	6,22%	21,08%	20,00%	IBX - Brasil	1,43%	2,83%	2,54%
KOSPI 100 - SOUTH KOREA	4,07%	5,58%	6,05%	IMC 30 - México	12,02%	18,02%	19,94%
TOPIX 500 - Japão	0,00%	0,00%	0,99%	<b>Risco</b>	<b>17,68%</b>	<b>17,86%</b>	<b>18,10%</b>
IBX - BRAZIL	1,00%	2,25%	2,40%				
IMC 30 - México	10,44%	15,75%	18,43%				
<b>Risco</b>	<b>17,65%</b>	<b>17,81%</b>	<b>18,04%</b>				

Analisando a comparação em reais, nota-se que o número de vértices se reduz de 11 para 8. A otimização por mínima variância direta considera EMBI Rússia, Kospi 100 e Topix 500, que na modelagem proposta é desconsiderado. Porém, apesar do menor número de vértices, o risco da carteira da modelagem proposta se mantém no mesmo patamar do risco da modelagem direta. Logo, a redução de vértices não afetou o efeito diversificação de risco.

**Tabela 22**

**Comparação em Dólares**

Otimização Mínima Variância Direta - USD				Modelagem Proposta - USD			
Concentração	100%	40%	20%	Vértice	100%	40%	20%
DJAIG - Commodities	0,61%	1,61%	1,84%	EMBI GERAL	0,00%	0,00%	2,44%
U.S. Corporate Investment Grade	0,00%	4,64%	3,43%	DJAIG - Commodities	0,57%	2,04%	2,44%
U.S. Corporate High Yield	1,03%	5,84%	7,23%	U.S. Corporate High Yield	1,06%	9,71%	12,58%
S&P 500 - USA	2,86%	3,58%	4,20%	2 ANOS - USA	82,25%	40,00%	20,00%
2 ANOS - USA	82,15%	40,00%	20,00%	S&P 500 - USA	2,81%	2,81%	3,36%
5 ANOS - USA	0,00%	6,66%	18,75%	2 ANOS - Alemanha	0,00%	3,40%	5,53%
2 ANOS - Alemanha	0,00%	1,69%	2,61%	2 ANOS - Inglaterra	0,05%	6,97%	8,89%
2 ANOS - Inglaterra	0,15%	5,38%	6,10%	2 ANOS - Japão	4,69%	10,22%	13,05%
2 ANOS - Japão	4,67%	9,50%	11,24%	2 ANOS - Korea do Sul	1,84%	10,97%	14,35%
2 ANOS - Korea do Sul	1,80%	8,02%	9,36%	2 ANOS - Austrália	0,76%	3,98%	5,08%
2 ANOS - Austrália	0,69%	3,41%	3,89%	KOSPI 100 - Korea do Sul	0,69%	0,94%	1,13%
KOSPI 100 - SOUTH KOREA	0,63%	0,76%	0,94%	TOPIX 100 - Japão	0,76%	1,15%	1,45%
TOPIX 500 - Japão	0,96%	1,45%	1,75%	360 dias - Brasil	2,06%	4,65%	5,81%
180 dias - Brasil	0,42%	0,63%	0,74%	720 dias - Brasil	0,10%	0,21%	0,20%
360 dias - Brasil	1,71%	3,81%	4,44%	IBX - Brasil	0,00%	0,00%	0,19%
IBX - BRASIL	2,33%	3,02%	3,48%	IMC 30 - México	2,38%	2,96%	3,50%
<b>Risco</b>	<b>1,27%</b>	<b>1,65%</b>	<b>1,91%</b>	<b>Risco</b>	<b>1,27%</b>	<b>1,71%</b>	<b>2,10%</b>

Analisando a comparação em dólares, o número de vértices é o mesmo, porém sua composição é diferente. A otimização por mínima variância direta se distingue por considerar U.S. Corporate Investment Grade e Treasury de cinco anos e desconsiderar EMBI Geral e o IMC 30 mexicano. Devido à similaridade entre o Topix 100 e 500 e a

baixa participação dos *swaps* de 180 e 720 dias brasileiros nas otimizações, estas diferenças foram ignoradas.

Se retirássemos os vértices com peso inferior a 2% dos resultados, a diferença entre os dois estilos de otimizações em dólares seriam U.S. Corporate Investment Grade, Treasury de cinco anos e IBX – considerados na otimização direta – e EMBI Geral, DJAIG e IMC 30 – desconsiderados na otimização direta. Nesse sentido, apesar no menor nível de risco, os vértices da otimização direta em dólares são mais concentrados no mercado americano. Esta concentração não é benéfica, pois o custo de restringir as opções de alocação em diferentes mercados não gera uma redução de risco significativa que justifique esse *trade-off*.

Finalmente, é importante destacar que o foco deste trabalho foi a seleção de vértices pelo critério de minimização de risco. Em decisões efetivas de alocação de ativos será preciso acrescentar vértices que apresentem expectativas anormais de retorno esperado<sup>5</sup>. Os vértices aqui propostos são aqueles que devem ser regularmente incluídos em decisões de alocação de ativos.

(5) O processo de análise e acompanhamento de mercado deve procurar vértices que venham a apresentar, eventualmente, expectativas anormais de retorno. Afinal, qualquer vértice com expectativa de retorno excepcionalmente favorável deve ser incluído no processo de alocação de ativos.

## VI - CONCLUSÕES

A gestão por alocação de ativos para ser bem sucedida deve possuir classes de ativos (vértices) adequados. Caso contrário, o resultado do processo pode gerar alocações sem sentido ou pouco eficientes e, conseqüentemente, o desempenho da carteira refletirá a alocação ineficiente.

Os vértices para alocação selecionados devem abranger e representar seu mercado de atuação. Porém, um grande número de vértices se torna ineficiente devido à perda de sensibilidade gerencial. Logo, os vértices adequados devem abranger o mercado e ser em número reduzido para que possam ser avaliados corretamente pelo gestor.

O objetivo deste trabalho foi discutir e definir vértices de alocação para a modelagem de decisões de investimentos *off shore* de investidores brasileiros sob dois focos:

- Um investidor brasileiro que analisa risco e retorno em reais, que possui parte dos seus investimentos no Brasil, e toma decisões de quanto quer investir no Brasil e no exterior;
- Um investidor global que analisa risco e retorno em dólares americanos (USD) e que pode tomar decisões de quanto quer investir no Brasil e no exterior.

Para alcançar este objetivo, elaborou-se um banco de dados composto pelo retorno excessivo diário e semanal desde 2002, em reais e em dólares, dos índices de renda variável e títulos de renda fixa dos principais países e regiões do mundo. São eles: Brasil, Estados Unidos, União Européia, Inglaterra, Austrália, Japão, Coréia do Sul, México, Embi. Adicionalmente, devido ao seu efeito de diversificação, acrescentou-se o DJ-AIG, índice de *commodities*.

O princípio geral de seleção de vértices utilizou o critério de minimização de risco. Este critério foi adotado devido à instabilidade dos retornos esperados e à estabilidade do risco estimado. Vértices selecionados através de retornos instáveis e voláteis produzirão resultados instáveis e voláteis. A seleção foi conduzida em três níveis, sempre sob a ótica de risco.

O primeiro nível considerou os índices de renda variável mais noticiados e os dois títulos de renda fixa de cada país que possuíssem a menor correlação. Os ativos que não se encaixaram foram descartados.

O segundo nível considerou a composição das quatro carteiras de mínima variância, duas em reais – retornos diários e semanais – e duas em dólar, por país/região. As carteiras de mínima variância em reais de cada grupo/região, por ter a ótica de um investidor brasileiro que quer diversificar seus investimentos no Brasil e no exterior, incluíram os dois ativos de renda fixa selecionados no Brasil e o IBX nas suas otimizações. Já as carteiras de mínima variância em dólares, sob a ótica de um investidor global que não possui vínculos a nenhum país e/ou moeda, foram realizadas somente com os ativos selecionados do grupo/região.

O terceiro e último nível de filtragem se baseou em carteiras de mínima variância obtidas através das rentabilidades em reais e em dólares por dia e semana dos vértices selecionados no segundo nível.

Para cada moeda e rentabilidade foram feitas oito otimizações, sendo que o que as diferenciava eram as restrições impostas à concentração de vértices. Todas as otimizações não permitiam vendas a descoberto. Na primeira otimização não havia nenhuma restrição em relação à concentração, i.e., a carteira poderia ser concentrada em um único vértice. A partir da segunda otimização, foram impostos os seguintes limites máximos de concentração: 50%, 40%, 30%, 25%, 20%, 15% e 10%.

Partindo-se dos resultados das otimizações, estabeleceu-se o critério de hierarquização para seleção final dos vértices de alocação. Quanto maior o limite de concentração maior a relevância do vértice para a alocação global. Isto significa dizer que o vértice selecionado sem restrição de concentração é mais importante que o vértice selecionado com restrição de 20% de concentração.

Finalmente, considerando os vértices relevantes em reais e em dólares por nível de concentração, partiu-se para a definição dos vértices que devem ser considerados no modelo de alocação de ativos em reais e em dólares.

Os vértices foram classificados em quatro níveis de importância:

- Essenciais: são os vértices incluídos nas carteiras com limite de concentração entre 100% e 40% e que possuem peso superior a 2%;
- Recomendados: são os vértices não considerados essenciais, mas que foram incluídos nas carteiras com limite de concentração entre 30% e 20% e que possuem peso superior a 2%;
- Complementares: são os vértices não considerados essenciais nem recomendados, mas que foram incluídos nas carteiras com limite de concentração entre 15% e 10% e que possuem peso superior a 2%;
- Marginais: são os vértices que não foram considerados anteriormente e que possuem peso superior 0% e inferior a 2%;

Considerando que, a partir de dez vértices, a sensibilidade de avaliação do gestor cai rapidamente, partiu-se para a definição dos vértices indispensáveis para a modelagem de alocação de ativos global.

Os vértices indispensáveis para o modelo de alocação global de um investidor brasileiro, que quer diversificar sua carteira no Brasil e no exterior, são os ativos classificados como vértices essenciais e recomendados em reais, totalizando 11 vértices. São eles:

### **Vértices Indispensáveis em Reais**

---

EMBI GERAL  
DJAIG - Commodities  
U.S. Corporate Investment Grade  
U.S. Corporate High Yield  
S&P 500 - USA  
2 ANOS - Korea do Sul  
360 dias - Brasil  
IBX - Brasil  
IMC 30 - México  
2 ANOS - USA  
10 ANOS - Austrália

---

Os vértices para o modelo de alocação de um investidor global, que quer diversificar sua carteira globalmente, são os ativos classificados como vértices essenciais e recomendados em dólares, totalizando 13 vértices. São eles:

### **Vértices Indispensáveis em Dólares**

---

DJAIG - Commodities  
U.S. Corporate High Yield  
2 ANOS - USA  
S&P 500 - USA  
2 ANOS - Alemanha  
2 ANOS - Inglaterra  
2 ANOS - Japão  
2 ANOS - Korea do Sul  
2 ANOS - Austrália  
360 dias - Brasil  
IMC 30 - México  
EMBI GERAL  
TOPIX 100 - Japão

---

É importante destacar que o foco deste trabalho foi a seleção de vértices pelo critério de minimização de risco. Em decisões efetivas de alocação de ativos será preciso acrescentar vértices que apresentem expectativas anormais de retorno esperado. Os vértices aqui propostos são aqueles que devem ser regularmente incluídos em decisões de alocação de ativos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brinsen, G., Hood, L. and Beebower, G. “Determinants of Portfolio Performance”, Financial Analysts Journal, January 1995.

Brito, N. and Brito, A. “Gestão de Patrimônio e Estruturação de Alocação de Ativos no Mercado Local”, Alocação de Ativos, editado por Ney Brito, Artmed/Bookman, 2006.

Black, F. “Universal Hedging: Optimizing Currency Risk and Reward in International Portfolios”, Financial Analysts Journal, July 1989.

Black, F. and Litterman, R. Global Asset Allocation with Equities, Bonds and Currencies, Goldman Sachs, 1991.

DeSantis, G., Litterman, R., Vesval, A., Winkelmann, K. “Covariance Matrix Estimation”, Modern Investment Management, editado por Robert Litterman, John Wiley & Sons, 2003.

Idzorek, T. Strategic Asset Allocation and Commodities, Pimco, March 2006.

Litterman, R. and Winkelmann, K. Estimating Covariance Matrices, Goldman Sachs, 1998.

Litterman, R. “Risk Measurement”, Modern Investment Management, editado por Robert Litterman, John Wiley & Sons, 2003.

Litterman, R. “The Value of Uncorrelated Sources of Return”, Modern Investment Management, editado por Robert Litterman, John Wiley & Sons, 2003.

Winkelmann, K. “Issues in Strategic Asset Allocation”, Modern Investment Management, editado por Robert Litterman, John Wiley & Sons, 2003.

## ANEXO A – CORRELAÇÕES ENTRE TÍTULOS DE RENDA FIXA

### USA

#### Correlação retornos diários em dólares

	<i>U.S. Corporate Investment Grade</i>	<i>U.S. Corporate High Yield</i>	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
U.S. Corporate Investment Grade	100.00%				
U.S. Corporate High Yield	15.28%	100.00%			
2 ANOS	77.23%	8.11%	100.00%		
5 ANOS	85.32%	7.89%	92.27%	100.00%	
10 ANOS	88.57%	8.35%	<b>86.30%</b>	96.48%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em dólares

	<i>U.S. Corporate Investment Grade</i>	<i>U.S. Corporate High Yield</i>	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
U.S. Corporate Investment Grade	100.00%				
U.S. Corporate High Yield	36.45%	100.00%			
2 ANOS	71.49%	12.66%	100.00%		
5 ANOS	83.08%	14.14%	92.02%	100.00%	
10 ANOS	88.22%	16.57%	<b>82.90%</b>	96.24%	100.00%

#### Correlação retornos diários em reais

	<i>U.S. Corporate Investment Grade</i>	<i>U.S. Corporate High Yield</i>	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
U.S. Corporate Investment Grade	100.00%				
U.S. Corporate High Yield	94.46%	100.00%			
2 ANOS	96.29%	94.85%	100.00%		
5 ANOS	97.18%	92.33%	98.56%	100.00%	
10 ANOS	96.02%	88.00%	<b>94.82%</b>	98.56%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em reais

	<i>U.S. Corporate Investment Grade</i>	<i>U.S. Corporate High Yield</i>	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
U.S. Corporate Investment Grade	100.00%				
U.S. Corporate High Yield	94.36%	100.00%			
2 ANOS	97.53%	93.93%	100.00%		
5 ANOS	98.71%	92.96%	98.97%	100.00%	
10 ANOS	98.23%	90.47%	<b>96.18%</b>	98.94%	100.00%

### União Européia - Alemanha

#### Correlação retornos diários em dólares

	<i>Euro-Aggregate: Corporates</i>	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
Euro-Aggregate: Corporates	100.00%			
2 ANOS	97.33%	100.00%		
5 ANOS	97.96%	98.13%	100.00%	
10 ANOS	96.35%	<b>94.31%</b>	98.41%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em dólares

	<i>Euro-Aggregate: Corporates</i>	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
Euro-Aggregate: Corporates	100.00%			
2 ANOS	97.42%	100.00%		
5 ANOS	98.53%	98.13%	100.00%	
10 ANOS	96.93%	<b>93.87%</b>	98.09%	100.00%

#### Correlação retornos diários em reais

	<i>Euro-Aggregate: Corporates</i>	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
Euro-Aggregate: Corporates	100.00%			
2 ANOS	98.63%	100.00%		
5 ANOS	98.92%	99.53%	100.00%	
10 ANOS	98.51%	<b>98.37%</b>	99.49%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em reais

	<i>Euro-Aggregate: Corporates</i>	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
Euro-Aggregate: Corporates	100.00%			
2 ANOS	99.14%	100.00%		
5 ANOS	99.41%	99.53%	100.00%	
10 ANOS	98.96%	<b>98.41%</b>	99.50%	100.00%

## ANEXO A – CORRELAÇÕES ENTRE TÍTULOS DE RENDA FIXA

### Inglaterra

#### Correlação retornos diários em dólares

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	98.17%	100.00%	
10 ANOS	<b>91.29%</b>	96.92%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em dólares

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.0%		
5 ANOS	97.9%	100.0%	
10 ANOS	<b>90.9%</b>	96.9%	100.0%

#### Correlação retornos diários em reais

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	99.61%	100.00%	
10 ANOS	<b>97.74%</b>	99.11%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em reais

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	99.64%	100.00%	
10 ANOS	<b>98.06%</b>	99.26%	100.00%

### Japão

#### Correlação retornos diários em dólares

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	98.18%	100.00%	
10 ANOS	<b>89.85%</b>	95.14%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em dólares

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	98.54%	100.00%	
10 ANOS	<b>90.59%</b>	95.23%	100.00%

#### Correlação retornos diários em reais

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	99.62%	100.00%	
10 ANOS	<b>97.61%</b>	98.81%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em reais

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	99.71%	100.00%	
10 ANOS	<b>97.97%</b>	98.94%	100.00%

## ANEXO A – CORRELAÇÕES ENTRE TÍTULOS DE RENDA FIXA

### Austrália

#### Correlação retornos diários em dólares

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	96.65%	100.00%	
10 ANOS	<b>86.91%</b>	95.26%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em dólares

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.0%		
5 ANOS	97.0%	100.0%	
10 ANOS	<b>87.8%</b>	95.8%	100.0%

#### Correlação retornos diários em reais

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	99.13%	100.00%	
10 ANOS	<b>95.89%</b>	98.39%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em reais

	2 ANOS	5 ANOS	10 ANOS
2 ANOS	100.00%		
5 ANOS	99.31%	100.00%	
10 ANOS	<b>96.77%</b>	98.80%	100.00%

### Korea do Sul

#### Correlação retornos diários em dólares

	2 ANOS	5 ANOS
2 ANOS	100.00%	
5 ANOS	<b>85.88%</b>	100.00%

#### Correlação retornos semanais em dólares

	2 ANOS	5 ANOS
2 ANOS	100.00%	
5 ANOS	<b>88.60%</b>	100.00%

#### Correlação retornos diários em reais

	2 ANOS	5 ANOS
2 ANOS	100.00%	
5 ANOS	<b>96.87%</b>	100.00%

#### Correlação retornos semanais em reais

	2 ANOS	5 ANOS
2 ANOS	100.00%	
5 ANOS	<b>98.19%</b>	100.00%

## ANEXO A – CORRELAÇÕES ENTRE TÍTULOS DE RENDA FIXA

### Brasil

#### Correlação retornos diários em dólares

	<i>180 dias</i>	<i>360 dias</i>	<i>720 dias</i>
180 dias	100.00%		
360 dias	98.98%	100.00%	
720 dias	<b>98.61%</b>	99.06%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em dólares

	<i>180 dias</i>	<i>360 dias</i>	<i>720 dias</i>
180 dias	100.00%		
360 dias	78.05%	100.00%	
720 dias	98.23%	<b>77.70%</b>	100.00%

#### Correlação retornos diários em reais

	<i>180 dias</i>	<i>360 dias</i>	<i>720 dias</i>
180 dias	100.00%		
360 dias	<b>90.03%</b>	100.00%	
720 dias	99.18%	90.75%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em reais

	<i>180 dias</i>	<i>360 dias</i>	<i>720 dias</i>
180 dias	100.00%		
360 dias	<b>89.52%</b>	100.00%	
720 dias	99.29%	89.84%	100.00%

### EMBI

#### Correlação retornos diários em dólares

	<i>EMBI GERAL</i>	<i>EMBI BRASIL</i>	<i>EMBI RUSSIA</i>
EMBI GERAL	100.00%		
EMBI BRASIL	<b>91.21%</b>	100.00%	
EMBI RUSSIA	94.32%	92.86%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em dólares

	<i>EMBI GERAL</i>	<i>EMBI BRASIL</i>	<i>EMBI RUSSIA</i>
EMBI GERAL	100.00%		
EMBI BRASIL	<b>90.80%</b>	100.00%	
EMBI RUSSIA	94.56%	89.04%	100.00%

#### Correlação retornos diários em reais

	<i>EMBI GERAL</i>	<i>EMBI BRASIL</i>	<i>EMBI RUSSIA</i>
EMBI GERAL	100.00%		
EMBI BRASIL	<b>96.04%</b>	100.00%	
EMBI RUSSIA	97.79%	96.56%	100.00%

#### Correlação retornos semanais em reais

	<i>EMBI GERAL</i>	<i>EMBI BRASIL</i>	<i>EMBI RUSSIA</i>
EMBI GERAL	100.00%		
EMBI BRASIL	97.25%	100.00%	
EMBI RUSSIA	98.52%	<b>96.78%</b>	100.00%

## ANEXO B – CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA POR REGIÃO

Reais

DIA			Semana		
<b>Emerging Market</b>			<b>Emerging Market</b>		
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	Fundo	Peso	Volatilidade a.a.
180 dias - Brasil	0,00%	29,83%	180 dias - Brasil	0,00%	27,09%
360 dias - Brasil	8,02%	29,51%	360 dias - Brasil	19,57%	26,63%
IBX - Brasil	38,57%	24,26%	IBX - Brasil	32,81%	29,03%
EMBI GERAL	53,41%	21,75%	EMBI GERAL	47,62%	23,50%
EMBI BRASIL	0,00%	22,68%	EMBI BRASIL	0,00%	25,60%
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>15,06%</b>	<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>20,84%</b>
<b>USA</b>			<b>USA</b>		
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	Fundo	Peso	Volatilidade a.a.
180 dias - Brasil	0,00%	29,83%	180 dias - Brasil	0,00%	27,09%
360 dias - Brasil	11,87%	29,51%	360 dias - Brasil	0,00%	26,63%
IBX - Brasil	25,78%	24,26%	IBX - Brasil	2,89%	29,03%
U.S. Corporate Investment Grade	24,28%	18,07%	U.S. Corporate Investment Grade	0,00%	19,34%
U.S. Corporate High Yield	28,40%	17,79%	U.S. Corporate High Yield	88,26%	17,90%
2 ANOS - USA	9,67%	17,85%	2 ANOS - USA	0,00%	19,39%
10 ANOS - USA	0,00%	19,17%	10 ANOS - USA	0,00%	20,59%
S&P 500 - USA	0,00%	24,61%	S&P 500 - USA	8,86%	22,20%
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>13,25%</b>	<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>17,81%</b>
<b>Europa</b>			<b>Europa</b>		
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	Fundo	Peso	Volatilidade a.a.
180 dias - Brasil	6,28%	29,83%	180 dias - Brasil	19,19%	27,09%
360 dias - Brasil	6,39%	29,51%	360 dias - Brasil	0,00%	26,63%
IBX - Brasil	29,65%	24,26%	IBX - Brasil	22,90%	29,03%
Euro-Aggregate: Corporates	20,82%	20,58%	Euro-Aggregate: Corporates	29,42%	22,17%
2 ANOS - Alemanha	0,00%	20,37%	2 ANOS - Alemanha	0,00%	22,12%
10 ANOS - Alemanha	0,00%	21,50%	10 ANOS - Alemanha	0,00%	23,18%
2 ANOS - Inglaterra	36,86%	19,71%	2 ANOS - Inglaterra	28,49%	21,80%
10 ANOS - Inglaterra	0,00%	20,70%	10 ANOS - Inglaterra	0,00%	22,64%
FTSE EUROTOP 100 - Euro	0,00%	28,76%	FTSE EUROTOP 100 - Euro	0,00%	26,99%
FTSE 100 - Inglaterra	0,00%	27,39%	FTSE 100 - Inglaterra	0,00%	26,66%
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>14,26%</b>	<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>20,88%</b>
<b>Ásia</b>			<b>Ásia</b>		
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	Fundo	Peso	Volatilidade a.a.
180 dias - Brasil	6,62%	29,83%	180 dias - Brasil	0,00%	27,09%
360 dias - Brasil	4,56%	29,51%	360 dias - Brasil	0,00%	26,63%
IBX - Brasil	26,91%	24,26%	IBX - Brasil	13,13%	29,03%
2 ANOS - Japão	8,88%	20,10%	2 ANOS - Japão	1,91%	21,21%
10 ANOS - Japão	3,37%	20,56%	10 ANOS - Japão	5,82%	21,43%
2 ANOS - Korea do Sul	32,06%	18,46%	2 ANOS - Korea do Sul	54,69%	19,98%
5 ANOS - Kores do Sul	0,00%	19,25%	5 ANOS - Kores do Sul	0,00%	20,56%
2 ANOS - Austrália	9,90%	20,44%	2 ANOS - Austrália	13,28%	21,38%
10 ANOS - Austrália	7,71%	21,44%	10 ANOS - Austrália	11,16%	22,20%
KOSPI 100 - Korea do Sul	0,00%	30,53%	KOSPI 100 - Korea do Sul	0,00%	30,74%
ALL ORDINARIES - Austrália	0,00%	29,16%	ALL ORDINARIES - Austrália	0,00%	28,91%
TOPIX 100 - Japão	0,00%	26,20%	TOPIX 100 - Japão	0,00%	25,78%
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>13,58%</b>	<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>19,01%</b>
<b>América Latina</b>			<b>América Latina</b>		
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	Fundo	Peso	Volatilidade a.a.
180 dias - Brasil	2,22%	25,62%	180 dias - Brasil	17,97%	27,09%
360 dias - Brasil	43,19%	23,18%	360 dias - Brasil	9,78%	26,63%
IBX - Brasil	8,39%	29,32%	IBX - Brasil	17,30%	29,03%
IMC 30 - México	46,19%	22,44%	IMC 30 - México	54,95%	21,73%
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>19,69%</b>	<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>20,58%</b>

## ANEXO B – CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA POR REGIÃO

### Dólares

Dia				Semana			
<b>Emerging Market</b>				<b>Emerging Market</b>			
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.		Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	
EMBI GERAL	100,00%	13,47%		EMBI GERAL	100,00%	12,41%	
EMBI BRASIL	0,00%	15,16%		EMBI BRASIL	0,00%	14,40%	
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>13,47%</b>		<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>12,41%</b>	
<b>USA</b>				<b>USA</b>			
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.		Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	
U.S. Corporate Investment Grade	0,00%	4,74%		U.S. Corporate Investment Grade	0,00%	4,79%	
U.S. Corporate High Yield	7,60%	4,43%		U.S. Corporate High Yield	1,02%	6,19%	
2 ANOS	88,27%	1,75%		2 ANOS	93,89%	1,65%	
10 ANOS	0,00%	7,54%		10 ANOS	0,00%	6,94%	
S&P 500	4,13%	16,32%		S&P 500	5,09%	14,15%	
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>1,52%</b>		<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>1,45%</b>	
<b>Ásia</b>				<b>Ásia</b>			
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.		Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	
2 ANOS - Japão	24,48%	9,10%		2 ANOS - Japão	16,12%	9,34%	
10 ANOS - Japão	5,76%	10,17%		10 ANOS - Japão	0,00%	10,09%	
2 ANOS - Korea do Sul	26,97%	6,86%		2 ANOS - Korea do Sul	43,55%	6,91%	
5 ANOS - Korea do Sul	5,23%	8,39%		5 ANOS - Korea do Sul	0,00%	7,94%	
2 ANOS - Austrália	25,37%	10,23%		2 ANOS - Austrália	26,26%	9,87%	
10 ANOS - Austrália	5,74%	12,27%		10 ANOS - Austrália	7,25%	11,68%	
KOSPI 100 - Korea do Sul	0,89%	25,21%		KOSPI 100 - Korea do Sul	2,41%	26,04%	
ALL ORDINARIES - Austrália	0,00%	23,37%		ALL ORDINARIES - Austrália	0,00%	22,86%	
TOPIX 100 - Japão	5,57%	19,11%		TOPIX 100 - Japão	4,40%	18,48%	
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>3,98%</b>		<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>3,63%</b>	
<b>América Latina</b>				<b>América Latina</b>			
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.		Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	
180 dias	0,02%	19,63%		360 dias	48,62%	14,37%	
720 dias	43,55%	16,01%		720 dias	2,92%	17,53%	
IBX - BRAZIL	7,05%	23,95%		IMC 30	30,80%	14,25%	
IMC 30	49,38%	14,26%		IBX - BRAZIL	17,65%	24,02%	
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>10,15%</b>		<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>8,23%</b>	
<b>Europa</b>				<b>Europa</b>			
Fundo	Peso	Volatilidade a.a.		Fundo	Peso	Volatilidade a.a.	
Euro-Aggregate: Corporates	0,00%	10,75%		Euro-Aggregate: Corporates	0,00%	10,47%	
2 ANOS - Alemanha	12,79%	10,10%		2 ANOS - Alemanha	20,37%	9,84%	
10 ANOS - Alemanha	0,00%	12,10%		10 ANOS - Alemanha	0,00%	11,67%	
2 ANOS - Inglaterra	87,21%	8,42%		2 ANOS - Inglaterra	79,63%	8,53%	
10 ANOS - Inglaterra	0,00%	10,45%		10 ANOS - Inglaterra	0,00%	10,42%	
FTSE EUROTOP 100 - Euro	0,00%	22,78%		FTSE EUROTOP 100 - EURO	0,00%	19,91%	
FTSE 100 - Inglaterra	0,00%	20,93%		FTSE 100 - UK	0,00%	18,35%	
<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>8,38%</b>		<b>Alocação</b>	<b>100,00%</b>	<b>8,43%</b>	