

Fundação Getulio Vargas
Escola de Pós-Graduação em Economia
Mestrado em Economia Empresarial e Finanças

Ana Claudia Alves Nolte

**FUNDOS CICLO DE VIDA E SUA APLICAÇÃO AO
MERCADO BRASILEIRO**

Rio de Janeiro

Abril de 2019

ANA CLAUDIA ALVES NOLTE

FUNDOS CICLO DE VIDA E SUA APLICAÇÃO AO MERCADO BRASILEIRO

Dissertação apresentada à Banca examinadora da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Economia Empresarial e Finanças.

Área de concentração: Finanças.

Orientador: Dr.º Marcelo Pessoa

Rio de Janeiro

Abril de 2019

Nolte, Ana Claudia Alves

Fundos ciclo de vida e sua aplicação ao mercado brasileiro / Ana
Claudia Alves Nolte. – 2019.

78 f.

Dissertação (mestrado) - Fundação Getulio Vargas, Escola de Pós-
Graduação em Economia.

Orientador: Marcelo Pessoa.

Inclui bibliografia.

1. Fundos de pensão - Brasil. 2. Investimentos - Brasil. 3. Investimentos
de capital. 4. Mercado de capitais. I. Pessoa, Marcelo de Sales, 1983-. II.
Fundação Getulio Vargas. Escola de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

CDD – 332.6725

Elaborada por Márcia Nunes Bacha – CRB-7/4403

ANA CLAUDIA ALVES NOLTE

"FUNDOS CICLO DE VIDA E SUA APLICAÇÃO AO MERCADO BRASILEIRO".

Dissertação apresentado(a) ao Curso de Mestrado Profissional em Economia Empresarial e Finanças do(a) Escola de Pós-Graduação em Economia para obtenção do grau de Mestre(a) em Economia Empresarial e Finanças.

Data da defesa: 27/04/2019

ASSINATURA DOS MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA



Marcelo de Sales Pessoa
Orientador(a)



Axel André Simonsen



Rafael Chaves Santos

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a minha família pelo apoio incondicional, e em especial ao meu marido André, que me incentivou desde sempre quando da minha decisão em cursar o mestrado. Aos meus filhos Lucas e Clara que mesmo pela ausência muitas vezes sentida, entenderam e vibraram com as minhas conquistas ao longo do curso. Espero que o meu exemplo, ajude-os a superar obstáculos e entender como o conhecimento poderá levá-los a caminhos sequer imaginados.

Aos meus colegas e Diretoria da Valia, em especial a Daniel Swerts e Nathalia Pinto, pela oportunidade em discutir sobre um produto ciclo de vida, em todas as suas dimensões. Este processo foi fundamental na elaboração deste artigo.

Agradeço meu orientador, Marcelo Pessoa, que acreditou no tema e mesmo à distância sempre se fez presente. O seu apoio, conhecimento e experiência foi fundamental para a elaboração desta dissertação.

Meu muito obrigado também a coordenação do mestrado e sua equipe pelo apoio ao longo do curso, e pelas contribuições para o desenvolvimento do tema.

RESUMO

O desenvolvimento de produtos visando renda de aposentadoria recebeu a atenção dos gestores internacionais a partir do *Pensions Protection Act* no mercado americano. Os produtos *target-date* e *life cycle* foram alçados a um patamar inédito de popularidade entre os investidores e patrocinadores de fundos de pensão, que os adotaram como *default* para os planos de contribuição definida (CD). Na última década os ativos sob gestão cresceram de US\$ 158 milhões em 2008 para US\$ 1 trilhão em 2017. O presente estudo tem por objetivo prover uma metodologia que propicie a adequação de um produto ciclo de vida ao mercado brasileiro. Neste sentido, apresenta os fatores determinantes para o sucesso destes produtos, e utiliza, como referencial teórico, a literatura que fundamenta a alocação de longo prazo. Como resultado, encontramos diferentes *glidepaths* que poderão ser adotados em conformidade com a tolerância a risco do investidor.

Palavras-chave: ciclo de vida, *target-date*, produtos *default*, alocação de longo prazo

ABSTRACT

Retirement income products development has received attention from international asset managers since the Pensions Protection Act release on American market. Target-date and life cycle products have reached unprecedented levels of popularity among investors and pension plans sponsors, which have adopted them as defaults to their defined contribution plans (DC). Assets under management on last decade have grown from USD 158 million in 2008 to USD 1 trillion in 2017. This essay aims to provide a methodology that applies a life cycle product to the Brazilian market. Regarding that, it shows the reasons behind its success and uses the long-term asset allocation literature as the theoretical framework. The results achieved are different glidepaths built to suit investor's risk tolerance.

Key words: life cycle, target-date, default products, long-term asset allocation

Sumário

1) Introdução.....	10
2) Produtos <i>default</i> ciclo de vida e <i>target-date</i>	13
2.1) A Indústria de US\$ 1 trilhão de ativos sob gestão.....	13
2.2) Razões para o sucesso dos <i>Target Date Funds</i>	16
3) Definição de uma carteira de longo prazo visando renda futura de aposentadoria – arcabouço teórico e desafios práticos à luz da experiência internacional	26
3.1) Otimização de Portfólio e o Modelo de Média-Variância.....	26
3.2) Alocação de Portfólio de Longo Prazo.....	28
3.2.1) Taxa de juros e a dinâmica entre renda fixa e variável	28
3.2.2) O conceito de Capital Humano e seu impacto na alocação.....	32
3.2.3) Tolerância a risco e o horizonte para a aposentadoria	35
3.3) Desenho de um <i>Glidepath</i>	37
3.3.1) Referencial Teórico	37
3.3.2) Metodologia	39
3.3.3) <i>Overview</i> dos Produtos Ofertados no Mercado Americano	44
4) Simulação de um portfólio de longo prazo com ativos locais.....	47
4.1) Dados	47
4.2) Metodologia.....	49
4.2.1) O Modelo de Black-Litterman	49
4.2.2) Definição das Visões do Gestor	52
4.2.3) Consistência das Visões do Gestor.....	55
4.2.4) Construção do portfólio de longo prazo	56
4.3) Análise dos Resultados	61
5) Conclusão	66
6) Bibliografia.....	68
Anexo 1: Educação Financeira ao Redor do Mundo.	71
Anexo 2: Mensuração da Educação Financeira	72
Anexo 3: Resultados da Regressão: Habilidades Numéricas vinculadas a conceitos Financeiros	73
Anexo 4: Conhecimentos Básicos de Educação Financeira	74
Anexo 5: Conhecimentos Básicos de Educação Financeira	75
Anexo 6: Atitudes voltadas para Finanças e Percepções	76
Anexo 7: Atitudes voltadas para Finanças e Percepções	77
Anexo 8: IMA-B Completo	78

Índice de figuras

Figura 1: Ativos Líquidos, Fluxo Líquido Estimado e Taxa de Crescimento Orgânica de Fundos Mútuos <i>Target-Date</i> nos EUA, 2008-2017.....	13
Figura 2: Fluxo Estimado e Taxa de Crescimento Orgânico por Categoria Morningstar	14
Figura 3: Estimativa de Fluxo Líquido Anual entre Estratégias Ativas vs Passivas, 2008-2017	15
Figura 4: Fluxo Líquido Estimado para Fundos <i>Target-Date</i> em 2017 de acordo com o Morningstar <i>Fee Level - Distribution</i>	15
Figura 5: Taxa de Administração ponderada pelo Valor do Ativo, 2009-17.....	16
Figura 6: Composição dos Perfis de Investimento ofertados pelas AFPs chilenas, jul/2017 ..	20
Figura 7: Movimentações por tipo de participante de planos de contribuição definida	25
Figura 8: Spread de Retornos Anualizados em Diferentes Horizontes, 1926-2005	31
Figura 9: Crescimento Salarial ao Longo do Ciclo de Vida em Diferentes Países.....	35
Figura 10: Total de Ativos sob Gestão: “To” vs. “Through” Fundos <i>Target-Date</i>	43
Figura 11: Exposição a Renda Variável dos <i>Glidepaths</i>	44
Figura 12: <i>Glidepath</i> médio da indústria por sub-classe de ativos	45
Figura 13: Participação Média de Renda Variável no <i>Glidepath</i> , 2017 vs. 2012.....	45
Figura 14: Alterações na Média da Indústria para as sub-classes de ativos no <i>Glidepath</i> , 2017 vs.2012	46
Figura 15: Exposição a Renda Variável dos <i>Glidepaths</i> , excluindo <i>outliers</i>	46
Figura 16: Aderência do Modelo à Série Histórica	57
Figura 17: Alocação com Exposição Inicial de 60% a Ativos de Risco.....	61
Figura 18: Alocação com Exposição Inicial de 40% a Ativos de Risco.....	62
Figura 19: Alocação com Exposição Inicial de 20% a Ativos de Risco.....	62
Figura 20: Alocação Heurística	63

Índice de tabelas

Tabela 1: Amostra e Experimento para Estudo de Efetividade de Programas de Educação Financeira.....	21
Tabela 2: Teste Randômico para Estudo de Efetividade de Programas de Educação Financeira	22
Tabela 3: Benchmarks para Índices de Reposição para diferentes níveis de renda utilizados pela UK Pensions Commission 2004, expresso em termos de rendimentos equivalentes em 2012.....	38
Tabela 4: Retornos e Volatilidades Históricas no período out/03 e jan/19.....	48
Tabela 5: Correlações Históricas entre as classes de ativos no período out/03 a jan/19	48
Tabela 6: Retorno Esperado IBRX50	53
Tabela 7: Retorno Esperado CDI.....	53
Tabela 8: Retorno Esperado IMA-B	54
Tabela 9: Retorno Esperado MSCI World em reais	54
Tabela 10: Visão Consolidada do Gestor para as classes de ativos.....	55
Tabela 11: Projeção de Retornos	55
Tabela 12: <i>Backtest</i> do Método para Projeção dos Retornos Esperados	56

Tabela 13: Novos Retornos Esperados calculados segundo modelo Black-Litterman.....	56
Tabela 14: Retornos e Volatilidades para Otimização.....	57
Tabela 15: Carteiras Seleccionadas da Fronteira Eficiente	59
Tabela 16: Carteiras Propostas.....	59

Índice de quadros

Quadro 1: Questionário para aferir grau de “alfabetização” financeira – <i>The Big Three</i>	19
Quadro 2: Questionário para aferir grau de “alfabetização” financeira – <i>The Big Five</i>	19
Quadro 3: Fases ao longo do Ciclo de Vida	36
Quadro 4: Fatores de Sensibilidade e o seu Impacto na Alocação	41
Quadro 5: Classes de Ativos Mercado Americano vs. Mercado Brasileiro	47
Quadro 6: Taxa Indicativa NTN-B 2050	53
Quadro 7: <i>Glidepath</i> proposto	60

1) Introdução

Os fundos de investimento denominados *target-date* e ciclo de vida atingiram, ao fim de 2008, US\$ 158 bilhões em ativos sob gestão nos EUA. Ao fim de uma década, tal valor era de US\$ 1 trilhão. O objetivo desses produtos é auxiliar o investidor leigo a executar um planejamento financeiro de longo prazo. Seu sucesso e popularidade cruzou fronteiras, sendo hoje também adotados em outros países. No Reino Unido, por exemplo, o *National Employment Savings Trust* - NEST - possui como *default* 50 fundos *target-date*, a fim de atender as diferentes datas de aposentadoria de seus participantes¹.

Os *Target-Date Funds* (TDFs) são fundos com uma data-alvo de aposentadoria vinculada, onde os valores investidos em diferentes classes de ativos observarão, ao longo do tempo, uma alocação que iniciará com maior peso em ativos de maior volatilidade e realizará o decaimento do risco à medida que se aproxima da aposentadoria. Já os produtos ciclo de vida (*life cycle*) seguem a mesma filosofia de redução do risco à medida que o investidor envelhece, diferenciando-se pelo fato de o gestor “migrar” o valor investido entre diferentes portfólios ao longo do tempo. Os TDFs caracterizam-se por uma transição mais suave entre os ativos de maior para menor risco, enquanto, no ciclo de vida, podemos observar uma redução mais abrupta (“degraus”), dependendo da composição dos portfólios.

Esta dissertação visa apresentar uma metodologia que permita a adequação de um produto ciclo de vida ao mercado brasileiro. Neste sentido, iniciamos por apresentar as razões do sucesso destes fundos no mercado americano e o seu vínculo com a sua oferta como *default* aos investidores. O *Pensions Protection Act* foi o marco regulatório que impulsionou esta indústria ao qualificar os fundos com modelo de gestão *target-date* ou *life-cycle* como *Qualified Default Investment Alternatives* (QDIA). O normativo citado determina que o participante, ao não optar por um produto de investimento ofertado pelo fundo de pensão, poderá ter sua adesão ao produto *default* estabelecido realizada automaticamente pelo fundo. O viés comportamental da inércia atua a favor dos *defaults*, aliado à baixa capacitação dos indivíduos em temas ligados a finanças. Esta é uma realidade quase universal, quando verificamos pesquisas voltadas para mensurar o grau de “alfabetização” financeira em diferentes países. Programas de educação financeira possuem um alcance limitado, conforme as pesquisas do *World Bank* (2011) e *National Bureau of Economic Research* (2012), parte integrante da bibliografia deste artigo.

¹ <https://www.nestpensions.org.uk/schemeweb/nest/aboutnest/investment-approach.html>

No capítulo 3, apresentamos a revisão da literatura, que fundamenta a alocação de ativos no horizonte de longo prazo e o *age-based investing*. No modelo de média-variância, o mercado possui uma relação constante de risco e retorno e a alocação ótima de longo prazo é igual àquela de curto prazo. Isso ocorre porque se assumem taxas de juros reais constantes ao longo do tempo e a riqueza financeira independente da renda. Esse modelo evoluiu para um novo arcabouço, resultante da flexibilização destas premissas, denominadas condições de Merton-Samuelson. Essa teoria que suporta a alocação de ativos no longo prazo preconiza que as taxas de juros reais oscilam ao longo do ciclo econômico. Além disso, as alterações dos retornos esperados e as correlações entre as classes de ativos conduzem a diferentes portfólios ótimos, em diferentes janelas de tempo. A renda de trabalho aparecendo como fator exógeno, quando adicionada ao modelo de otimização, produz impactos na alocação de recursos ao considerar que os investidores podem ajustar endogenamente sua oferta e consequente renda do trabalho de acordo com a sua necessidade. A relevância do capital humano (valor presente da renda futura do trabalho) na definição da tolerância a risco do investidor é discutida neste capítulo, bem como de outros fatores para o desenho de um *glidepath*, que vem a ser a alocação entre ativos selecionados para compor o portfólio e a razão de decaimento na participação daqueles de maior exposição a risco.

No capítulo 4, simulamos um portfólio de longo prazo com ativos locais utilizando o modelo de Black-Litterman (BL). Buscamos adequá-lo à realidade e ao apetite a risco do investidor brasileiro, somente considerando o capital financeiro. Isto porque a inclusão do capital humano exige a definição de um investidor-tipo e a simulação de seu fluxo futuro de renda com base em hipóteses atuariais, não sendo este o foco deste artigo.

A metodologia selecionada define os índices dos ativos de renda fixa e variável disponíveis no mercado local, que mais se assemelham àqueles utilizados nos produtos *target-date* americanos. Utilizamos o módulo *Asset Allocation* (AA) do Sistema Morningstar Direct para o cálculo dos retornos e correlações destes ativos no período de out/2003 a jan/2019. Elaboramos um método próprio para estimar os retornos futuros das classes de ativos selecionadas com base em informações públicas (relatórios FOCUS/BACEN, ANBIMA, FMI para projeções das variáveis macroeconômicas) vinculada à determinação de um nível de confiança intuitivo no intervalo de 0% a 100%. Assim, definimos a “distribuição da visão do gestor”, parâmetro do modelo de BL. Considerando a fronteira eficiente gerada pelo sistema, selecionamos 4 carteiras para compor o *glidepath* vinculadas ao peso do IBRX50. Com esta definição estabelecemos o método de decaimento do risco e rebalanceamento entre as carteiras

no horizonte de investimento, considerando um investidor que inicia sua vida laboral aos 25 anos e se aposenta aos 65 anos. A alocação considera como alvo a data da aposentadoria.

O objetivo é definir um *glidepath* considerando carteiras cuja composição, em termos de classes de ativos e seus respectivos pesos, possam ser revistas dependendo do cenário econômico e ajustada à tolerância ao risco do investidor de acordo com sua “fase de vida” - *Acumulação*, *Consolidação* e *Preservação*, cuja definição encontra-se no capítulo 3. A exposição inicial a ativos de maior risco e volatilidade está vinculada à função utilidade do investidor e pode ser graduada a fim de criar diferentes produtos em detrimento de uma solução única. Mesmo num grupo com características semelhantes de capital humano, podemos ter indivíduos com diferentes níveis de aversão a risco.

Como resultado, ao adequarmos ao mercado local uma alocação que segue a filosofia ciclo de vida, além de reduzirmos a exposição inicial a ativos com maior risco, o seu decaimento é muito mais rápido, já iniciando na etapa de *Consolidação*. Tal fato reside no apetite a risco do investidor médio brasileiro, que não está familiarizado com renda variável e atribui maior valor à segurança em detrimento da rentabilidade.

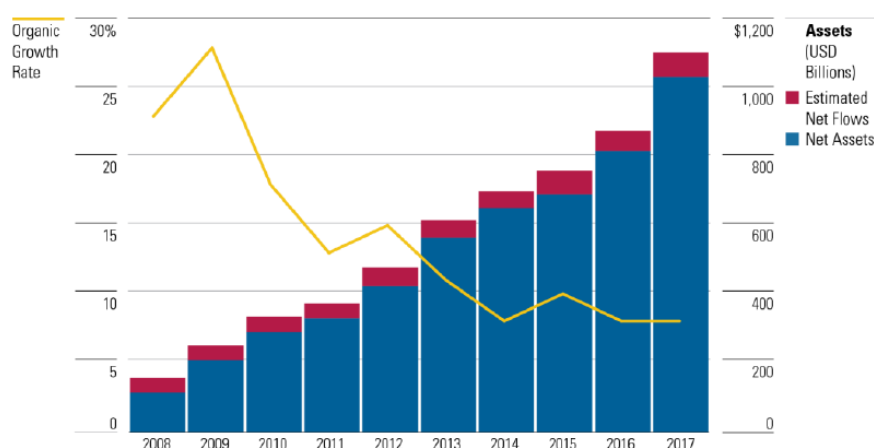
2) Produtos *default* ciclo de vida e *target-date*

Nesta seção, tratamos do surgimento dos produtos *default* ciclo de vida e *target-date* como uma resposta a vieses comportamentais e a limitação de programas de educação financeira. Abordamos experimentos empíricos realizados a fim de testar a eficácia destes programas e suas principais conclusões. Tal disposição norteia a defesa deste artigo na oferta de produtos financeiros voltados para a constituição de uma renda de aposentadoria adequada à tolerância ao risco do investidor, bem como às suas limitações de conhecimento de finanças.

2.1) A Indústria de US\$ 1 trilhão de ativos sob gestão

Em 2017 os fundos *target-date* atingiram o patamar de US\$ 1 trilhão de ativos sob gestão nos EUA, após receberem um fluxo líquido de novos investimentos sem precedentes, da ordem de US\$ 70 bilhões ao longo do ano. Além deste fluxo positivo, tal crescimento também foi resultado da rentabilidade média obtida – entre 8,8% a 21,3% segundo o *Target-date Fund* (TDF) Morningstar *Categories*. Desde 2008, observa-se um fluxo líquido de aproximadamente US\$ 40 bilhões anuais para estes fundos. Na figura 1, podemos observar a curva ascendente de evolução de patrimônio nesta categoria da indústria de fundos americana.

Figura 1: Ativos Líquidos, Fluxo Líquido Estimado e Taxa de Crescimento Orgânica de Fundos Mútuos *Target-Date* nos EUA, 2008-2017

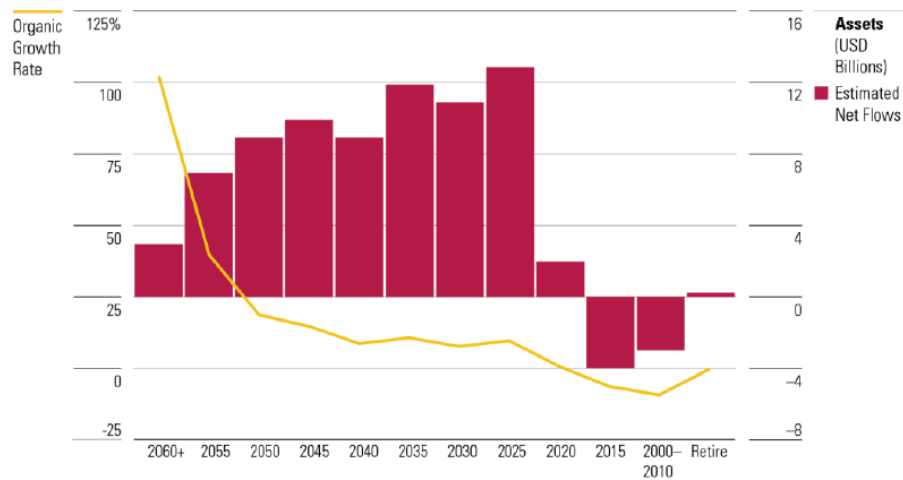


Fonte: Morningstar (2018)

O aporte de novos recursos pelos investidores em 2017 seguiu uma distribuição relativamente uniforme entre as diferentes fases de vida e carreira. Considerando uma idade de aposentadoria

de 65 anos, estes fundos abrangem investidores com idade entre 33 a 57 anos. Os fundos *target-date* 2025 receberam os maiores aportes; enquanto aqueles correspondentes a 2060, os menores. A constatação da proximidade da aposentadoria traz uma maior consciência para a necessidade de acumular recursos, enquanto a sua distância produz o efeito oposto. Este viés comportamental observado, onde os investidores abrem mão do efeito positivo do tempo para o aumento de sua poupança previdenciária, é um dos principais desafios hoje enfrentados pelos instituidores de planos de capitalização (contribuição definida).

Figura 2: Fluxo Estimado e Taxa de Crescimento Orgânico por Categoria Morningstar

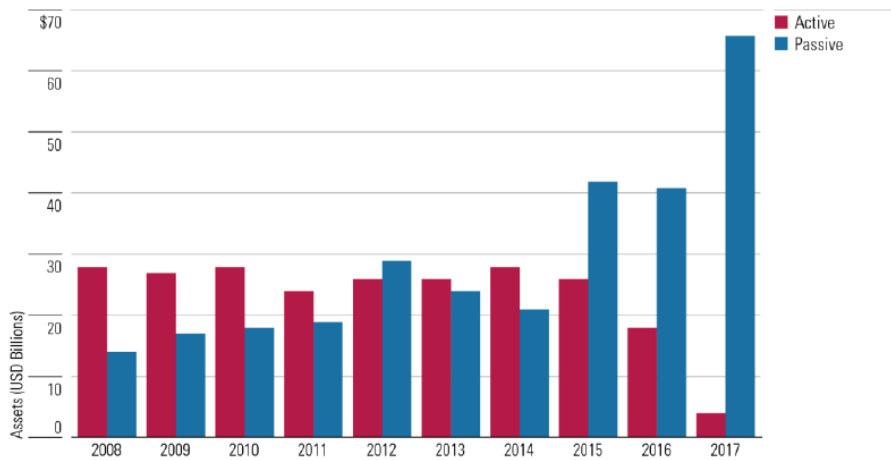


Fonte: Morningstar (2018)

Outra tendência observada é a preferência dos investidores por fundos *target-date* de gestão passiva. Aproximadamente 95% dos US\$ 70 bilhões acima mencionados foram direcionados a fundos cuja decisão de alocação e *glidepath* são ativas, porém, cerca de 80% das estratégias das classes de ativos investidas são indexadas (figura 3). Conforme Gutierrez *et al* (2019) no período de 15 anos até Dez/2016, 92% dos fundos *large-cap*, 95% *mid-cap* e 93% *small-cap* de gestão ativa nos EUA não conseguiram superar seus respectivos *benchmarks*. A opção por fundos passivos ou ETFs (*Exchange Trading Funds*) procura implicitamente diversificar todo risco não sistemático, pois, através destes instrumentos, é possível ter uma exposição ao “universo” de cada classe de ativo.

Desta forma, temos uma gestão ativa quanto à distribuição dos pesos a serem atribuídos a cada classe de ativo no portfólio e passiva quanto ao “lastro” dos ativos investidos.

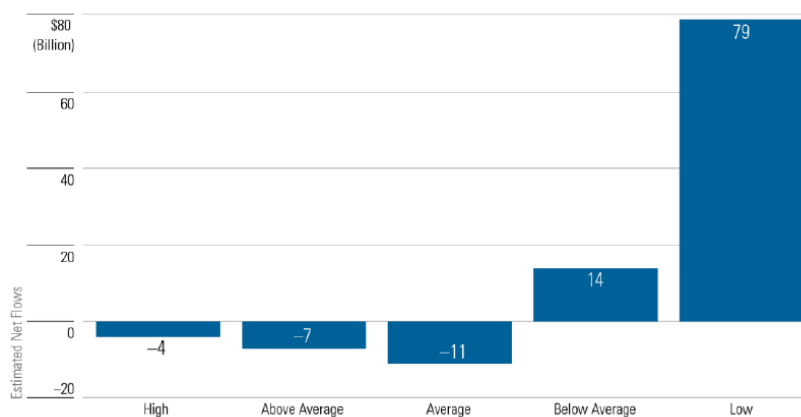
Figura 3: Estimativa de Fluxo Líquido Anual entre Estratégias Ativas vs Passivas, 2008-2017



Fonte: Morningstar (2018)

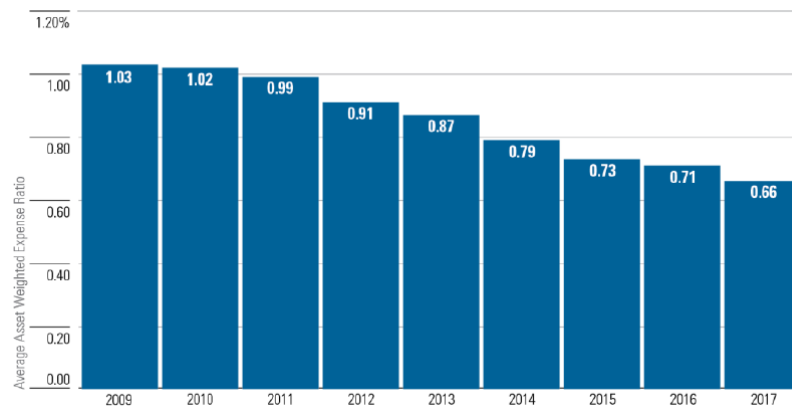
Adicionalmente, a busca pela gestão passiva das classes de ativos está relacionada à demanda por menores custos por parte destes investidores, bem como ao fato de que a gestão ativa não trouxe uma performance superior nos últimos anos. Isso acirra a concorrência entre os principais *players* deste mercado. A figura 4 ilustra esta preferência, ao considerar os fluxos de recursos de acordo com o *Morningstar Fee Level – Distribution ranks* e o crescimento somente daqueles classificados como *Low* ou *Below Average* em 2017. Adicionalmente, verificamos, na Figura 5, o declínio ao longo dos anos da taxa de administração deste produto.

Figura 4: Fluxo Líquido Estimado para Fundos *Target-Date* em 2017 de acordo com o *Morningstar Fee Level - Distribution*



Fonte: Morningstar (2018)

Figura 5: Taxa de Administração ponderada pelo Valor do Ativo, 2009-17



Fonte: Morningstar (2018)

As estratégias de TDFs são ofertadas a investidores institucionais, através de veículo próprio (*Collective Investment Trusts – CIT*), com um menor custo quando comparado aos fundos mútuos. No entanto, como não há obrigatoriedade legal de abertura de informações, não dispomos de estatísticas precisas quanto ao real volume investido nos CITs.

2.2) Razões para o sucesso dos *Target Date Funds*

Nesta subseção, ao considerarmos a evolução e o volume de recursos geridos nesta categoria de fundos nos EUA e sua adoção em outros mercados, o objetivo será identificar fatores-chave que propiciaram tal performance.

A adoção destes produtos recebeu um impulso importante com o *Pensions Protection Act* (PPA), que admitiu a adesão automática de participantes de fundos de pensão a TDFs, estabelecendo fundos estilo *life-cycle* como a opção *default* de novos entrantes. Este marco regulatório possibilitou definir um sistema onde o “padrão” configura uma alocação de longo prazo, e no qual o participante necessita realizar poucas escolhas.

Os *defaults* são ferramentas usadas no confronto de vieses comportamentais como inércia e *status quo*. Neste tipo de viés, se existir uma opção na qual o participante nada necessita fazer, esta será aquela com o maior número de adesões, seja a melhor ou não para o seu perfil de investidor ou fase de vida. Desta forma, a oferta de um ou mais produtos *default* que atendam a diferentes participantes-tipo ou alvo, em termos de alocação de recursos e tolerância a risco, visando uma renda de aposentadoria almejada, é uma solução para aqueles que não se sintam aptos ou tenham interesse em tomar decisões de investimento.

Na teoria de finanças tradicional, poupar visando uma renda de aposentadoria implica quantificar sua renda de trabalho ao longo do tempo, prever seus gastos quando não estiver mais ativo e o montante necessário a ser poupado, para que a renda futura tenha um percentual de reposição adequado em relação a seu último salário. Um modelo simples de escolha intertemporal em face da incerteza, onde o indivíduo decide sobre consumo e poupança no período t_0 , dado uma restrição orçamentária de y , uma taxa de juros esperada de r e preços atuais e futuros iguais a p para os produtos consumidos x , pode ser expresso por (1):

$$\max E[U(c_0, c_1)] \quad (1)$$

$$s. t. c_0 + s_0 \leq y$$

$$c_1 \leq (1 + r)s_0$$

$$c_t = \sum_{i=1}^N x_{it} p_{it}$$

Este modelo, além da racionalidade implícita, bem como o conhecimento de conceitos financeiros e a busca de maximização da utilidade, reside em abrir mão de um consumo presente em prol de um benefício futuro.

Poupar para aposentadoria é o clássico exemplo de conflito entre o sistema 1 (inconsciente, satisfação imediata e decisão rápida) e sistema 2 (racional e que exige um processo de decisão complexo), conforme os conceitos elaborados por Kahneman (2011). Devemos ser conscientes de que um sistema de aposentadoria possui efeitos diferidos, não há correspondência automática entre esforço e resultado, é de difícil entendimento (o produto, não o conceito), é infrequente (se contrata uma vez na vida), não proporciona feedback, não possui uma relação direta entre escolha e experiência e os indivíduos tem ilusão de riqueza, pois pensam que o capital acumulado é suficiente para viver.

Quando existem muitas variáveis e complexidade atreladas a opções de investimento, as escolhas a cargo de um participante tenderão a ser sub-ótimas, considerando sua limitação cognitiva e o fato de que não é possível processar toda a informação disponível. Além disso, há desvios de racionalidade e erros nos cálculos de probabilidade dos eventos (por exemplo, subestimar despesas com saúde na terceira idade)

A adoção dos produtos TDFs ou estilo *life cycle* foi também uma consequência do movimento realizado pelos fundos de pensão nas últimas décadas ao encerrar seus planos de benefício definido (BD) para novos entrantes e substituí-los por contribuição definida (CD) ou

capitalização. Trata-se de uma alteração fundamental no arcabouço de escolhas a cargo dos participantes. Nos planos BD, o valor da contribuição e benefício é definido quando da contratação do plano, com fórmula de cálculo estabelecida em regulamento e natureza solidária entre os participantes. Enquanto nos CD, há uma série de decisões a serem tomadas: o percentual de contribuição, qual a opção de investimento ofertada pelo gestor do plano é a mais adequada às suas necessidades e qual a forma de recebimento de sua renda de aposentadoria (resgate do saldo, percentual, compra de renda vitalícia, por exemplo).

Considerando esta nova realidade, os instituidores de planos de aposentadoria se deparam com o desafio de sensibilizar os seus participantes a estabelecer um percentual de poupança de seus rendimentos de forma contínua, além de optar por uma carteira de longo prazo diversificada para investir. Visando auxiliar na tomada de decisão, programas de educação financeira foram elaborados, no entanto ainda há pouca evidência empírica através de pesquisas realizadas, que demonstrem o seu real impacto sobre o comportamento relacionado a finanças ou temas correlatos.

O conceito de alfabetização, capacitação ou cultura financeira em suas muitas definições poderia ser entendido como a habilidade em usar um conhecimento específico voltado para gerenciar de modo eficiente seus recursos em prol de uma segurança financeira futura. Em termos práticos, seria saber distinguir produtos (diferença entre renda fixa e variável, dinâmica de amortização de empréstimos, PGBL versus VGBL), de conceitos (valor do dinheiro no tempo, diversificação, inflação, taxa de juros), de técnicas matemáticas (maximização) que subsidiem a tomada de decisões e planejamento. A complexidade hoje existente nos diferentes mercados em termos de produtos e opções disponíveis para investidores não foi acompanhada por um melhor preparo destes últimos para sua compreensão. Muitos programas lançados ao redor do mundo e até mesmo no Brasil (Semana Nacional de Educação Financeira – ENEF) visam prover debates e ferramentas aos agentes de mercado para reduzir este descompasso.

Em 2004, Lusardi & Mitchell definiram três perguntas voltadas para aferição do grau de capacitação em conceitos de finanças, em pesquisa do governo americano voltada para saúde e aposentadoria (HRS) com indivíduos acima de 50 anos. Este questionário tornou-se um paradigma e foi aplicado ao redor do mundo visando mensurar o grau de “alfabetização” financeira dos indivíduos. As *Big Three* (quadro 1), como passaram a ser conhecidas, visavam testar o conhecimento de juros compostos, taxas reais de retorno e diversificação.

Posteriormente, foram adicionadas mais duas perguntas, relacionadas a juros de hipotecas e apreços de títulos de renda fixa (*bonds*), configurando as *Big Five* (quadro 2)

Quadro 1: Questionário para aferir grau de “alfabetização” financeira – *The Big Three*

Conceito	Pergunta	Opções de Resposta
Taxa de Juros	Suponha que você possui \$100 de poupança e a taxa de juros é 2% a.a para remuneração. Após 5 anos, qual seria o novo valor poupado, caso você o mantivesse sem qualquer movimentação ?	Mais que \$102 Exatamente \$102 Menos que \$102 Não sabe Não respondeu
Inflação	Imagine que a taxa de juros de remuneração de sua poupança é 1% a.a. e a inflação 2% a.a. Após um ano, você estará apto a comprar mais do que hoje, o mesmo que hoje ou menos que hoje, com o dinheiro que estará disponível em conta?	Mais que hoje Exatamente o mesmo que hoje Menos que hoje Não sabe Não respondeu
Diversificação de Risco	A seguinte afirmação é Verdadeira ou Falsa: “Comprando apenas a ação de uma única empresa em geral proporciona o mesmo retorno que fundo mútuo de ações”	Verdadeiro Falso Não sabe Não respondeu

Fonte: *Financial Literacy Questions in the 2004 Health and Retirement Study (HRS)* citado em Hastings et al (2012), tradução da autora

Quadro 2: Questionário para aferir grau de “alfabetização” financeira – *The Big Five*

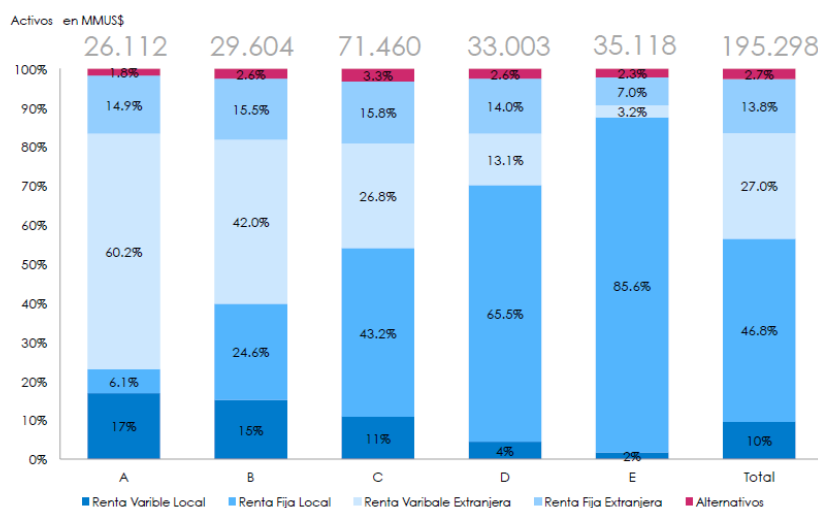
Conceito	Pergunta	Opções de Resposta
Hipotecas	Uma hipoteca de 15 anos tipicamente requer pagamentos mensais superiores que uma hipoteca de 30 anos, porém o montante total pago de juros será inferior	Verdadeiro Falso Não sabe Não respondeu
Precificação de <i>Bonds</i>	Se a taxa de juros sobe, o que é esperado ocorrer com o preço dos <i>bonds</i> ?	Irão aumentar Irão cair Permanecerá o mesmo Não há relação entre eles Não sabe Não respondeu

Fonte: *Additional Financial Literacy Questions in the 2009 National Financial Capability Study (NFCS)* citado em Hastings et al (2012), tradução da autora

O Anexo 1 apresenta o score das *Big Three* em diferentes países, onde observamos uma evolução no resultado dos EUA ao longo dos anos, tornando-os mais compatíveis com Holanda e Alemanha quando verificamos o percentual de acerto das três questões (*All questions*

correct). Importante ressaltar os resultados de Chile e México, países onde o sistema de pensões demanda de seus participantes a opção entre cinco (5) perfis de investimento no segundo pilar obrigatório de contribuição definida gerido pelas AFPs, cuja alocação, para o Chile, pode ser verificada na figura 6.

Figura 6: Composição dos Perfis de Investimento ofertados pelas AFPs chilenas, jul/2017



Fonte: *Estadísticas Superintendencia de Pensiones*

Os resultados demonstram que, ao errarem as duas primeiras perguntas, os indivíduos não dominam o ferramental necessário para a tomada de decisão que envolva o cálculo de valor em determinado horizonte de tempo, bem como ao desconhecerem os benefícios da diversificação, tendem a alocações com maior concentração de risco.

O Anexo 2 apresenta resultados por grupos demográficos classificados por gênero, faixa etária, nível educacional e renda da *National Financial Capability Study (NFCS)* de 2009. Observamos que, além das *Big Three* e *Big Five*, foram incluídos *self assessments* relacionados a conhecimento financeiro, conhecimento de matemática e capacidade de lidar com assuntos de natureza financeira. Todos os resultados estão muito correlacionados entre si e tornam-se progressivamente melhores conforme há um maior nível de instrução e renda.

Os questionários são exemplos de formas tradicionais de mensurar a capacitação de um indivíduo ou grupo em conceitos e/ou temas financeiros. A pontuação alcançada representaria uma probabilidade maior ou menor de sucesso em decisões atuais e futuras visando o seu bem-estar em termos de renda e consumo. Estudos acadêmicos buscam, através de experimentos empíricos, identificar se há esta relação causal, bem como se uma melhor renda e acesso à educação formal necessariamente se traduz em melhores retornos financeiros para o indivíduo.

Uma hipótese reside em que, para aqueles que se enquadram nestas categorias (renda e educação), o fato de terem acesso a uma maior gama de informações e participarem de grupos com maior interesse no tema esteja na base de uma melhor performance.

Estudos com enfoque experimental buscam identificar relações causais entre a educação financeira e a importância da experiência individual, bem como de que forma interagem. Se o objetivo dos programas voltados para educação financeira é capacitar os indivíduos para melhores decisões e na sequência melhores retornos, faz-se necessário identificar a sua eficácia e efetividade. Na medida em que os resultados apontem para uma limitação quanto à capacidade de adultos absorverem conceitos financeiros, maior a importância dos produtos *defaults* a serem elaborados por gestores de fundos de investimento ou administradores de planos de benefícios. Nesta linha acadêmica, Carpena et al (2011) trazem conclusões importantes as quais analisaremos com base nos Anexos 3 a 7, resultados de experimento realizado considerando uma amostra de 1.200 indivíduos moradores da área urbana de Ahmadabad, uma cidade do estado de Gujarat, Índia. Metade destes participantes são clientes de programas de micro-crédito. O estudo foi realizado em quatro etapas (*waves*), cujas características encontram-se na tabela 1.

Tabela 1: Amostra e Experimento para Estudo de Efetividade de Programas de Educação Financeira

Painel A - Tamanho da Amostra para cada fase			
Wave	Amostra		
1	279		
2	421		
3	243		
4	405		
Total	1348		

Painel B - Desenho do Experimento			
Videos Educação Financeira	Pagamento Performance	Número	Amostra (%)
Sim	Sim	446	33,09
Sim	Não	452	33,53
Não	Sim	229	16,99
Não	Não	221	16,39

Fonte: Carpena et al (2011)

Os dois “treinamentos” foram endereçados com escolha aleatória dos participantes. No treinamento com vídeo de educação financeira, foi determinado, para evitar viés do observador,

a saber, quando indivíduos alteram algum aspecto de seu comportamento pelo fato de estarem sob observação, que o grupo de controle em cada *wave* assistisse a um vídeo de educação sobre saúde e higiene. Em cada etapa, dois terços (2/3) de todos os participantes são aleatoriamente convidados a assistir o vídeo sobre educação financeira, enquanto os restantes um terço (1/3) assistem ao vídeo sobre saúde e higiene. O treinamento, em ambos os casos, foi ministrado uma vez por semana, com sessões de duas a três horas de duração, ao longo de cinco semanas consecutivas. Os tópicos abordados nos vídeos de educação financeira versam sobre orçamento, poupança, empréstimos e seguros. Os de saúde abordam higiene, pré-natal, cuidados com mãe e recém-nascidos, AIDS, sífilis e cegueira noturna. Foi definido incentivo financeiro para aqueles com melhor performance nos testes sobre o conteúdo dos vídeos administrados duas a três semanas após a conclusão dos treinamentos. Nos dois grupos foram realizados testes sobre tópicos relacionados a finanças e saúde. Metade dos participantes, selecionados aleatoriamente, foram pagos por respostas corretas correspondentes aos vídeos que assistiram, enquanto a outra metade foi paga por questões não correlacionadas ao seu treinamento e desta forma avaliando o seu conhecimento geral. Estas regras eram de conhecimento dos participantes antes de responderem aos testes. Adicionalmente, foram também avaliados conhecimentos de matemática através de oito perguntas de capacitação financeira, no estilo das *Big Five*. Os resultados encontram-se na tabela 2.

Tabela 2: Teste Randômico para Estudo de Efetividade de Programas de Educação Financeira

Características da Amostra	Tratamento	Controle	P-valor
Log per capita renda (mensal)	5,290	5,258	0,856
Mulher	0,572	0,571	0,965
Idade	38,401	38,944	0,292
Chefe de família não possui fonte de renda não-rural	0,255	0,269	0,584
Casado	0,978	0,98	0,787
Hindu	0,815	0,811	0,858
Ensino Fundamental completo	0,478	0,467	0,702
Ensino Médio completo	0,036	0,036	0,994
Nota em Matemática (max. 8)	4,688	4,736	0,686
Cliente do programa Saath MFI	0,490	0,484	0,848
Nota em Educação Financeira (max. 3)	1,607	1,573	0,348
Interesse em assuntos financeiros (<i>self assesment</i>)	0,857	0,869	0,567
Tem dificuldade em poupar (<i>self assesment</i>)	0,947	0,94	0,621
Preferências inter-temporais inconsistentes	0,493	0,489	0,878

Fonte: Carpena et al (2011), destaque realizado pela autora dos resultados nos testes de conhecimentos em matemática e educação financeira

Ao analisarmos os resultados acima identificamos que não há uma diferenciação relevante entre as médias dos resultados de ambos os grupos para ambos os testes citados.

Com o objetivo de analisar a relação causal entre os conteúdos sobre finanças tangenciados pelo treinamento realizado e incentivos dados, foi elaborada a equação econométrica (2) pelo método de mínimos quadrados ordinários (OLS):

$$Y_i = \alpha + \sum_{j=1}^3 \beta_j Treatment_{ji} + \sum_k StrataDummy_k + \epsilon_i \quad (2)$$

Onde:

Y_i = variável *dummy* para as respostas corretas nos testes

$J = 1$ até 3 , corresponde as 3 das 4 combinações possíveis entre capacitação e incentivo financeiro pela performance nos testes. A variável omitida é o grupo de controle “puro” que recebeu somente treinamento sobre saúde.

StrataDummy = em cada etapa (*wave*) os tratamentos são estratificados por gênero, se cliente do programa de crédito e localização (bairro). Para cada situação foi incluída uma variável *dummy*. Não foram considerados efeitos fixos entre as etapas.

Os resultados da regressão foram divididos em três grupos, a saber, Anexo 3 “Habilidades Numéricas vinculadas a Conceitos Financeiros”, Anexos 4 e 5 “Conhecimentos Básicos de Educação Financeira” e Anexos 6 e 7 “Atitudes voltadas para Finanças e Percepções”.

No Anexo 3 as variáveis de interesse são *dummies*, cuja amostra engloba as 4 etapas, para respostas corretas voltadas para habilidades numéricas (conhecimentos de matemática). Ao observarmos o score agregado não identificamos um impacto positivo em relação ao grupo de controle, nem ao considerarmos o efeito do incentivo monetário.

Ao observarmos os resultados dos Anexos 4 e 5 identificamos o efeito positivo do treinamento de educação financeira sobre a sensibilização dos participantes para os temas básicos abordados. Em todos os itens há um impacto positivo em relação ao grupo de controle, e também aqui a inclusão do incentivo monetário não contribuiu para um melhor resultado comparativo.

Os Anexos 6 e 7 utilizam como variável de interesse uma ponderação para as respostas conferidas a perguntas sobre situações hipotéticas e o que o participante faria ao se deparar com determinado cenário (para o Anexo 6 define-se uma única resposta certa, enquanto para o Anexo 7 há a construção de uma variável contínua, vide enunciado para um maior detalhamento). A coluna (12) do Anexo 6 apresenta o resultado agregado de 7,7 pp superior daqueles que realizaram o treinamento. Aqui o efeito combinado entre treinamento e incentivo

financeiro é estatisticamente significativo, mas o fato de haver o incentivo não produz melhores resultados, a exemplo das análises anteriores.

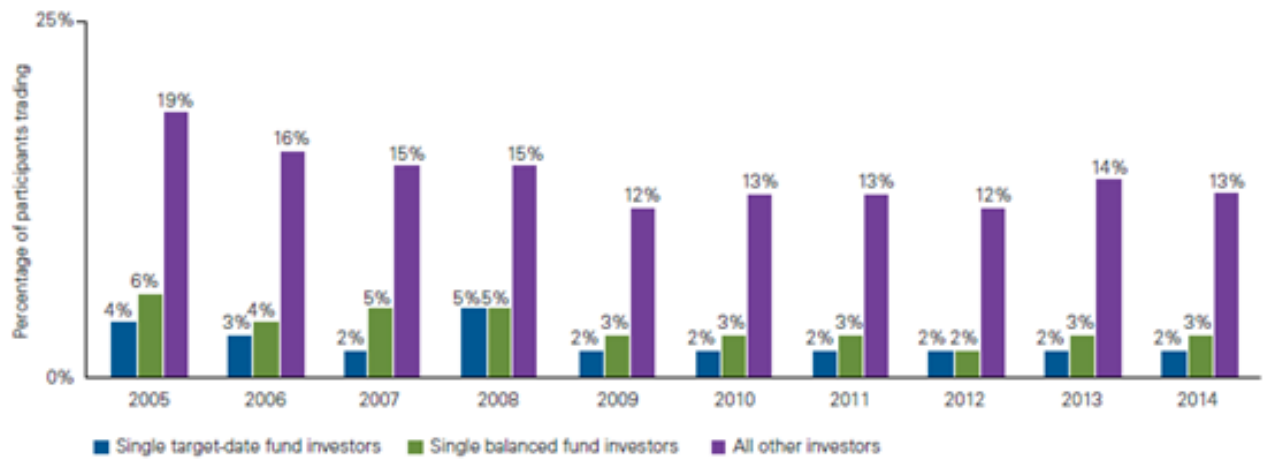
As conclusões apontam para o fato de que programas de educação financeira possuem impacto reduzido na capacitação de seus participantes em habilidades e cálculos numéricos, ou em análises complexas de *trade-offs* entre produtos. Tal fato esbarra em limitações cognitivas ou mesmo em sua educação formal. Em contrapartida, há um efeito positivo em sua sensibilização para os temas básicos de finanças e sua familiarização com alguns conceitos importantes que o auxiliarão na tomada de decisões correntes e futuras, como por exemplo, atenção a detalhes de produtos ofertados no mercado e mudança de atitude em relação ao consumo.

Os produtos TDF e *life cycle*, ao serem ofertados como *default*, procuram endereçar a reduzida proficiência em conceitos financeiros, conforme os estudos apresentados. A sua oferta e o crescimento de sua participação na indústria de fundos são uma adequação à realidade de participantes de planos de aposentadoria ou investidores de produtos financeiros que necessitam de uma gestão de portfólio de longo prazo, porém não se sentem capacitados em realizá-la. Em resumo, o sucesso destes produtos reside nos seguintes fatores: filosofia *Do it for me*; poucas decisões (*Make it easy*); adequada para os participantes sem conhecimentos básicos de finanças, sem tempo ou sem interesse; facilidade de entendimento com a associação a algo “conhecido” (data futura aposentadoria); facilidade de comunicação através da visualização do “Eu” futuro; alinhamento com objetivos de longo prazo; redução do número de reclamações em função de retornos negativos no curto prazo, ao considerar o horizonte de investimento e a apropriação de prêmios de liquidez e de risco.

A volatilidade dos ativos de maior risco pode assustar o participante no início, em virtude de maiores *drawdowns*, daí a necessária ênfase na comunicação, ressaltando ser uma alocação de longo prazo e o papel dos ciclos econômicos e seu impacto sobre os ativos. Adicionalmente, por tratar-se de um produto *default*, é desenhado para um participante-tipo e, conseqüentemente, não considera indivíduos com diferentes níveis de tolerância a risco numa determinada população.

Em estudo realizado pela Vanguard (2015) identificou-se que, após períodos de maior volatilidade, um número maior de participantes dos planos de contribuição definida ofertados por esta gestora migra de perfil, porém os participantes em TDFs migram menos, conforme figura 7.

Figura 7: Movimentações por tipo de participante de planos de contribuição definida



Fonte: Vanguard (2015)

Este artigo irá concentrar-se na lógica de formulação de um *glidepath* à luz do arcabouço teórico e da experiência prática destes gestores no mercado americano, trazendo uma proposta de adequação ao mercado brasileiro.

3) Definição de uma carteira de longo prazo visando renda futura de aposentadoria – arcabouço teórico e desafios práticos à luz da experiência internacional

3.1) Otimização de Portfólio e o Modelo de Média-Variância

A moderna teoria de finanças está associada ao modelo desenvolvido por Markowitz. Ainda hoje, este é utilizado como paradigma pela indústria de fundos de investimento. Suas principais conclusões estão na base dos conceitos de diversificação de ativos e de seleção/otimização de portfólios. Uma derivação largamente aplicada, o teorema do fundo mútuo para seleção de portfólio de Tobin (1958), consiste na combinação de ativos de curto prazo e sem risco designados como “caixa” com ativos de renda fixa (títulos) e renda variável (ações), sendo esta última considerada como o ativo de risco. Estes fundos são balanceados entre renda fixa e variável mantendo essa razão estática ao longo do tempo, com uma proporção maior ou menor de ativos de “caixa” dependendo da aversão ao risco do investidor. O seu embasamento teórico está pautado em duas premissas básicas do modelo de média-variância (condições de Merton-Samuelson): o mercado no qual se encontra o investidor possui uma relação constante de risco e retorno; e, neste ambiente, a alocação ótima de longo prazo é igual àquela de curto prazo, dado que as taxas de juros reais são constantes ao longo do tempo e a riqueza financeira é independente da renda.

Deste modo, essa seleção de portfólio é ótima se os investidores não possuem renda do trabalho ou outra fonte de recursos e as oportunidades de investimento são constantes ao longo do tempo. Neste sentido, investidores de longo prazo adotam uma alocação “miope”, na medida em que não se diferenciam daqueles voltados para o curto prazo.

Segundo Campbell e Viceira (2001), as condições de Merton-Samuelson assumem que os investidores possuem função utilidade isoelástica, isto é, a aversão a risco absoluta declina com o aumento da riqueza, enquanto a aversão relativa (γ) é constante (também conhecida como *Constant Relative Risk Aversion- CRRA*). A sua expressão é dada por (1):

$$U(W_{t+1}) = \frac{(W_{t+1}^{1-\gamma} - 1)}{(1-\gamma)} \quad (1)$$

A medida que γ se aproxima de 1, a equação (1) torna-se uma função utilidade logarítmica:

$$U(W_{t+1}) = \log(W_{t+1}) \quad (2)$$

Em relação aos retornos esperados dos ativos, os mesmos seguem uma distribuição lognormal e são independentes e identicamente distribuídos (iid). O investidor de longo prazo age de

forma “míope” quando γ for constante. Neste caso, a escolha do portfólio ótimo não depende da riqueza nem dos retornos passados. Dado que estes últimos são iid, nenhuma informação nova é esperada pelo investidor entre os períodos t_0 e t_1 , o que vale para os períodos subsequentes (K períodos), e não gera impacto na seleção do portfólio ao longo do tempo. Um investidor com função utilidade conforme (2) selecionará o portfólio que maximiza o retorno esperado em K períodos e que possua distribuição lognormal.

O retorno esperado total pode ser representado pela equação (3). No processo de otimização, irá considerar a média e a variância deste retorno total dos K períodos.

$$Rp_{k,t+k} = Rp_{t+1} + \dots + Rp_{t+k} \quad (3)$$

Considerando que o portfólio pode ser selecionado livremente em cada período, a maximização da soma será a maximização de cada parcela, ou seja, a cada período é definido um portfólio ótimo dada a utilidade do investidor, conforme equação (2). A aplicabilidade das condições de Merton-Samuelson está restrita a esta função utilidade. Investidores com diferentes funções utilidade e menor ou maior aversão relativa ao risco não se adequariam a este modelo de alocação de ativos de longo prazo.

O avanço na pesquisa acadêmica com foco na demonstração dos efeitos do horizonte de investimento na seleção de portfólios, bem como a experiência dos próprios gestores, contribuiu para a flexibilização das condições de Merton-Samuelson. Conforme Campbell e Viceira (2001), taxas de juros reais oscilam ao longo do ciclo econômico e as alterações dos retornos esperados e correlações entre classes de ativos conduzem a diferentes portfólios ótimos em diferentes janelas de tempo. A renda de trabalho como fator exógeno, quando adicionada ao modelo de otimização, produz impactos na alocação de recursos ao considerar que os investidores podem ajustar endogenamente sua oferta e consequente renda do trabalho de acordo com a sua necessidade. Desta forma, a aversão aos ativos de maior risco é reduzida. Logo, o impacto da tolerância ao risco não é restrito a proporção de “caixa” que deve ser adicionada ou reduzida a um portfólio, mas é central para definir a exposição a ativos de risco e com maior volatilidade. Analisaremos com maior detalhe o efeito da taxa de juros e da renda do trabalho na alocação de longo prazo.

3.2) Alocação de Portfólio de Longo Prazo

3.2.1) Taxa de juros e a dinâmica entre renda fixa e variável

Conforme já mencionado, a evidência empírica e a evolução da teoria de finanças consideram que as taxas de juros reais variam no longo prazo. Como tal, investimentos em ativos de caixa, que seriam adequados para um investidor de curto prazo em ambiente de inflação baixa e controlada, não são garantia de preservação do poder de compra em maiores horizontes de tempo. Isto porque o risco de reinvestimento a diferentes taxas nestes mesmos instrumentos poderá preservar o valor nominal, mas não mitigar perdas em caso de queda dos juros ou maior inflação.

Estabelecer a extensão dos riscos de oscilações de taxas de juros reais e de inflação são de fundamental importância para o investidor de longo prazo. Serão estes os fatores que definirão as classes de ativos de menor risco, a saber, títulos de renda fixa indexados à inflação.

De acordo com Campbell e Viceira (2001), o problema central da teoria intertemporal de seleção de portfólios reside na premissa de que a restrição orçamentária é não-linear, dado que o consumo (C_t) é subtraído da riqueza (W_t) antes que o retorno do portfólio (R_p) multiplique a diferença do período anterior, ou seja, somente o saldo da riqueza menos o consumo é reinvestido e não a riqueza total. O desenvolvimento a seguir procura endereçar esta questão, dentro do proposto por Campbell (1993):

$$W_{t+1} = (1 + R_{p,t+1})(W_t - C_t) \quad (4)$$

Após realizar a expansão de Taylor e considerando a não linearidade, as transformações realizadas resultam na seguinte expressão:

$$\Delta_{wt+1} = k + r_{\rho,t+1} + \left(1 - \frac{1}{\rho}\right) (c_t - w_t) \quad (5)$$

Onde k e ρ são parâmetros. Quando a razão C/W é constante, ρ pode ser interpretado como $(W-C)/W$, a razão entre a riqueza investida/riqueza total.

Uma versão de longo prazo para a equação (4) seria:

$$\Delta_{wt+1} = \Delta_{ct+1} + (c_t - w_t) - (c_{t+1} - w_{t+1}) \quad (6)$$

Igualando (5) e (6), recursivamente, temos:

$$c_t - w_t = \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j (r_{p,t+j} - \Delta c_{t+j}) + \frac{\rho_k}{1-\rho} \quad (7)$$

Na equação (7), encontramos conclusões para o modelo de alocação de longo prazo, tais como uma razão consumo/riqueza elevada hoje deverá ser compensada por aumento de retorno da riqueza investida ou por menor consumo no futuro. Um alto padrão de consumo hoje vai deteriorar a riqueza no período atual e futuro a menos que os retornos dos investimentos possam compensar estas perdas. Em resumo, a razão consumo/riqueza está relacionada ao desempenho futuro dos retornos dos investimentos e ao crescimento do consumo.

Ao substituir o consumo futuro do modelo e usando a equação de Epstein and Zin (8), que maximiza a função utilidade por unidade de riqueza e considerando a aplicação de (7) e (8) para a seleção de portfólios, em conjunto com a equação derivada por Campbell (1993) para a precificação de ativos, descrita na equação (9) e assumindo que os ativos possuem variâncias e prêmios de risco constantes, as variações de retornos futuros do portfólio serão inteiramente atribuídas a taxa de juros livre de risco, conforme a equação de retorno esperado (10):

$$V_t = (1 - \delta)^{-\frac{\varphi}{1-\varphi}} \left(\frac{C_t}{W_t} \right)^{\frac{1}{1-\varphi}} \quad (8)$$

$$E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} + \frac{\sigma_t^2}{2} = \gamma \text{Cov}_t(r_{t+1}, r_{p,t+1}) + (\gamma - 1) \text{Cov}_t(r_{t+1}, (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} p^j r_{p,t+1+j}) \quad (9)$$

$$(E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} p^j r_{p,t+1+j} = (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} p^j r_{f,t+1+j} \quad (10)$$

Adicionalmente, num modelo com um único ativo, temos que:

$$\text{Cov}_t(r_{t+1}, r_{p,t+1}) = \alpha_t \sigma_t^2 \quad (11)$$

Após algumas substituições e transformações, Campbell e Viceira (2001) encontram o peso ótimo do ativo de risco no portfólio:

$$\alpha = \frac{1}{\gamma} \frac{E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} + \frac{\sigma_t^2}{2}}{\sigma_t^2} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\text{Cov}_t(r_{t+1}, (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} p^j r_{f,t+1+j})}{\sigma_t^2} \quad (12)$$

Ainda segundo os autores, a equação (12) estabelece que a demanda por ativos de risco é a média ponderada de duas variáveis. A primeira é o prêmio de risco do ativo, em relação a sua variância e a segunda, o componente intertemporal sendo este a covariância dos ativos com a expectativa futura de redução das taxas de juros, também em relação a sua variância. O peso

da primeira variável é a tolerância ao risco relativa $\left(\frac{1}{\gamma}\right)$, que torna-se desprezível a medida que γ cresce. Um investidor superconservador não compra o ativo de risco por seu prêmio de risco. O peso na segunda variável é $\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$, que seria zero para um investidor “míope” com γ igual a 1, porém se aproxima de 1 a medida que γ cresce.

Em resumo, uma interpretação ampla da equação (12) reside em que a demanda por *hedge* intertemporal depende do valor presente de todas as taxas de juros futuras, o que implica que a seleção de portfólios ao longo do tempo dependerá das variações das oportunidades de investimentos.

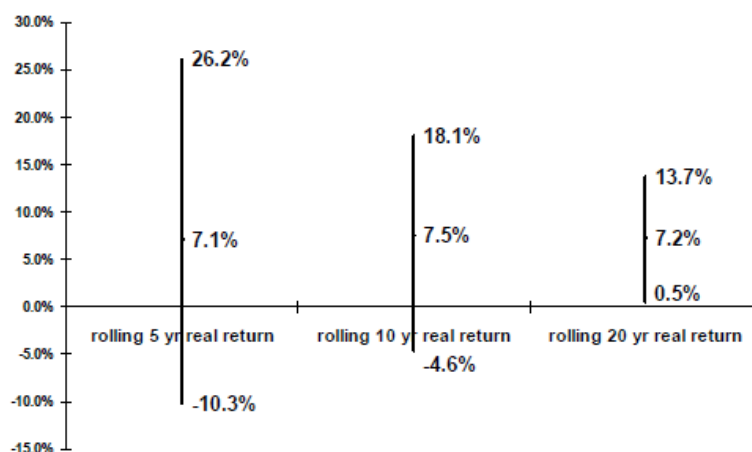
Quando o investidor possui aversão ao risco maior que um 1, a demanda pelo ativo de maior risco é afetada não apenas pelo prêmio de risco do ativo em relação a sua variância, mas também por sua covariância com as expectativas em relação as taxas de juros futuras. Um ativo cujo valor aumenta quando a taxa de juros cai é um *hedge* desejável quando há uma perspectiva de declínio da taxa de juros futura e conseqüentemente dos rendimentos a serem auferidos proveniente do valor investido no portfólio.

A medida que a aversão ao risco aumenta, o portfólio ótimo se aproxima de uma perpetuidade indexada a inflação, que manterá o padrão de consumo real constante. O ativo (título de renda fixa) que se encaixa nesta descrição será aquele considerado como *risk free*, mesmo que sofrendo variações em seu valor marcado a mercado no curto prazo, ele financiará o consumo futuro do investidor.

Temos ainda a incerteza quanto ao patamar futuro de inflação. O seu impacto sobre a alocação dos ativos no portfólio dependerá da visão do investidor para este risco. Se há a oferta de títulos de renda fixa indexados à inflação no longo prazo, haverá uma maior exposição a estes títulos em detrimento da renda variável à medida que o investidor se torna mais conservador, apesar desta última classe de ativos apresentar retornos em média superiores.

Com base em observação de séries temporais longas no mercado americano, identificou-se que os retornos esperados das ações alteram lentamente no horizonte de investimento e apresentam uma “reversão a média”, conforme figura 8.

Figura 8: Spread de Retornos Anualizados em Diferentes Horizontes, 1926-2005



Fonte: Viceira (2008)

Essa “anomalia”, vis-à-vis os modelos tradicionais, foi objeto de estudo por De Bondt e Thaler (1989). Em seu artigo, os autores argumentam que, em oposição a teoria vigente, a qual assume que os mercados não possuem memória e os preços das ações seguem um “passeio aleatório”, quando são realizados testes estatísticos com horizonte de longo prazo (3 a 7 anos), há uma previsibilidade nos retornos das ações. Analogamente, papéis que sofreram muita volatilidade também apresentam uma correlação negativa de seus retornos.

O experimento realizado por Fama e French (1988) é também citado pelos autores, pois, ao utilizarem os retornos nominais mensais das ações listadas na NYSE no período entre 1926-1985, apresentou como resultado regressões com a inclinação (α) negativa para horizontes de 18 meses a 5 anos, corroborando a reversão à média. Outro fator apresentado no artigo para a variação dos preços de equilíbrio das ações ao longo do tempo encontra sua explicação na psicologia, tendo em vista que os investidores tendem a dar um maior peso a informação recente ao realizarem previsões. Se este comportamento se estende ao mercado financeiro, será possível observar reversão à média de ações que apresentaram bons ou maus resultados no passado recente.

Neste sentido, um alto retorno inesperado hoje reduz a expectativa de sua continuidade no futuro, então altos retornos de curto prazo serão compensados por menores retornos no longo prazo. Uma deterioração nas expectativas de retorno é em geral correlacionada com um cenário pessimista de oportunidades de investimento. Um investidor avesso a risco, com viés conservador, visa proteger (*hedge*) seu portfólio deste ambiente, mantendo ativos que propiciem rendimentos e crescimento de sua renda futura. A renda variável se encaixa neste

papel, logo, o investidor tem uma demanda positiva por hedge de ações quando o prêmio de risco por estes ativos é muito baixo. Se as expectativas se tornam muito negativas, um limite para os retornos futuros esperados das ações pode representar uma melhora nas oportunidades de investimento. Deste modo, estar “vendido” (*short*) em ações torna-se rentável e, assim, a demanda por *hedge* troca o sinal. De um modo geral, a aversão ao risco reduz a demanda por hedge de ações, pois este investidor terá uma preferência por ativos de maior “segurança” e previsibilidade em detrimento a explorar oportunidades de investimento no mercado de ações ou até mesmo realizar *hedge* para estas variações.

Investidores de longo prazo com menor tolerância a risco e volatilidade, que atuam em mercados onde seja possível realizar o rebalanceamento de seu portfólio com periodicidade definida, não estariam sujeitos ao risco do horizonte de investimento. Esses investidores seriam afetados pelas variações de retornos e seu impacto nas correlações entre ativos, criando demandas por *hedges* intertemporais.

As conclusões até aqui expostas pressupõem que a aversão a risco do investidor é constante ao longo do tempo e que não existem restrições para que o mesmo permaneça “comprado ou vendido” em ações, bem como de acesso a empréstimos para a compra de uma posição em ativo de maior risco. Entendemos que ambiente regulatório, custos, ineficiências de mercado e perfil de investidor deverão ser observados quando da elaboração do *glidepath*, atentando para as necessárias adequações à luz do descrito até então.

3.2.2) O conceito de Capital Humano e seu impacto na alocação

O modelo de média-variância ignora a existência de outras fontes de riqueza além do capital financeiro. Neste item destacamos a relevância do capital humano para o modelo de ciclo de vida, a saber, o valor presente da renda (salários, bônus) futura do trabalho. Este último se distingue por não ser *tradeable* (contratos que obrigam o indivíduo a trabalhar não são legalmente executáveis), porém, os investidores podem reverter os seus rendimentos em consumo corrente ou em poupança e, assim, incrementar sua riqueza financeira. Consideramos então que a riqueza total de um investidor corresponde a soma de seu capital humano e financeiro.

Poderíamos associar o capital humano a um investimento implícito em renda fixa, seguindo o modelo desenvolvido por Bodie, Merton e Samuelson (1992), no qual a alocação ótima de um ativo de risco de um portfólio, onde todos os ativos são *tradeable*, é dada pela seguinte equação

$$\alpha = \frac{(\mu + \frac{\sigma^2}{2})}{\gamma\sigma^2} \quad (13),$$

onde γ é a aversão a risco relativa. Em Campbell e Viceira (2001), os autores, a partir de (13), desenvolvem as implicações na alocação de ativos ao considerarem que o investidor venderá direitos sobre seu capital humano por H_t reais, investirá $\alpha(W_t + H_t)$ reais de sua riqueza total em ações e investirá $(1-\alpha)(W_t + H_t)$ em títulos de renda fixa sem risco.

Se a renda de trabalho não possui risco, investir em capital humano é equivalente a investir em títulos de renda fixa. Com a definição de H_t como um título de renda fixa sem risco, o investidor ajusta o seu portfólio conforme segue: investirá $\acute{\alpha}(W_t + H_t)$ reais de sua riqueza total em ações; investirá $(1-\acute{\alpha})(W_t + H_t) - H_t$ em títulos de renda fixa sem risco; a alocação ótima em ativos de risco será:

$$\acute{\alpha} = \alpha (W_t + H_t) / W_t = \left(\frac{(\mu + \frac{\sigma^2}{2})}{\gamma\sigma^2} \right) (1 + H_t / W_t), \text{ onde } \acute{\alpha} > \alpha, \text{ já que } H_t \text{ e } W_t > 0 \quad (14)$$

Logo, os autores derivam que um investidor que possui um ativo sem risco e não *tradeable* (valor presente de sua renda futura proveniente de seu trabalho) deverá aumentar a exposição do seu portfólio financeiro a ativos de risco (aqui representado por renda variável, a saber, ações negociadas em bolsa) mais do que um investidor que possui apenas ativos *tradeable*. A participação do ativo de risco $\acute{\alpha}$ cresce proporcionalmente a razão H_t / W_t . Esta última se altera ao longo do ciclo de vida, sendo que, na aposentadoria, será igual a zero; enquanto, no início da carreira, é a maior possível.

Quando o investidor é jovem e possui uma perspectiva longa de atividade no mercado de trabalho, porém tem pouco capital financeiro acumulado, o capital humano representa quase a totalidade de sua riqueza. Desta forma, o investidor deve expor o seu portfólio a ativos de risco para compensar a grande participação em “renda fixa” derivada de seu capital humano. Este é o conceito que fundamenta o “*age-based investing*”, desde que a aversão ao risco permaneça constante ao longo do tempo.

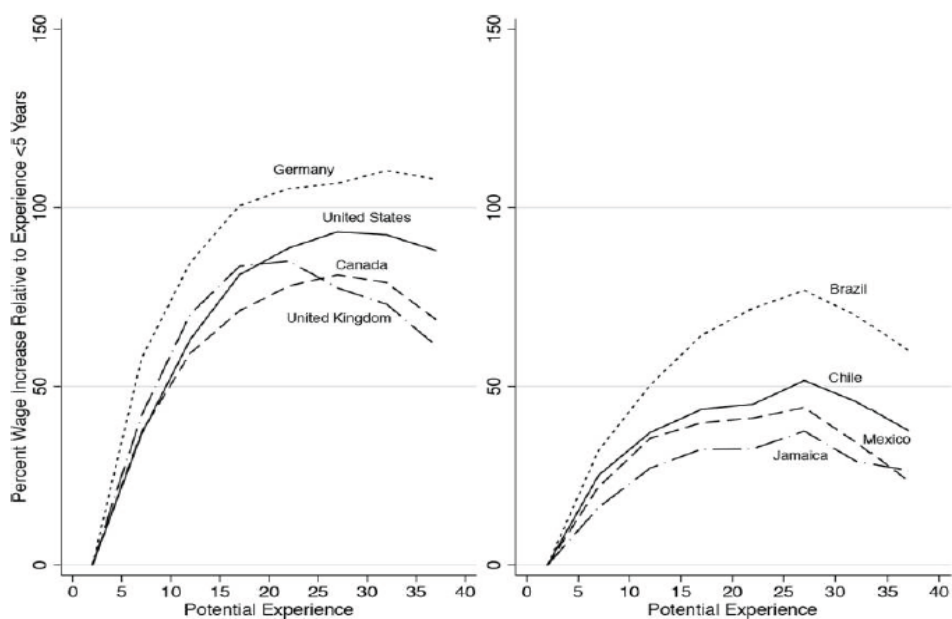
No entanto, a imprevisibilidade dos rendimentos futuros do trabalho pode torná-lo comparável a um ativo de risco. Tal disposição implicaria numa postura mais conservadora e esta seria reforçada caso o risco de renda do trabalho estivesse também associado ao risco de mercado (retornos do mercado financeiro). Caso esta última relação não seja tão forte, o risco do capital humano seria idiossincrático e a sua *proxy* mais associada a um investimento em título de renda fixa do que ações. Isso tornaria o investidor jovem mais propenso a exposição a ativos de risco.

Outro fator a ser considerado é a capacidade do investidor de ajustar endogenamente o valor do seu capital humano ao dedicar mais de seu tempo ao trabalho remunerado e, ao observar os movimentos compensatórios descritos, uma maior exposição a ativos de risco.

O estudo realizado por Lagakos et al (2018) apresenta o crescimento salarial ao longo do ciclo de vida em diferentes países, diferenciando o comportamento da curva entre desenvolvidos e em desenvolvimento, ao realizar uma análise *cross-section* do perfil experiência-salário. A amostra selecionada compreende trabalhadores do sexo masculino, com emprego em tempo integral no setor privado, considerando todos os dados disponíveis ao longo do tempo para os diferentes países. Observando os gráficos da figura 9, temos o conceito “experiência potencial” definido por número de anos decorridos desde o término do ensino médio (ou equivalente) ou ao completar 18 anos, dentre estes o menor. O salário é definido por rendimentos sobre horas trabalhadas. Para cada país e ano, a metodologia adotada foi considerar a razão entre a média salarial a cada 5 anos de experiência agrupado em relação à média salarial de trabalhadores com menos de 5 anos de experiência. O perfil “experiência-salário” na figura 9 é representado pela razão entre a média salarial e a experiência não ponderada através dos anos. O formato das curvas demonstra que os rendimentos do trabalho não crescem de forma constante ao longo da vida do trabalhador, mas que, nos diferentes países objeto do estudo, elas apresentam um formato côncavo. Segundo Viceira (2008), ao considerar estas curvas como uma *proxy* para a exposição a ativos de risco ao longo do horizonte de investimento, teríamos um portfólio mais conservador nos primeiros anos de vida laboral e agregaríamos risco à medida que nos aproximamos da meia idade (em torno de 45 anos). A partir deste ponto, novamente mais conservador. No entanto, o autor pondera que a participação do capital humano na riqueza total (capital humano mais financeiro) é tão superior ao financeiro que justificaria a disposição do investidor jovem em assumir mais risco em seu portfólio. Outro fator a ser levado em consideração é o reduzido estoque de capital financeiro nesta fase e o impacto de possíveis perdas no curto prazo menor.

A modelagem do capital humano de um determinado grupo ou investidor-tipo impacta na exposição inicial a ativos de risco e no seu decaimento (diminuir ou não monotonicamente).

Figura 9: Crescimento Salarial ao Longo do Ciclo de Vida em Diferentes Países



Fonte: Lagakos et al (2018)

Mesmo considerando a importância do capital humano na definição do *glidepath*, a simulação de portfólio realizada no item 4 somente considera o capital financeiro e o nível de tolerância a risco ao longo das fases da vida, conforme item 3.2.3. Isto porque exigiria a definição de um investidor-tipo e a simulação de seu fluxo futuro de renda (vide item 3.3.2.1) com base em hipóteses atuariais, não sendo este o foco deste artigo. De qualquer modo, não existe uma alocação de longo prazo única para investidores com características semelhantes de capital humano. Uma outra componente deve ser considerada: a tolerância a risco individual.

3.2.3) Tolerância a risco e o horizonte para a aposentadoria

Um portfólio com estratégia *life-cycle* ou *target-date* necessita identificar os principais riscos e objetivos pertinentes a cada etapa de poupança ao longo da vida do investidor, considerando um horizonte que pode alcançar sessenta anos ou mais, conforme a expectativa de vida se eleve. Podemos dividir esta jornada em três grandes fases – acumulação, consolidação e preservação, conforme o quadro 3.

Quadro 3: Fases ao longo do Ciclo de Vida

Fase da Vida	Descrição	Objetivo	Risco
Acumulação 25 a 35 anos	O investidor encontra-se em início de carreira e custos com sua educação ainda são relevantes. Poupança visando aposentadoria não é prioridade, tendo em vista a aquisição de outros bens de consumo no curto prazo (casa própria, carro e viagens, por exemplo). A extensão do horizonte de investimento é um fator positivo (pode se recuperar de perdas de capital e retornos abaixo do esperado), mas o percentual da renda voltado para a poupança de longo prazo é pequeno.	Retornos acima da inflação	Falta de planejamento financeiro e desemprego e seu impacto na continuidade dos aportes no fundo ou produto financeiro destinado à poupança para aposentadoria.
Consolidação 35 a 50 anos	Neste período, é esperado um crescimento na renda do trabalho (evolução da carreira), porém maiores custos voltados para a manutenção da família. A poupança visando aposentadoria permanece ainda sem a devida prioridade, enquanto o horizonte para o benefício da capitalização dos valores das contribuições se reduz.	Retornos positivos e redução do risco de uma perda significativa (preservação de capital)	Nível de poupança de longo prazo insuficiente, períodos de desemprego e <i>gaps</i> de contribuições, viés comportamental de “aversão a perdas” e realização de <i>market timing</i> , resgatando do fundo ou produto financeiro voltado para poupança para aposentadoria, visando outras opções de investimento (decisões sub-ótimas).
Preservação 50 a 65 anos	Redução do capital humano e crescente preocupação com a aposentadoria, porém custos relevantes como a educação dos filhos, limitam uma aceleração	Preservação do capital e retornos positivos com baixo risco e volatilidade	Redução do horizonte de investimento, cenário adverso de mercado, baixa tolerância a volatilidade dos

	maior dos valores das contribuições para o fundo.		retornos do portfólio, desemprego e redução da empregabilidade resultando numa aposentadoria precoce e sem o nível de poupança suficiente para suportar os riscos de longevidade e macroeconômicos (inflação) posteriores.
Preservação 65 a 80 anos	A evolução da medicina permite uma vida ativa nesta fase, onde o investidor espera realizar periodicamente saques do fundo ou produto financeiro voltado para aposentadoria para custeio de suas despesas com lazer e saúde.	Preservação de capital e <i>de-risking</i> do portfólio	Impacto de riscos de mercado e inflação são mais severos, longevidade (viver além da poupança realizada), acelerar o desinvestimento do fundo por despesas não previstas (saúde).
Preservação 80 anos em diante	Redução da atividade e deterioração das condições físicas com a dependência total da poupança realizada para a aposentadoria	Preservação de capital	Longevidade e gastos com saúde

Fonte: Elaborado pela autora.

3.3) Desenho de um *Glidepath*

3.3.1) Referencial Teórico

A definição de uma alocação de longo prazo para aposentadoria está intrinsicamente relacionada ao conceito de *replacement ratio* (índice de reposição), definido como o quanto a renda bruta total de aposentadoria de um indivíduo representa quando comparada a sua última remuneração bruta como empregado ativo, em termos percentuais.

Logo, a função objetivo de um *glidepath* seria a maximização do índice de reposição. No entanto, em virtude da incerteza existente em sua determinação, a metodologia adotada é estabelecer métricas de mensuração de risco para atingir determinado alvo ou *benchmark*. Esta é uma importante distinção em relação aos fundos mútuos tradicionais.

O modelo proposto em Mindlin (2013) considera que o investidor realiza contribuições periódicas e pré-definidas para um fundo de ciclo de vida, esperando do gestor a maximização do retorno destes aportes dado o risco, assumindo que os custos envolvidos são variáveis exógenas cujo patamar também é pré-definido. Vale ressaltar que diferentes objetivos podem gerar diferentes *glidepaths*. Logo, alguns princípios deverão nortear a alocação de longo prazo, a saber, o objetivo é expresso em termos do aporte financeiro comprometido pelo investidor, é quantificável, incorpora a tolerância ao risco do investidor; cada portfólio selecionado para compor o *glidepath* é baseado no objetivo do investidor; o investidor e suas expectativas são racionais; o gestor do fundo revisita a alocação periodicamente incorporando mudanças de cenário, projeções de classes de ativos e suas correlações; o investidor buscará otimizar custos.

“Maximizar a probabilidade de alcançar 75% de índice de reposição” seria a função objetivo (A), em linha com o *UK Pensions Commission 2004 retirement behavior benchmark* (conforme tabela 3), e observa os princípios expressos no parágrafo anterior. No entanto, esta função está vinculada ao valor presente dos fluxos de rendimentos futuros necessários para fazer face a um determinado índice de reposição esperado. Este fluxo é dependente das contribuições futuras vertidas ao plano, cujo valor presente possui natureza estocástica. O índice de reposição torna-se desta forma uma variável aleatória, cuja maximização será possível para determinado patamar de risco.

Tabela 3: Benchmarks para Índices de Reposição para diferentes níveis de renda utilizados pela UK Pensions Commission 2004, expresso em termos de rendimentos equivalentes em 2012

Income bands in 2012 earning terms	Target replacement rate (% of salary)		Retirement income (% of salary at age 68)	
	Age 50 to SPA	At age 68	State pension	Private sources
Up to £12,000	80%	90%	86%	3%
£12,000–£22,100	70%	79%	51%	28%
£22,100–£31,600	67%	75%	31%	44%
£31,600–£50,500	60%	67%	21%	46%
Over £50,500	50%	56%	12%	44%

Fonte: UK Pensions Commission 2004 (p.143) citado em Daga et al (2016)

Deve-se observar que a tolerância a risco do investidor pode ser expressa de diferentes formas. O exemplo de função objetivo (A) citada é uma delas, mas poderíamos incluir o tamanho de uma possível perda (*shortfall size*), volatilidade de perda (*shortfall volatility*), dentre outras.

O desenho do *glidepath* deverá ser norteado pelo patamar de contribuições futuras pré-estabelecido e a tolerância a risco do investidor, buscando portfólios eficientes ao longo do tempo até a data estimada de aposentadoria. O sucesso da alocação estará fortemente relacionado a manutenção destes aportes conforme previsto quando da elaboração do programa. Um *glidepath* eficiente sob o ponto de vista da relação retorno/risco não garantirá um índice de reposição adequado, se o volume de contribuições não for suficiente, conforme estabelecido quando da sua constituição.

O caráter de longo prazo pressupõe periodicamente a reavaliação da alocação, identificando fatores que possam comprometer o objetivo e a definição de planos de ação visando minimizar impactos e readequações necessárias. Isto porque, ao realizar a otimização somente uma única vez quando do início do programa, estaremos ignorando as mudanças de cenário e a reprecificação dos ativos e suas correlações, bem como a evolução da tolerância a risco do investidor. A definição de um *glidepath* em t_0 e sua implementação independentemente de qualquer fato novo, não seria razoável. A estratégia adotada para rebalancear o portfólio também é importante objeto de avaliação – se ocorrerá dentro de prazo definido, somente quando ultrapassar limites mínimos ou máximos previamente (“bandas”) traçados para as classes de ativos que compõem a alocação, ou a junção das duas. A escolha dependerá dos custos envolvidos e das limitações operacionais.

3.3.2) Metodologia

Esta seção define o comportamento do capital humano e financeiro no longo prazo, bem como os fatores de sensibilidade e seu impacto no *glidepath*.

3.3.2.1) Capital Humano

Caso o investidor seja participante de plano de previdência, deve ser definida uma taxa de contribuição, se existe uma política de *matching* pelo patrocinador do plano (vínculo trabalhista do investidor), idade inicial e idade de aposentadoria.

O perfil de renda do trabalho impacta no fluxo de contribuições esperadas ao longo do período de investimento. A modelagem de renda real esperada proveniente dos aportes do investidor ao longo do *glidepath* deve ser ajustada para refletir as previsões de inflação, choques de curto prazo e uma possível correlação com o desempenho do mercado de capitais, bem como, dependendo da natureza da ocupação, pode ser estocástica ou determinística. Adicionalmente,

podem ser incluídos eventos temporários (mudanças de renda que afetem o ano corrente, como pagamento de bônus) ou permanentes (promoções de carreira). Um maior ou menor grau de incerteza sobre os fluxos futuros de renda do trabalho impactam o formato do *glidepath* em termos da exposição a ativos de risco e o seu decaimento ao longo dos anos. Uma maior incerteza sobre proventos futuros requer do gestor do fundo a definição de como balancear o portfólio em termos do risco de mercado e de renda, sempre observando o grau de tolerância do investidor à volatilidade dos ativos.

A modelagem de um *glidepath* requer conhecimento do público-alvo, se o mesmo é um grupo homogêneo ou não. Isto porque estimar corretamente o nível de contribuições futuras, bem como o nível de renda esperada quando da aposentadoria, considerando ou não outras fontes previstas de recursos (seguridade social, por exemplo) é um fator-chave para uma otimização eficiente. Neste sentido, identificamos as características do investidor ou público-alvo amplamente consideradas para compor um produto com formatação ciclo de vida, a saber: aversão ao risco traduzida pelo nível de tolerância a perdas futuras de renda; se é participante de plano de benefício definido, pois deste modo o investidor já possui uma renda de aposentadoria com maior previsibilidade; a sua taxa de poupança, isto porque em geral, poupa-se menos quando jovem e mais a medida que a aposentadoria se aproxima, desprezando-se o ganho na composição dos juros ao longo do tempo. O investidor médio americano inicia na idade de 25 anos com uma taxa de 5% e termina aos 65 anos com 10% (Vanguard, 2014); o seu salário inicial, considerando a média do público-alvo ou da amostra selecionada para a definição de um ou mais “participantes-tipo”; a sua idade de aposentadoria, e a definição de uma data-alvo, segundo as regras da previdência oficial ou selecionar outro parâmetro com base em características biométricas do público selecionado; a idade média de entrada no mercado de trabalho do investidor ou público-alvo; o saldo de conta inicial, quando ao analisar o público-alvo verifica-se se a participação de investidores que já possuem uma reserva é estatisticamente relevante; seu risco de capital humano, dado que a volatilidade e a correlação dos salários em relação as flutuações do mercado financeiro pode afetar o formato do *glidepath* (definição do nível de risco adequado ao investidor, bem como a forma de seu decaimento ao longo do tempo); se possui seguridade social, pois o acesso a uma previdência pública e o quanto a renda prevista desta fonte representa em relação ao nível salarial são relevantes para uma previsão futura de riqueza total; seu índice de reposição almejado, sendo a convenção de mercado assumir que a renda de aposentadoria será composta por duas fontes – seguridade social e poupança realizada através de um produto financeiro. O índice é diretamente

relacionado ao nível de renda média do grupo ou dos participantes-tipo definidos na modelagem, tendo em vista que quanto maior a renda média, menor o impacto dos rendimentos provenientes da seguridade social, conforme pode ser exemplificado na tabela 3; e seu crescimento salarial, diretamente relacionado ao setor de atuação (indústria, serviços) e tipo de ocupação (escritório, operacional, outros).

3.3.2.2) Capital Financeiro

O modelo deve incluir a previsão quanto aos indicadores econômicos, notadamente inflação e taxa de juros, os retornos das classes de ativos e suas correlações e por fim, parâmetros de risco identificando a volatilidade dos ativos e a tolerância do investidor ao risco de mercado. Ao assumir que o grau de aversão a risco cresce ao longo da vida, na razão em que o capital humano se transforma em consumo e poupança (capital financeiro), teremos carteiras de maior risco no início da vida laboral e de menor risco para aquelas próximas ou pós-aposentadoria. A razão do decaimento de risco ao longo do período de investimento e a composição das carteiras de ativos no fundo serão resultado do crescimento do capital financeiro, da evolução da tolerância ao risco e do cenário macroeconômico.

3.3.2.3) Fatores de Sensibilidade

A exposição a fatores de risco, atrelados a classes de ativos com maior volatilidade, é também vinculada a características do investidor e público-alvo e são de central importância na definição do *glidepath*. A análise no quadro 4 considera que, dada a variação de um fator, as demais permanecem constantes, a fim de avaliar o impacto de cada uma separadamente.

Quadro 4: Fatores de Sensibilidade e o seu Impacto na Alocação

Perfil Investidor/Público-Alvo	Exposição a Ativos de Risco	Impacto na Alocação
Maior Aversão a Risco	Menor	Menor resiliência a volatilidade de curto prazo e seu impacto sobre o valor investido. Está disposto a abrir mão de maior retorno potencial por uma maior “previsibilidade” na evolução do investimento. Haverá desta forma uma menor exposição inicial a ativos de risco, um decaimento mais rápido e uma curva mais suave.

Possui renda de plano de Benefício Definido	Maior	O acesso a uma renda com certo grau de previsibilidade, é comparável ao recebimento futuro de uma anuidade ou coupon de títulos de renda fixa para fins de modelo. Com uma menor incerteza futura quanto a uma parcela da renda, o investidor torna-se mais tolerante a fatores de risco no <i>glidepath</i> .
Maior Taxa de Poupança	Menor	Uma maior taxa de poupança significa a aquisição de um volume maior de recursos durante a fase de acumulação, tornando o participante propenso a realização do processo de <i>de-risking</i> do portfólio mais rápido do que o previsto quando da elaboração do <i>glidepath</i> no momento t_0
Maior Salário Inicial	Maior ou Menor	Assumindo um índice de reposição constante, o nível de gastos durante a aposentadoria irá aumentar na proporção do salário inicial. Um salário alto irá acelerar o valor poupado e o investidor iniciará mais precocemente o <i>de-risking</i> do portfólio e reduzindo a exposição a ativos de risco. Em contraposição, o maior nível de gastos correspondente a um patamar mais elevado de renda, necessitará uma maior exposição a risco para fazer face a demanda futura em termos de manutenção do “padrão de consumo”.
Maior Data de Aposentadoria	Maior	A medida que o capital humano cresce ao adiar a entrada em aposentadoria, maior a tolerância a risco
Maior Índice de Reposição	Maior	A expectativa futura por um maior padrão de consumo durante a aposentadoria, incluindo os riscos de longevidade e de saúde, se reflete na maior exposição a ativos de risco que historicamente apresentam maiores retornos.
Maior correlação dos salários com o desempenho do mercado financeiro	Menor	Entendendo salário como o retorno sobre o capital humano, quanto maior a sua correlação com os

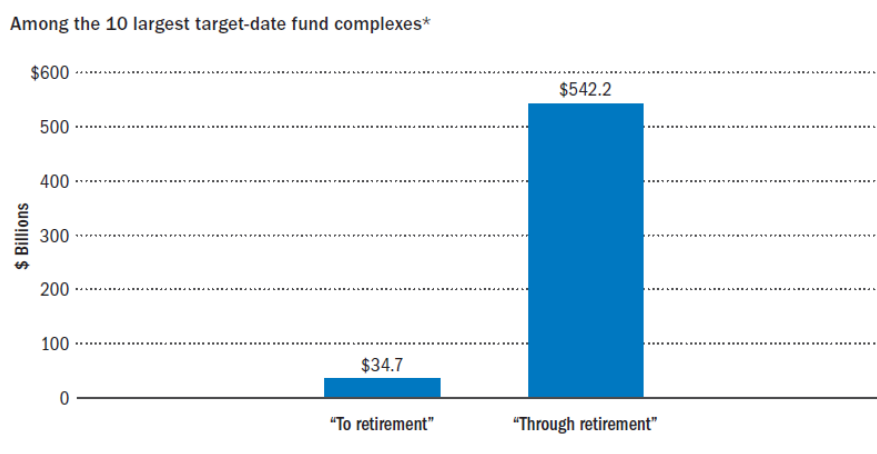
		ativos financeiros, menor a propensão do investidor em aumentar o risco do seu portfólio, ao expor suas fontes de riqueza (capital humano e capital financeiro) a fatores de risco comuns.
--	--	--

Fonte: Elaborado pela autora com base em Alliaga-Diaz et al (2016)

3.3.2.4) Produtos “To” versus “Through”

Um importante fator na definição de um produto TDF ou *life cycle* é a definição do “*landing point*” para a alocação de longo prazo, sendo este a data de aposentadoria ou o período pós-aposentadoria “*through retirement*”. No mercado americano, esta última opção é aquela majoritariamente ofertada, conforme podemos observar na Figura 10.

Figura 10: Total de Ativos sob Gestão: “To” vs. “Through” Fundos Target-Date

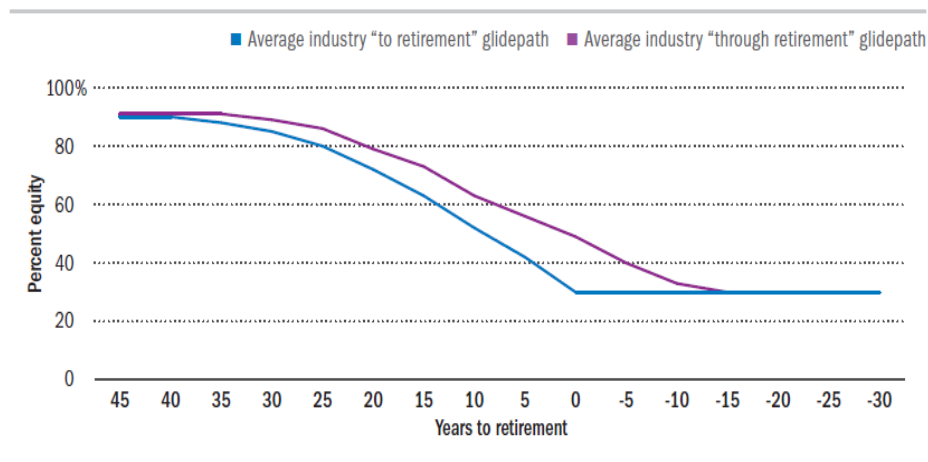


Fonte: Morningstar, “2014 Target-Date Series Research Paper”, 2014, citado em Erickson e Cunniff (2015)

Estes *glidepaths* são desenhados para equilibrar os riscos de mercado e de longevidade, tornando-os atrativos para aqueles investidores que desejam utilizá-los como um veículo de poupança para a fase de acumulação e também após a aposentadoria como uma renda programada e percentuais definidos de retiradas periódicas. O sucesso dessa configuração pode estar atrelado a própria inércia destes investidores que permanecem no fundo, mesmo após a aposentadoria. Ao identificar esta tendência, a indústria adequou-se na inclusão de uma curva mais suave para o decaimento de risco que visa uma oferta de renda futura. Desta forma, o *glidepath* típico, conforme figura 11, ainda apresenta uma exposição a ativos de risco na data

de aposentadoria, tornando-se mais investido em renda fixa na fase pós-aposentadoria, limitando o *downside* do risco de mercado e a preservação de capital.

Figura 11: Exposição a Renda Variável dos *Glidepaths*



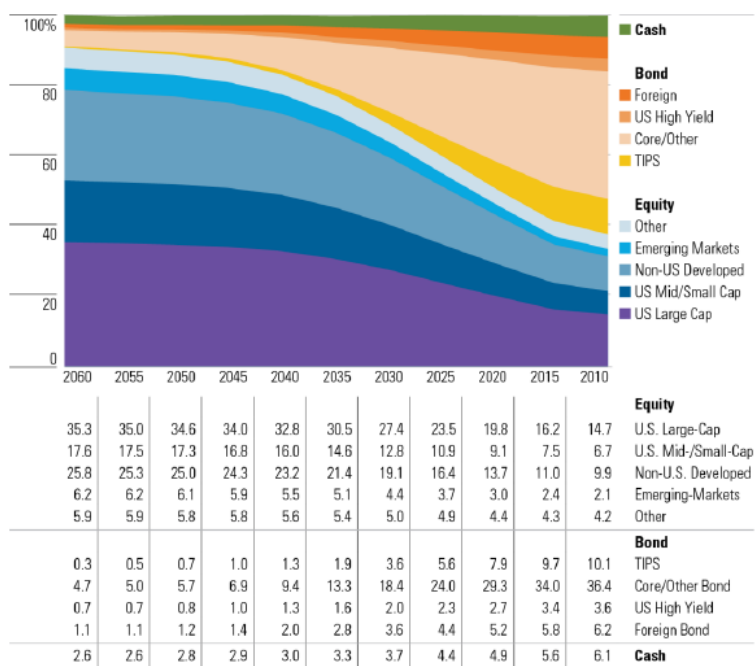
Fonte: Morningstar, “*Target Date Series Research Paper: 2012 Industry Survey*”, citado em Erickson e Cunniff (2015)

As alocações com o horizonte até a aposentadoria (“*To*”) tendo em vista um horizonte de investimento de menor prazo, apresentam uma menor exposição a ativos de risco já na partida, além de reduzi-la substancialmente nos anos pré-aposentadoria. Tal disposição pode resultar numa abordagem conservadora, tendo em vista que conforme já descrito, os investidores possuem uma maior tolerância a ativos de risco antes de sua aposentadoria do que posteriormente.

3.3.3) *Overview* dos Produtos Ofertados no Mercado Americano

O *glidepath* médio representativo da indústria, apresentado na figura 12, foi elaborado usando as observações de 49 *target-date series*, excluindo aquelas com uso relevante de derivativos, pois as suas alocações nas classes de ativos exemplificadas não seriam correspondentes as suas reais exposições.

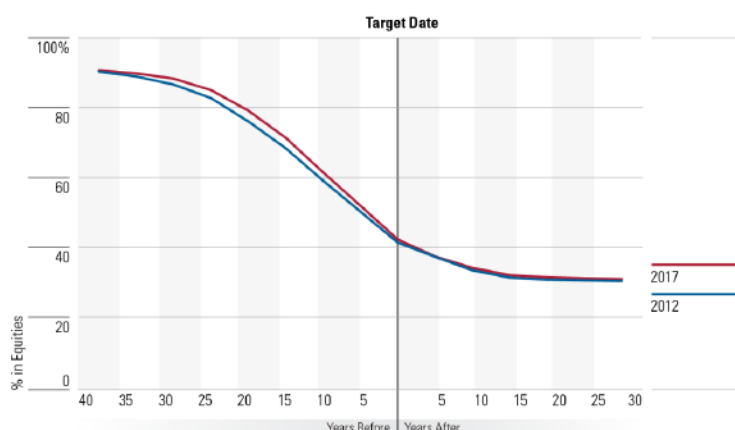
Figura 12: *Glidepath* médio da indústria por sub-classe de ativos



Fonte: Morningstar (2018)

Considerando esta mesma amostra, verifica-se que a alocação estratégica em renda variável não foi alterada de forma significativa nos últimos cinco anos. Na figura 13 temos a composição da alocação-alvo nesta classe de ativo, incluindo-se novos gestores que entraram no mercado durante o período e excluindo-se aqueles que encerraram os seus fundos. A maior alteração, de 3,1 pp, ocorreu no estágio de vinte anos antes da aposentadoria.

Figura 13: Participação Média de Renda Variável no *Glidepath*, 2017 vs. 2012

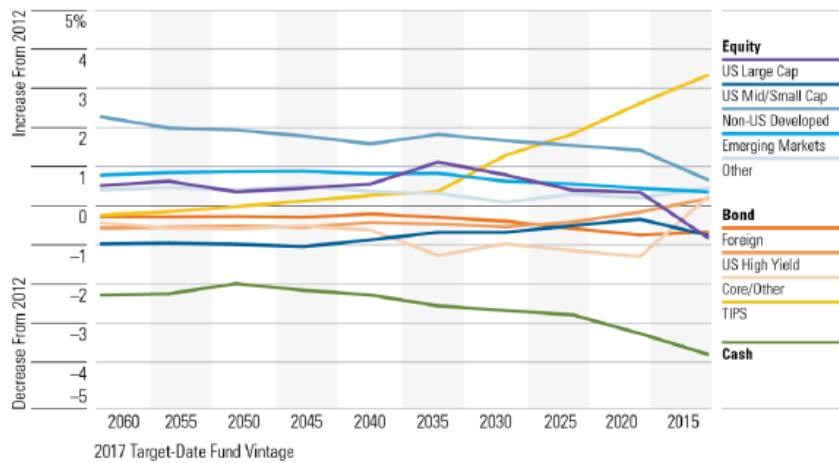


Fonte: Morningstar (2018)

Quando comparamos em termos das sub-classes no universo de renda fixa e variável, também não há uma mudança significativa. A figura 14 realiza uma comparação entre o *glidepath*

médio de 2017 com aquele de 2012 e linhas acima de zero indicam um aumento na exposição durante o período, enquanto as linhas abaixo de zero indicam um declínio ao longo do tempo.

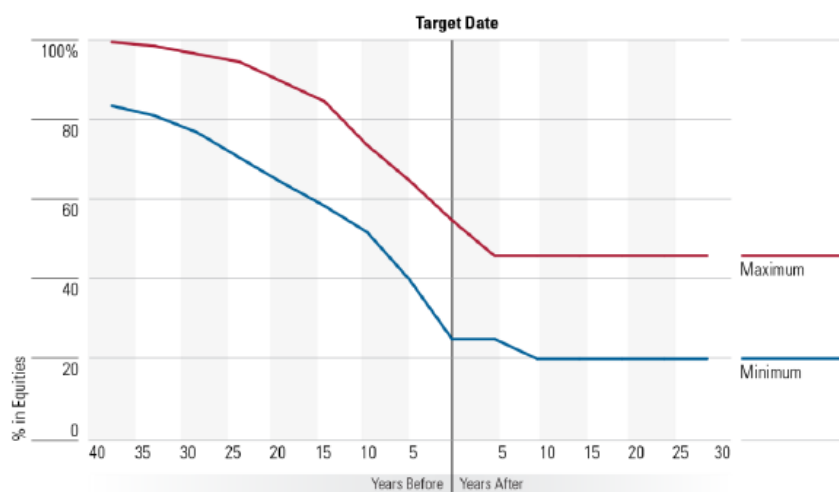
Figura 14: Alterações na Média da Indústria para as sub-classes de ativos no *Glidepath*, 2017 vs.2012



Fonte: Morningstar (2018)

A modelagem do produto varia de modo mais significativo, notadamente quanto a exposição a ativos de risco, aqui considerado renda variável. Excluindo os *outliers*, num horizonte de setenta anos de investimento, temos uma variação em torno de 24 pp. Na data da aposentadoria verificamos a maior variação igual a 30 pp. Podemos verificar graficamente o seu impacto na Figura 15.

Figura 15: Exposição a Renda Variável dos *Glidepaths*, excluindo *outliers*.



Fonte: Morningstar (2018)

4) Simulação de um portfólio de longo prazo com ativos locais

O objetivo deste artigo é propor uma alocação de portfólio de longo prazo segundo o modelo “ciclo de vida” com foco no capital financeiro, considerando o referencial teórico apresentado no item 3 e adequada aos ativos ofertados no mercado local. Não será desenvolvido um modelo de alocação intertemporal nos moldes propostos por Campbell e Viceira (2001). No entanto, observaremos suas principais conclusões quando do balanceamento entre os ativos na composição do *glidepath* proposto. Deste modo, apresentamos os dados utilizados, sua implementação e a análise dos resultados.

4.1) Dados

Realizamos o levantamento dos dados históricos no período compreendido entre outubro/2003 e janeiro/2019. A escolha da data inicial deve-se ao início da série dos índices IMA (Índice de Mercado ANBIMA). As classes de ativos selecionadas foram o IMA-B, CDI, IBRX-50 e MSCI World em reais, esta última convertida pelo câmbio, sem hedge, refletindo a flutuação US\$/R\$. O *glidepath* será passivo, composto apenas por índices, sem a inclusão de fundos com gestão ativa. A seleção destes índices para compor o portfólio observou a composição média dos produtos ofertados no mercado americano, conforme a figura 12. Identificamos quais seriam os índices do mercado local que melhor traduziriam a relação entre renda fixa e variável. O resultado encontra-se no Quadro 5.

Quadro 5: Classes de Ativos Mercado Americano vs. Mercado Brasileiro

<i>Glidepath</i> Americano	Mercado Local	Comentário
Cash	CDI	Correspondente aos <i>money market funds</i> americanos
Bonds (Renda Fixa)		
Foreign	n.a	Diferencial de taxa de juros ainda não justificaria incluir esta exposição
US High Yield	n.a	Mercado de crédito local restrito para títulos abaixo de <i>Investment Grade</i>
TIPS	IMA-B	Títulos garantidos pelo tesouro e indexados pelo CPI (<i>Consumer Price Index</i>), tendo no IMA-B a sua <i>proxy</i> local
Equity (Renda Variável)		
Non-US Developed	MSCI World em reais	Diversifica a renda variável local, além de capturar a correlação negativa histórica entre o dólar e a bolsa local, atuando como um hedge natural (redução de risco)
US Mid and Small Cap	Índice small caps Bovespa	Devido ao <i>market cap</i> não foi considerado para a composição do portfólio
US Large Cap	IBRX-50	Os índices Large Cap compreendem empresas com capitalização de mercado acima de US\$10 bi. O IBRX-50 seria a sua <i>proxy</i> ao considerar os ativos de maior negociabilidade e representatividade no mercado acionário brasileiro

Fonte: Elaborada pela autora

Visando a apuração do retorno (média aritmética), desvio-padrão e correlações utilizamos o software Morningstar Direct – módulo *Asset Allocation* (AA)², considerando a frequência de apuração mensal e o uso da média aritmética para o cálculo dos retornos conforme a premissa de que os mesmos seguem uma distribuição normal (modelo Lognormal paramétrico). Estes resultados estão consolidados nas Tabelas 4 e 5.

Tabela 4: Retornos e Volatilidades Históricas no período out/03 e jan/19

Classes de Ativos	Média Aritmética (%)	Desvio Padrão (%)
IMA-B	14,85	8,52
MSCI World em R\$	9,91	19,94
CDI	11,77	3,33
IBRX-50	15,57	29,48

Fonte: Morningstar Direct

Tabela 5: Correlações Históricas entre as classes de ativos no período out/03 a jan/19

Correlações	IMA-B	MSCI World em R\$	CDI	IBRX-50
IMA-B	1,00	-0,22	0,12	0,44
MSCI World em R\$	-0,22	1,00	-0,09	0,04
CDI	0,12	-0,09	1,00	0,06
IBRX-50	0,44	0,04	0,06	1,00

Fonte: Morningstar Direct

Ao construirmos uma fronteira eficiente somente com dados históricos utilizando o modelo de média-variância, identificamos que a classe de bolsa internacional seria excluída por ter um menor retorno e maior volatilidade que o IMA-B, enquanto a inclusão de bolsa local somente torna-se eficiente para maiores níveis de risco. A aplicação direta destas médias históricas (tabela 4) como *proxies* para o retorno esperado não seria recomendada porque, na janela de tempo selecionada, os retornos de renda fixa marcado a mercado (IMA-B) e do CDI distorcem o resultado que deveria ser observado conforme vimos no item 3.2.1 para uma alocação de longo prazo. Além disso, temos uma janela de retornos muito deprimidos na renda variável local durante o período de 2013-15, o que também contribui para uma sobrealocação em renda fixa na fronteira. O prêmio de risco por manter no portfólio ativos de renda variável, conforme observamos na Tabela 4, é negativo. Em resumo, visando incluir um cenário prospectivo na

² ©2014 Morningstar. Todos os direitos reservados. Apenas para uso acadêmico. A informação aqui contida: (1) é propriedade da Morningstar e/ou seus provedores de conteúdo, (2) não pode ser copiado ou distribuído, e (3) não é garantia de estar precisa, completas ou atualizadas. A Morningstar nem os seus fornecedores de conteúdo são responsáveis por quaisquer danos ou perdas resultantes de qualquer uso desta informação. A performance histórica não é garantia de resultado futuro.

definição de uma carteira de longo prazo, a adoção das médias dos retornos históricos destas classes de ativos poderá criar uma distorção com base nos problemas apresentados.

4.2) Metodologia

Considerando a limitação da utilização dos retornos históricos das classes de ativos brasileiras, utilizaremos o modelo de Black-Litterman para estimar os retornos esperados e determinar uma fronteira eficiente de carteiras para seleção.

4.2.1) O Modelo de Black-Litterman

O modelo de Black-Litterman (1992) (BL) é uma evolução do modelo de média-variância de Markowitz (1953) (MVA) e se diferencia deste último na forma de estimar os retornos esperados. Com BL, torna-se possível o uso de ferramentas quantitativas na alocação de ativos, a fim de obter um portfólio que supera os problemas práticos observados quando da otimização por MVA.

Michaud (1989) analisa os entraves na aplicação do MVA, tais como: maximização de erros, dado que não há uma previsão exata dos retornos esperados e nem das variâncias e covariâncias; utilização de dados históricos para produzir uma média da amostra e substituir o retorno esperado por este valor nem sempre é uma boa estimativa; não considerar o valor de mercado dos ativos (market cap); não diferenciação do nível de incerteza associados às estimativas introduzidas no modelo; instabilidade do modelo principalmente em relação aos retornos esperados, a saber, qualquer pequena alteração nas variáveis pode gerar um portfólio completamente distinto; ao realizar uma otimização sem restrições, o modelo pode recomendar um portfólio com pesos negativos em ativos, uma questão relevante para gestores como os fundos de pensão brasileiros, por exemplo, que não podem assumir posições vendidas (“short”).

Este modelo compartilha com Markowitz o conceito de maximizar o retorno esperado minimizando o risco, porém utiliza uma abordagem Bayesiana para combinar a visão subjetiva do investidor sobre os retornos esperados de um ou mais ativos com o vetor de equilíbrio de mercado dos retornos esperados. Para tal, pressupõe que a precificação dos ativos reflete toda a informação disponível e a carteira de mercado teórica é eficiente, possuindo pesos iguais às proporções do valor de mercado. Em seguida, forma uma nova estimativa dos retornos esperados. Em resumo, assume que o benchmark é otimizado e que, para superá-lo, o investidor

necessita de informação “adicional”. A utilização somente de dados históricos tem um alcance limitado para a previsão de performance futura dos ativos.

A construção do portfólio ótimo observa as seguintes etapas³ : construção da matriz de covariância com dados históricos dos ativos; determinação de uma previsão de referência; integração das visões pessoais do gestor; expectativas revistas (posteriores); e otimização do portfólio.

A determinação de uma previsão de referência (*Baseline Forecast*), baseia-se na premissa de que o *benchmark* é um portfólio eficiente, e que o mesmo soluciona a equação (1) na determinação dos retornos esperados dos ativos.

(1)

$$\begin{pmatrix} \text{Retorno Esperado Portfólio} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Matriz Variância-Covariância} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Pesos Portfólio Eficiente} \end{pmatrix} * \text{Fator Normalizador} + \text{Taxa Livre de Risco}$$

A equação (2) apresenta a composição do fator normalizador, apresentado em (1):

(2)

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \text{Retorno Portfólio do Benchmark} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \text{Matriz Variância-Covariância} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Pesos Portfólio do Benchmark} \end{pmatrix} * \text{Fator Normalizador} + \text{Taxa Livre de Risco} \\ &= \begin{pmatrix} \text{Matriz Variância-Covariância} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Pesos Portfólio do Benchmark} \end{pmatrix} \\ &* \underbrace{\begin{pmatrix} \text{Retorno Esperado Benchmark} - \text{Taxa Livre de Risco} \\ \begin{pmatrix} \text{Pesos Portfólio do Benchmark} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \text{Matriz Variância-Covariância} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Pesos Portfólio do Benchmark} \end{pmatrix} \end{pmatrix}}_{\text{Fator Normalizador}} + \text{Taxa Livre de Risco} \end{aligned}$$

³ Elaborado pela autora com base em *Financial Modeling – Simon Benninga, 4th edition, 2014 cap. 13 e Investimentos – Bodie, Kane and Marcus, 2015 – cap. 27*

Sobre a integração das visões pessoais do gestor, o modelo permite que o gestor introduza diferentes *Views* sobre os *Baseline Forecasts* e defina o grau de confiança em cada uma delas. As chamadas *Views* são expressas como valores de várias combinações lineares de retornos em excesso e a confiança como uma matriz de covariância de erros desses valores. Uma *View* é representada por $Q + \epsilon$, onde ϵ representa um erro de média zero na *View* com um desvio-padrão que reflete a confiança do gestor. Uma abordagem mais simples para aplicação do “grau de confiança” é a formação de um portfólio com a combinação convexa dos “pesos de mercado” (“*benchmark*”) com os pesos ajustados segundo as *views*. Em resumo:

Pesos do portfólio = $(1-Y)$ *pesos de mercado + Y *pesos ajustados segundo a *view* do investidor

Onde Y é o grau de confiança na opinião (*view*) do investidor

Em relação às expectativas revistas (posteriores), a nova distribuição de probabilidade de retornos esperados será o resultado da adição das *Baseline Forecasts* e *Views* do Investidor, onde: *Baseline Forecasts* = Retornos de mercado + matriz de covariância (dados históricos),

Views do Investidor = Retornos esperados + grau de confiança nas estimativas.

Usando a Notação Linear, temos:

Baseline Forecasts (1)

$$Q^E = PR^T_E$$

$$P = (W_a, W_b)$$

$$R_E = [E(R_a), E(R_b)]$$

$$Q^E = E(R_a) \cdot W_a - E(R_b) \cdot W_b \text{ onde: } a - \text{Ativo A e } b - \text{Ativo B}$$

“*Views* do Investidor”(2)

$$Q + \epsilon; D = Q - Q^E$$

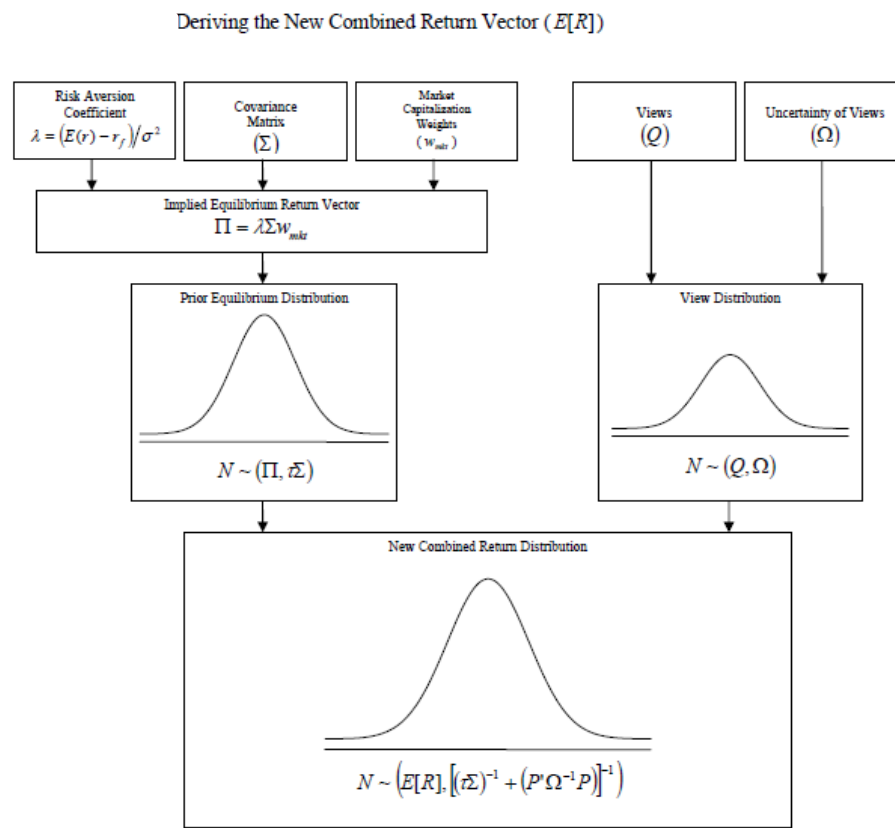
$$\sigma^2(D) = \sigma^2(\epsilon) + \sigma^2(Q^E) \text{ onde: } \sigma^2(Q^E) = W_a^2 \text{Var}(R_a) + W_b^2 \text{Var}(R_b) + 2W_aW_b \text{Cov}(R_a, R_b).$$

O retorno esperado condicional às *Views* é função de quatro elementos: *Baseline forecasts* $E(R)$; a diferença D (*Investidor view* – *Baseline view*); contribuição do retorno do ativo para a variância de D ; variância total de D .

Generalizando:

$$(3) E(R|View) = R + D \frac{\text{Contribution of asset to } \sigma^2(D)}{\sigma^2(D)}$$

Em Idzorek (2005), temos um quadro-resumo para a determinação dos retornos estimados pelo modelo:



Sobre a otimização do portfólio, este será otimizado seguindo o Modelo de Markowitz, o qual, a partir dos dados fornecidos de retorno esperado (condicionado às *Views*), variância e covariância (históricas), calculará a fronteira eficiente dos ativos de risco. Esta será composta pelas carteiras que se encontram na fronteira de variância mínima, porém acima da carteira de variância mínima global, oferecendo uma melhor relação risco-retorno.

O modelo de BL não se enquadra na alocação dinâmica intertemporal abordada no capítulo 3, na medida em que a otimização é realizada por média-variância. Em contrapartida, é uma evolução da alocação “míope”, pois endereça algumas de suas limitações e incorpora uma visão prospectiva das rentabilidades das classes de ativos.

4.2.2) Definição das Visões do Gestor

O nível de confiança para as *views* do investidor (Ω) é o parâmetro matemático mais abstrato do modelo. Conforme o próprio Litterman, uma “questão comum sem uma resposta universal” (Idzorek, 2005). Iremos propor neste artigo um método próprio para estimar os retornos futuros das classes de ativos selecionadas com base em informações públicas, vinculada a determinação de um nível de confiança intuitivo no intervalo de 0% a 100%.

A estimativa de retorno para o IBRX50 será composta pela projeção de PIB e IPCA presentes no relatório FOCUS do Banco Central⁴ e *dividend yield* médio do período em análise (2003-18)⁵ das ações listadas em bolsa, tendo como premissa a não expansão de múltiplos. Os respectivos valores encontram-se na tabela 6 e resultam no retorno estimado de 10%. Em relação ao nível de confiança definimos em 50%, dado que ações possuem maior volatilidade e, conseqüentemente, uma maior margem de erro ao realizar uma projeção.

Tabela 6: Retorno Esperado IBRX50

PIB Relatório FOCUS	2,5%
Dividend Yield Econômica (2003-18)	3,6%
Valor em termos reais	6,1%
% Projeção IPCA - Relatório FOCUS	4,0%
Projeção IBRX50	10%

Fonte: Elaborada pela autora

O retorno futuro do CDI conforme tabela 7 será a projeção da Taxa SELIC, conforme relatório FOCUS deduzida de 0,1%, haja visto que, historicamente, este é o diferencial aproximado entre as duas taxas.

O nível de confiança será alto igual a 95% tendo em vista a correlação entre as mesmas.

Tabela 7: Retorno Esperado CDI

Taxa Selic Relatório FOCUS	8,0%
Diferencial Histórico	0,1%
Projeção CDI	7,9%

Fonte: Elaborada pela autora

A estimativa para o IMA-B será composta pela taxa indicativa de retorno real da NTN-B 2050, conforme quadro 6 e adicionada da projeção do IPCA presente no relatório FOCUS. A Tabela 8 apresenta a projeção no valor de 8,60%.

Quadro 6: Taxa Indicativa NTN-B 2050

Data de Referência	Títulos	Data de Vencimento	Código SELIC	Código ISIN	Taxa Indicativa (% a.a.)	PU (R\$)
21/01/2019	NTN-B	15/08/2050	760199	BRSTNCNTB3D4	4,59	3.974,83

Fonte: Econômica

⁴ Relatório FOCUS/BACEN de 18/01/19

⁵ Fonte: Relatório Econômica – Acerte Mais

O índice possui uma *duration* menor que a NTN-B 2050, conforme Anexo 8. No entanto, como buscamos projetar uma perpetuidade entendemos que a rentabilidade projetada para este índice corresponde a uma boa *proxy* para o cálculo da projeção. Adicionalmente, não consideramos movimentos da curva de juros.

O nível de confiança de 70% considera um grau de volatilidade vinculado as expectativas de mercado quanto a evolução da dívida pública.

Tabela 8: Retorno Esperado IMA-B

Taxa Indicativa NTN-B 2050	4,6%
Projeção IPCA Relatório FOCUS	4,0%
Projeção IMA-B	8,6%

Fonte: Elaborada pela autora

A estimativa de retorno do MSCI World em reais será o somatório da projeção do PIB *Advanced Economies* do Fundo Monetário Internacional (FMI)⁶, da inflação *Advanced Economies* do FMI⁷, o *dividend yield* do MSCI⁸, o diferencial de inflação entre o projetado para as *Advanced Economies* pelo FMI e a projeção do IPCA relatório FOCUS (paridade do poder de compra). Este último visa estimar o que seria o retorno proveniente do câmbio. A tabela 9 consolida todos os componentes citados e estima o retorno em 8,9%. Adicionalmente, assumimos a premissa de que não há expansão de múltiplos. De modo análogo, o nível de confiança será o mesmo do IBRX50 igual a 50%.

Tabela 9: Retorno Esperado MSCI World em reais

Inflação <i>Advanced Economies</i> FMI	1,9%
PIB <i>Advanced Economies</i> FMI	2,1%
Dividend Yield MSCI	2,8%
PPP (Diferencial de Inflação)	2,1%
MSCI World em Reais	8,9%

Fonte: Elaborada pela autora

A tabela 10 consolida a *View* do investidor conforme o modelo de BL, visando a projeção dos retornos futuros das classes de ativos, etapa anterior a otimização e definição da fronteira eficiente. Os retornos de renda variável estão superiores a renda fixa mirando uma carteira de

⁶ https://www.imf.org/external/datamapper/NGDP_RPCH@WEO/OEMDC/ADVEC/WEOWORLD

⁷ <https://www.imf.org/external/datamapper/PCPIPCH@WEO/OEMDC>

⁸ <https://www.msci.com/documents/10199/178e6643-6ae6-47b9-82be-e1fc565ededb>

longo prazo e em consonância o preconizado pela teoria de finanças, conforme apresentado no item 3.2.1

Tabela 10: Visão Consolidada do Gestor para as classes de ativos

<i>Views</i>	IBRX50	CDI	IMA-B	MSCI World em R\$
Nível de Confiança	50%	95%	70%	50%
Retorno do ativo	10,0%	7,9%	8,6%	8,9%

Fonte: Elaborada pela autora

4.2.3) Consistência das Visões do Gestor

Visando avaliar a consistência dos valores apresentados na tabela 10, realizamos um *backtest* com o objetivo de mensurar o *tracking error* do método proposto de projeção para as diferentes classes, além dos níveis de confiança confrontando o que seria estimado e o realizado. Para tal, verificamos as fontes de dados utilizadas em janeiro de 2017 e 2018. A média de *dividend yield* para a bolsa local considerou os períodos 2003-17 e 2003-18. Para o MSCI World, mantivemos constante.

Tabela 11: Projeção de Retornos

2017		2018	
Relatório Focus - 05/01/2017		Relatório Focus - 05/01/2018	
PIB	0,5%	PIB	2,7%
IPCA	4,8%	IPCA	4,0%
SELIC	10,3%	SELIC	6,8%
Relatório Economática		Relatório Economática	
<i>Dividend Yied</i>	3,6%	<i>Dividend Yied</i>	3,6%
FMI		FMI	
PIB	1,9%	PIB	2,3%
CPI	1,7%	CPI	1,9%
PPP 2017	3,1%	PPP 2018	2,1%
<i>Dividend Yield</i>	2,8%	<i>Dividend Yield</i>	2,8%

Fonte: Elaborada pela autora⁹

⁹ FMI: <https://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2017/update/01>

e FMI: <https://www.imf.org/en/Publications/WEO/Issues/2018/01/11/world-economic-outlook-update-january-2018>

O resultado pode ser visto na tabela 12:

Tabela 12: Backtest do Método para Projeção dos Retornos Esperados

Backtest	IBRX50		CDI		IMAB		MSCI World em R\$	
	2017	2018	2017	2018	2017	2018	2017	2018
Projeção (a)	8,9%	10,2%	10,2%	6,7%	10,3%	9,1%	9,5%	9,0%
Realizado (b)	26,8%	14,5%	10,0%	6,4%	12,8%	13,1%	24,8%	6,7%
Varição (a) x (b)	----	42,2%	-2,0%	-4,5%	24,3%	44,0%	----	-25,6%

Fonte: Elaborada pela autora

As projeções para bolsa foram consistentes com o fato de que esta classe de ativo “antecipa” as expectativas quanto ao desempenho da economia real. Ao considerarmos uma alocação de longo prazo, a metodologia proposta atende neste sentido. O nível de confiança considerado na tabela 10 de 50% já reflete esta volatilidade.

O IMA-B traz um “gap médio” de 30%, consistente com a confiança em 70%, enquanto o CDI, conforme esperado, é bastante aderente a projeção da SELIC.

4.2.4) Construção do portfólio de longo prazo

Utilizamos o módulo de *Asset Allocation* (AA) do Morningstar Direct, considerando o modelo de Black-Litterman, para definição dos retornos esperados das classes de ativos (2.000 simulações de Monte Carlo), e a sua otimização através de Markowitz (média-variância) de uma fronteira eficiente de possíveis carteiras. Os retornos e volatilidades históricas, conforme tabelas 4 e 5, e as visões do gestor presentes na tabela 10, são parte integrante das informações necessárias para a atingir o resultado. A taxa livre de risco foi definida em 6,5% a.a.¹⁰.

Os novos retornos esperados podem ser observados na Tabela 13 e os retornos e volatilidades a serem considerados para otimização encontram-se na Tabela 14:

Tabela 13: Novos Retornos Esperados calculados segundo modelo Black-Litterman

Classes de Ativos	Market Cap (bilhões)	Retorno Implícito	Retorno View	Nível Confiança View	Retorno Blitterman	Market Cap Data
IMA-B	1	6,32%	8,6%	70%	8,09%	
MSCI World em R\$	38.521,77	9,27%	8,9%	50%	7,78%	jan/19
CDI	1	6,48%	7,9%	95%	7,83%	
IBRX-50	837,80	6,74%	10,0%	50%	10,21%	dez/18

Fonte: Morningstar Direct

¹⁰ Taxa CDI em janeiro/2019

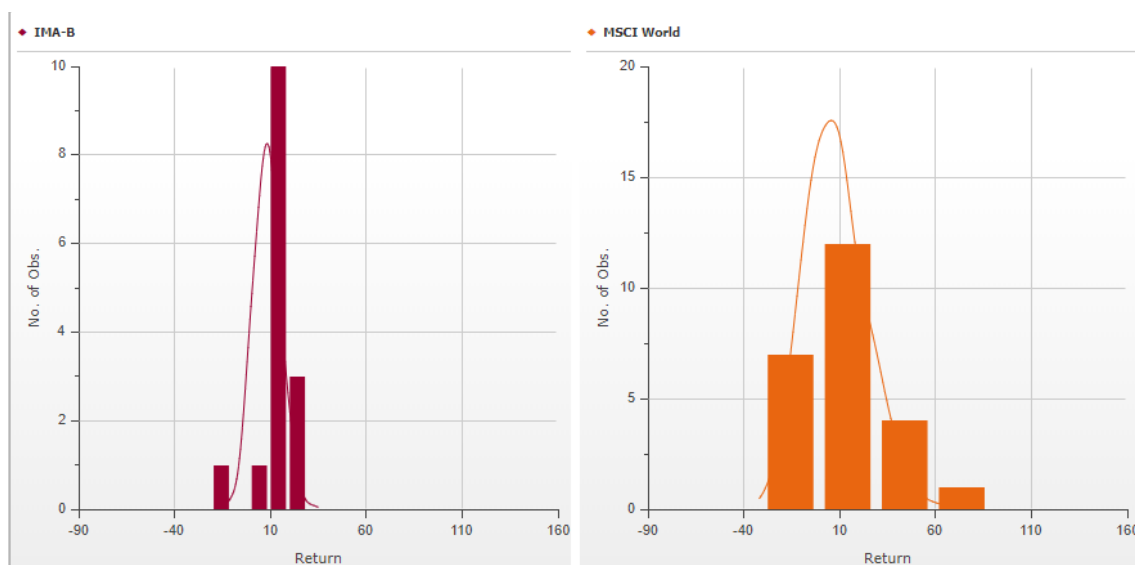
Tabela 14: Retornos e Volatilidades para Otimização

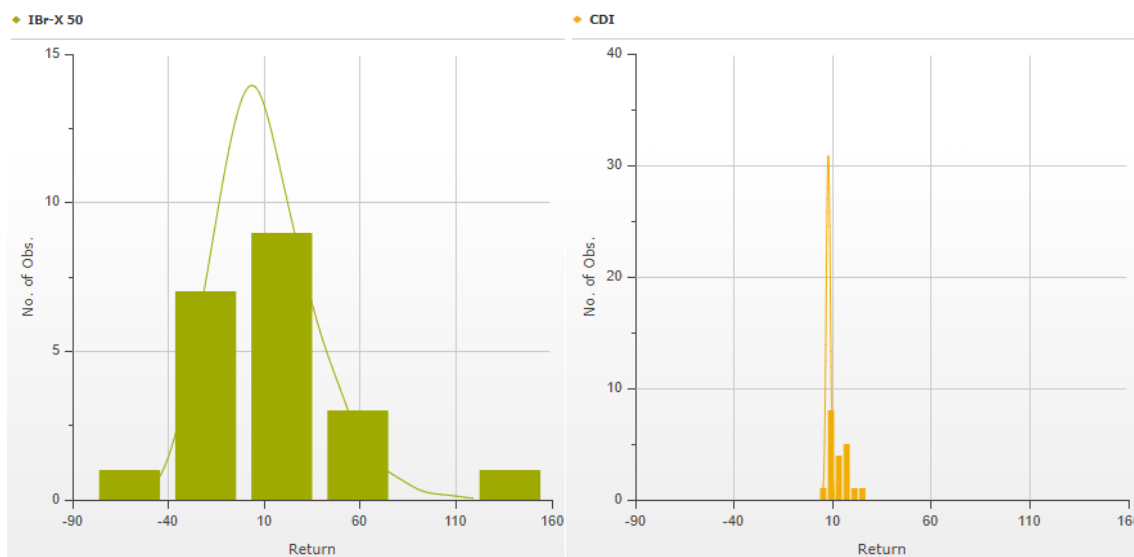
Classes de Ativos	Média	Desvio
	Aritmética (%)	Padrão (%)
IMA-B	8,19	7,13
MSCI World em R\$	7,84	16,11
CDI	7,83	1,00
IBRX-50	10,18	24,81

Fonte: Morningstar Direct

A aderência do modelo selecionado para estimar os retornos à série histórica de cada classe de ativo pode ser vista na figura 16 gerada pelo Morningstar Direct. Com base nos histogramas definidos pelo percentual de retorno *versus* o número de ocorrências, identificamos como o retorno esperado definido conforme BL, representado pelas curvas, se comporta em relação àquele observado empiricamente.

Figura 16: Aderência do Modelo à Série Histórica





Fonte: Morningstar Direct

Ao realizarmos a otimização, incluímos uma restrição definindo uma alocação mínima de 5% no MSCI World em reais. Isto porque, ao verificarmos a tabela 4 das médias históricas de volatilidade e o novo retorno estimado conforme tabela 13, esta classe seria “expulsa” pois o IMA-B possui um melhor retorno e uma menor volatilidade.

O objetivo é definir uma alocação de longo prazo sujeita a revisão nos próximos 5 anos, a fim de incorporar os novos resultados (sempre numa janela móvel de 15 anos) e ajustar as *Views* para as classes de ativos. Esta proposta de modelagem dinâmica se diferencia dos *glidepaths* tradicionais, que definem uma alocação entre *equities* e *bonds* que deverá ser estritamente seguida. A proposta deste artigo é a definição de um *glidepath* considerando carteiras cuja composição em termos de classes de ativos e seus respectivos pesos, possam ser revistas dependendo do cenário e ajustada ao risco correspondente em consonância com o apresentado em 3.2.3.

Tomando por base a fronteira eficiente gerada pelo sistema e 99 carteiras graduadas de menor para maior risco, selecionamos 4 para compor o *glidepath*, vinculadas ao peso do IBRX50. Identificamos aquelas com 55%, 35% e 15% de peso do referido índice, cuja adição de 5% do MSCI World em reais resulta numa exposição de 60%, 40% e 20% a renda variável. O número de carteiras está atrelado à razoabilidade para gestão, dado que, quanto maior a quantidade, maior o controle envolvido e os custos de rebalanceamento dos ativos. Pode-se também utilizar um modelo rígido de alocação, onde há a previsão *ex-ante*, com a possível definição de bandas, para o declínio e/ou incremento na exposição a determinada classe de ativo, sendo este mais aderente aos modelos tradicionais de *glidepath*.

Tabela 15: Carteiras Seleccionadas da Fronteira Eficiente

Carteiras	IMA-B	MSCI World	CDI	IBr-X 50	Retorno	Desvio-Padrão	Sharp
Carteira I	30%	5%	10%	55%	9,23	14,78	0,19
Carteira II	20%	5%	39%	35%	8,73	9,56	0,23
Carteira III	10%	5%	70%	15%	8,23	4,35	0,40
Carteira IV	0%	0%	100%	0%	7,83	0,99	1,35

Fonte: Morningstar Direct

Tabela 16: Carteiras Propostas

Carteiras	IMA-B	MSCI World	CDI	IBr-X 50	RV(%)	RF(%)
Carteira I	35%	5%	5%	55%	60%	40%
Carteira II	45%	10%	15%	30%	40%	60%
Carteira III	30%	10%	50%	10%	20%	80%
Carteira IV	0%	0%	100%	0%	0%	100%

Fonte: Elaboração da autora com base na tabela 15

O ajuste realizado entre as tabelas 15 e 16 reside em aumentar a exposição ao MSCI World em reais nas carteiras II e III, dado que esta classe possui uma menor volatilidade quando comparada ao IBRX50 e correlação negativa com o IMA-B, reduzindo o risco. As classes de ativos internacionais são incluídas na composição de um portfólio de um investidor brasileiro para efeito de diversificação e redução de risco. Os retornos das classes locais, notadamente a renda fixa, acabam por distorcer o que seria esperado numa alocação clássica sob a ótica da teoria de finanças. Ao verificarmos as carteiras seleccionadas da fronteira eficiente (Tabela 15), identificamos que o diferencial de retorno da carteira arriscada não é muito superior àquele de uma carteira 100% CDI.

Adicionalmente, ajustamos a composição da renda fixa, aumentando a parcela do IMA-B e reduzindo CDI. Isto porque, em consonância com o item 3.2.1, o ativo livre de risco no longo prazo seria o IMA-B já que o mesmo é indexado a inflação, preservando o poder de compra do investidor. Conforme poder ser observado no *glidepath* proposto (Quadro 7), a alocação em IMA-B cresce até os 45 anos e depois decresce. Em contrapartida, a parcela de CDI começa a ter um percentual mais relevante a partir dos 50 anos, quando efetivamente há uma menor tolerância a risco e oscilações na rentabilidade dos ativos, em virtude da redução do capital humano.

As carteiras possuem uma redução de risco a fim de adequá-las às faixas determinadas em 3.2.3, a saber *Acumulação, Consolidação e Preservação*. O *glidepath* seria um modelo “*To*” até a aposentadoria, definida aqui aos 65 anos. O decaimento do orçamento de risco é realizado em intervalos de tempo definidos (anual) e linear com a redução de percentual da carteira de maior risco e o aumento correspondente a este percentual àquela subsequente de menor risco. O seu início é a partir de cinco anos de contribuição e o seu término cinco anos pré-aposentadoria. No intervalo entre 35 a 30 anos para aposentadoria, o percentual de decréscimo adotado foi de 10%, enquanto entre 30 a 20 anos de 5%, de tal forma que o portfólio do investidor aos 45 anos estivesse 100% investido na Carteira II.

Conforme 3.2.2, nesse período, é esperado maior crescimento da renda do trabalho (figura 9), o que justificaria um decaimento mais lento na exposição a ativos de risco. Entre 20 a 10 anos para aposentadoria, o percentual voltaria a 10%, e teríamos uma aceleração para 20% a partir de 10 anos de tal forma que faltando 5 anos para completar o ciclo, o portfólio estaria 100% investido na Carteira IV (100% CDI).

Quadro 7: *Glidepath* proposto

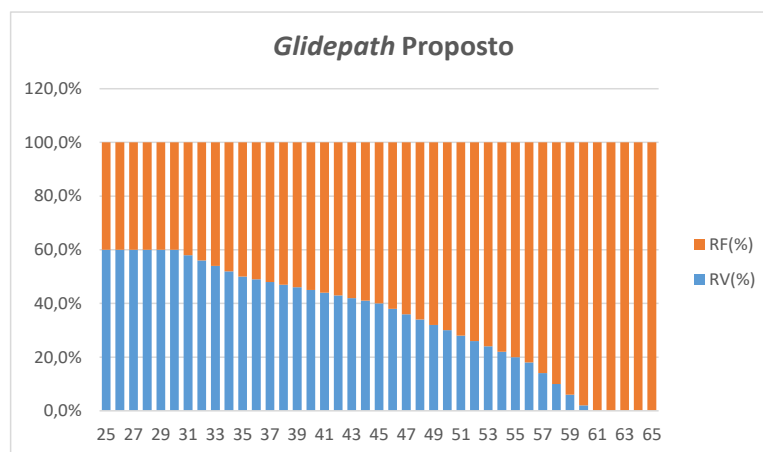
Faixa Etária	Anos para Aposentadoria	Carteira I	Carteira II	Carteira III	Carteira IV	Idade	RV (%)	RF (%)	IMA-B	CDI	MSCI em R\$	IBR-X 50
A c u m u l a ç ã o	40	100%	0%	0%	0%	25	60%	40%	35%	5%	5%	55%
	39	100%	0%	0%	0%	26	60%	40%	35%	5%	5%	55%
	38	100%	0%	0%	0%	27	60%	40%	35%	5%	5%	55%
	37	100%	0%	0%	0%	28	60%	40%	35%	5%	5%	55%
	36	100%	0%	0%	0%	29	60%	40%	35%	5%	5%	55%
	35	100%	0%	0%	0%	30	60%	40%	35%	5%	5%	55%
	34	90%	10%	0%	0%	31	58%	42%	36%	6%	6%	53%
	33	80%	20%	0%	0%	32	56%	44%	37%	7%	6%	50%
	32	70%	30%	0%	0%	33	54%	46%	38%	8%	7%	48%
	31	60%	40%	0%	0%	34	52%	48%	39%	9%	7%	45%
30	50%	50%	0%	0%	35	50%	50%	40%	10%	8%	43%	
C o n s o l i d a ç ã o	29	45%	55%	0%	0%	36	49%	51%	41%	11%	8%	41%
	28	40%	60%	0%	0%	37	48%	52%	41%	11%	8%	40%
	27	35%	65%	0%	0%	38	47%	53%	42%	12%	8%	39%
	26	30%	70%	0%	0%	39	46%	54%	42%	12%	9%	38%
	25	25%	75%	0%	0%	40	45%	55%	43%	13%	9%	36%
	24	20%	80%	0%	0%	41	44%	56%	43%	13%	9%	35%
	23	15%	85%	0%	0%	42	43%	57%	44%	14%	9%	34%
	22	10%	90%	0%	0%	43	42%	58%	44%	14%	10%	33%
	21	5%	95%	0%	0%	44	41%	59%	45%	15%	10%	31%
	20	0%	100%	0%	0%	45	40%	60%	45%	15%	10%	30%
P r e s e r v a ç ã o	19	0%	90%	10%	0%	46	38%	62%	44%	19%	10%	28%
	18	0%	80%	20%	0%	47	36%	64%	42%	22%	10%	26%
	17	0%	70%	30%	0%	48	34%	66%	41%	26%	10%	24%
	16	0%	60%	40%	0%	49	32%	68%	39%	29%	10%	22%
	15	0%	50%	50%	0%	50	30%	70%	38%	33%	10%	20%
	14	0%	40%	60%	0%	51	28%	72%	36%	36%	10%	18%
	13	0%	30%	70%	0%	52	26%	74%	35%	40%	10%	16%
	12	0%	20%	80%	0%	53	24%	76%	33%	43%	10%	14%
	11	0%	10%	90%	0%	54	22%	78%	32%	47%	10%	12%
	10	0%	0%	100%	0%	55	20%	80%	30%	50%	10%	10%
P r e s e r v a ç ã o	9	0%	0%	90%	10%	56	18%	82%	27%	55%	9%	9%
	8	0%	0%	70%	30%	57	14%	86%	21%	65%	7%	7%
	7	0%	0%	50%	50%	58	10%	90%	15%	75%	5%	5%
	6	0%	0%	30%	70%	59	6%	94%	9%	85%	3%	3%
	5	0%	0%	10%	90%	60	2%	98%	3%	95%	1%	1%
	4	0%	0%	0%	100%	61	0%	100%	0%	100%	0%	0%
	3	0%	0%	0%	100%	62	0%	100%	0%	100%	0%	0%
	2	0%	0%	0%	100%	63	0%	100%	0%	100%	0%	0%
	1	0%	0%	0%	100%	64	0%	100%	0%	100%	0%	0%
	0	0%	0%	0%	100%	65	0%	100%	0%	100%	0%	0%

Fonte: Elaborado pela autora

4.3) Análise dos Resultados

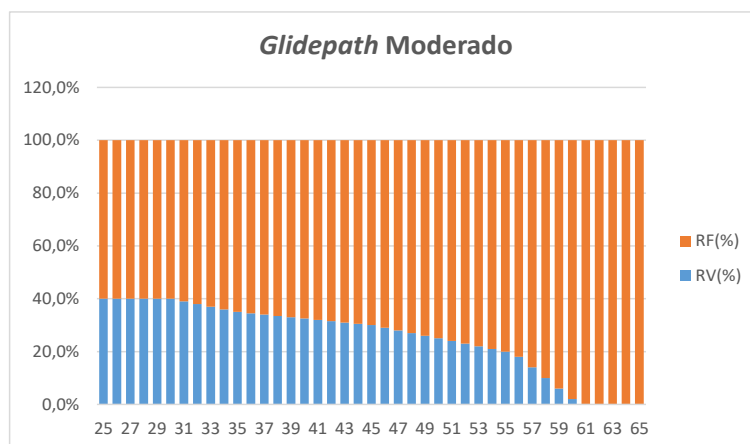
O *glidepath* proposto considera uma exposição inicial de 60% em renda variável (IBRX50 + MSCI World em reais) e 100% em CDI com o horizonte de cinco anos para a aposentadoria. Quando confrontamos com a figura 12, o *target-date* 2020 possui 50% alocado em *Equities*. Conforme já ressaltado no item 3.2.3, as carteiras podem ser revistas periodicamente e, considerando o cenário prospectivo de retornos para as classes de ativos, esta exposição inicial de renda variável poderá aumentar ou reduzir. Tal flexibilidade permite ajustar a carteira à utilidade esperada do investidor. Nesse sentido, poderíamos atender a proposição de Viceira (2008) de criar fundos ciclo de vida “conservadores”, “moderados” e “agressivos” na medida em que há uma diferenciação de tolerância ao risco do investidor, em detrimento de oferecer uma solução única. As variáveis chave para o modelo proposto de projeções são PIB e Inflação. Na medida em que temos uma perspectiva positiva em relação ao crescimento do PIB e controle de inflação, a *view* do investidor será de maiores retornos esperados em renda variável e menor em renda fixa. De forma análoga, uma perspectiva negativa refletirá numa alocação mais conservadora com maior exposição a ativos atrelados à inflação (IMA-B). Tendo em vista que as projeções segundo o modelo de Black-Litterman (tabela 13) referem-se a retornos esperados de longo prazo, entendemos que mudanças futuras nas carteiras são importantes para calibrar o risco a cada fase da vida laboral, porém, o perfil do investidor é determinante para a definição da alocação do longo prazo e a exposição inicial a ativos de risco. Podemos exemplificar, apresentando *glidepaths* considerando uma alocação inicial de 60% em renda variável (proposto), 40% e 20%.

Figura 17: Alocação com Exposição Inicial de 60% a Ativos de Risco



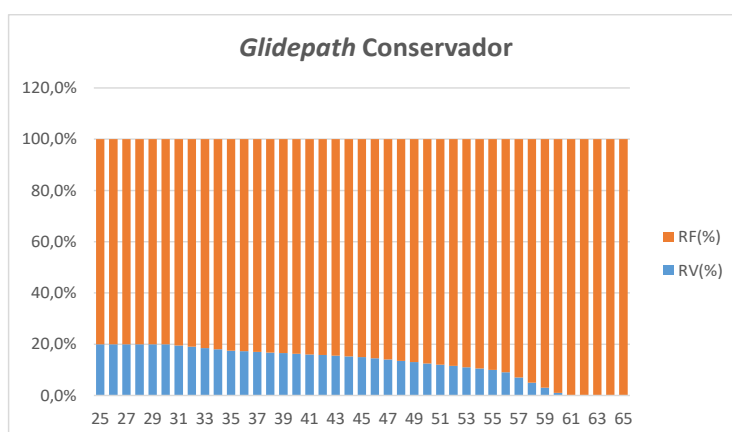
Fonte: Elaborada pela autora

Figura 18: Alocação com Exposição Inicial de 40% a Ativos de Risco



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 19: Alocação com Exposição Inicial de 20% a Ativos de Risco



Fonte: Elaborada pela autora

Uma exposição inicial de 60% poderia ser identificada como “agressiva” haja vista os perfis de investimento *risk-based* ofertados pelos planos de contribuição definida dos fundos de pensão brasileiros¹¹.

Em Poterba et al (2005), os autores ressaltam que as diferentes estratégias de alocação de recursos visando acumulação de riqueza para aposentadoria são sensíveis a: riqueza proveniente de outras fontes/ativos, retorno esperado da renda variável, a aversão ao risco do investidor, além dos custos envolvidos em sua operacionalização.

¹¹ Alocações que não variam com a idade do participante. A fundação IBM identifica perfil com 50% em renda variável como “agressivo”. A Valia oferece perfis de investimento com o máximo de 40% em renda variável.

As conclusões acima tiveram por base estudo que definiu uma função utilidade de aposentadoria usando a seguinte função utilidade de aversão ao risco constante:

$$U_h = \frac{(W_{PRA,h} + W_{non-PRA})^{1-\alpha}}{1-\alpha}$$

Onde:

PRA : *Private Investment Accounts*, leia-se planos 401(k);

non-PRA: riqueza financeira proveniente de outras fontes;

h: retorno da estratégia de alocação de recursos do plano 401 (k);

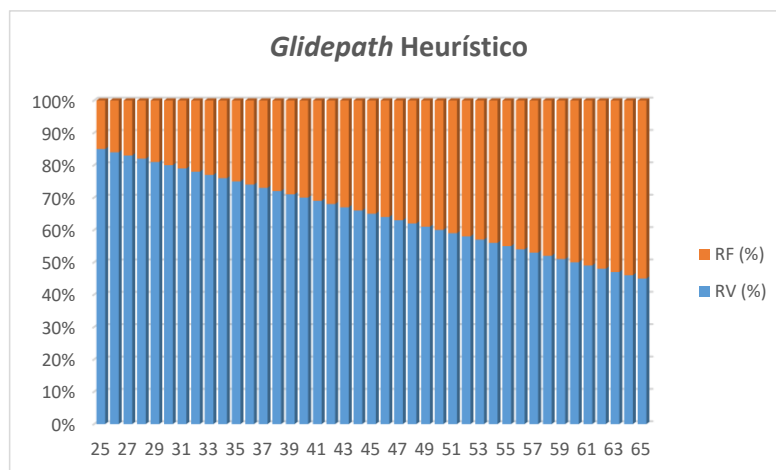
α : idade.

A simulação teve por objetivo encontrar equivalentes de certeza, considerando oito diferentes estratégias de alocação, dado que o investidor possui non-PRA igual a zero. Dentre as estratégias, foram definidas duas de forma heurística, tomando por base a idade (*age-based investing*):

(110-idade)% Ações, (idade+10)%TIPS
 (110-idade)% Ações, (idade+10)%Bonds

Traduzindo em exposição a renda variável e fixa, há uma diferenciação importante quando comparamos o *glidepath* proposto (Figura 17) e aquele estabelecido conforme as equações acima:

Figura 20: Alocação Heurística



Fonte: Elaborado pela autora

Na figura 20, há exposição de 45% a renda variável aos 65 anos, em linha com o praticado no mercado americano. Ao observarmos a figura 12 os fundos *target-date* 2020 possuem 50% em

Equities. Conforme visto no item 3.3.2.4, a oferta destes produtos nos EUA é majoritariamente “*Through*”, ou seja há um horizonte maior de decaimento haja vista que o período de investimento comporta os anos de aposentadoria.

Ao adequarmos ao mercado brasileiro, além de reduzirmos a exposição inicial a ativos com maior risco, o seu decaimento é muito mais rápido, iniciando na etapa de *Consolidação*. Tal fato reside no apetite a risco do investidor médio brasileiro. Segundo pesquisa realizada pela ANBIMA em 2018, ações são o segundo tipo de investimento mais conhecido pelo brasileiro, somente perdendo para a poupança. No entanto, há um abismo entre o conhecimento de finanças e a disposição de investir. Mais da metade da população (54%) das classes A, B e C não investe em nenhum tipo de aplicação nem na poupança, e para 40% o hábito de investir é inexistente.

Na avaliação da ANBIMA, o suposto conhecimento do brasileiro sobre ações está ligado ao fato de que elas estão muito presentes no noticiário. Foram entrevistadas 3,3 mil pessoas em todo Brasil, das classes A, B e C. O conhecimento do brasileiro sobre investimento não está diretamente relacionado ao seu apetite ao risco, quase metade (45%) dos entrevistados na referida pesquisa declarou conhecer um ou mais tipos de produtos financeiros, com destaque a poupança, citada por 32%. Outra percepção obtida foi de que, em geral, não há uma preocupação com a rentabilidade do investimento, mas sim quanto a sua segurança.

Diante desta constatação, como sensibilizar o investidor médio a realizar uma poupança para aposentadoria, dado que o conhecimento sobre finanças é restrito e os vieses comportamentais, como aversão a perda, muito presentes.

Robert Merton (2007) propõe uma nova solução para os produtos financeiros para este fim, com base em três pilares: definição pelo investidor de uma renda almejada de aposentadoria e a gestão por parte do provedor dos riscos inerentes (taxa de juros, longevidade) para que a mesma seja alcançada; desenho de estratégias *tailor-made* sem a necessidade de atuação e engajamento por parte do investidor; comunicação simples e a necessidade mínima de decisões por parte do investidor, onde o mesmo expressaria sua vontade através de respostas a questões do tipo: qual a sua renda de aposentadoria desejada? Qual a renda mínima aceitável, caso aquela almejada não seja possível ser obtida? O quanto está disposto a contribuir? Quando espera se aposentar?

A mudança de foco de “acumulação de valor financeiro” para uma “renda de aposentadoria que mantenha o seu padrão de vida” liberaria o investidor de um conhecimento sobre finanças que não possui e, conforme visto no item 2.2, há restrições em educá-lo para tal. A proposta do autor reside em criarmos uma “engenharia” reversa na oferta de produtos para aposentadoria. Nela, considerando as características do investidor ou público-alvo conforme vimos em 3.3.2.1 e 3.3.2.3, bem como o fluxo de contribuições futuras, desenharíamos um *glidepath* aderente a sua “ambição” de renda.

5) Conclusão

O artigo “*Is it Prudent for Investors to Use Target-Date Funds for Retirement Savings?*” publicado pelo Wall Street Journal em 19/03/17 apresenta a discussão presente hoje na indústria de fundos mútuos americana. De um lado, os defensores de produtos filosofia ciclo de vida enfatizam os mecanismos automáticos que enfrentam os vieses comportamentais dos investidores na poupança para aposentadoria, além do seu baixo custo. De outro, aqueles céticos quanto à capacidade destes fundos proverem a renda necessária, tendo em vista que os mercados e os seus ciclos não se importam com a idade do investidor. Além disso, o maior risco envolvido, nesta visão, é a longevidade. Advogam também que a gestão deveria ser capaz de realizar alocações táticas, incorporando mais ou menos risco dependendo do momento de mercado.

Esta dissertação procurou explorar alguns dos pontos centrais deste debate. Os produtos ciclo de vida são uma inovação da indústria que atendem a um determinado público. Investidores mais sofisticados não encontrarão nestes fundos as respostas para suas necessidades. No entanto, mostraram-se eficientes para orientar a poupança para aposentadoria do investidor médio, que não possui acesso à orientação de um profissional de finanças.

Na metodologia proposta, recomendamos a revisão a cada cinco anos das carteiras selecionadas para compor o *glidepath*, de forma a incorporar o cenário prospectivo, as novas correlações entre as classes de ativos e/ou incluir novas classes em sua composição. O objetivo é que as mesmas mantenham o mesmo nível de risco traçado quando do desenho do *glidepath*. Considerando o longo horizonte de investimento, recorrer a alocações táticas pode gerar custos extras e não contribuir em maiores retornos. Tal disposição não desconsidera o fato de que, a qualquer momento, em caso de configuração de um cenário não previsto, a alocação seja revista.

Uma possível extensão deste trabalho seria incorporar o controle de risco das carteiras conforme proposto em Gutierrez et al (2019). Neste sentido, ao definir a tolerância ao risco (γ) da Carteira I, elabora-se uma alocação de modo a prover retorno superior comparado àquele previsto para a carteira II com γ inferior. Teríamos assim um *glidepath* aderente ao conceito de *age-based investing*, bem como atenderia a premissa implícita de que ao se investir na Carteira I durante determinado período resultará em maiores retornos comparados a Carteira II e assim sucessivamente. Adicionalmente, poderia ser testada a otimização das classes de ativos locais em termos reais, a fim de verificar como se comportaria a alocação em IMA-B à luz do

preconizado pela alocação dinâmica proposta por Campbell e Viceira (2001). Nesta simulação, poderia ser também incluído o MSCI em dólares, buscando avaliar a sua relevância nas carteiras da fronteira eficiente.

Outra possibilidade a ser explorada é a simulação de curvas de capital humano e o seu impacto na alocação. A definição de investidores-tipo de diferentes setores de atuação (indústria, serviços) e tipo de ocupação (escritório, operacional) poderia resultar em diferentes *glidepaths* mais aderentes a realidade do investidor.

A transposição de produtos com estas características para o mercado brasileiro é possível haja vista a simulação realizada no capítulo 4. A sua implementação dependerá de um maior foco no longo prazo e de uma maior consciência quanto ao risco de longevidade pelo investidor local. O desenvolvimento do mercado de capitais também é importante para que haja mais alternativas para a composição de um portfólio mais diversificado, incluindo também a exposição a classes de ativos internacionais para redução de risco. A mentalidade “CDI” e a expectativa de retornos sempre positivos na renda fixa são um entrave à aceitação de produtos ciclo de vida, que trazem consigo maior volatilidade nos retornos na fase inicial do investimento. São desafios importantes de comunicação a serem enfrentados, a fim de demonstrar os benefícios de longo prazo.

6) Bibliografia

ALLIAGA-DIAZ, Roger *et al.* “Vanguard Life-Cycle Investing Mode: A framework for building target-date portfolios”. In: Vanguard Research. Harshdeep Ahluwalia, Kevin DiCiurcio, Matthew C. Brancato, Scott Donaldson e David Pakula. 2016.

ANBIMA. Relatório “O raio-X do Investidor Brasileiro”. 2018

BODIE, Zvi, MERTON, Robert e SAMUELSON, William. “Labor Supply Flexibility and Portfolio Choice in a Life Cycle Model”. In Journal of Economic Dynamics and Control. 1992

CAMPBELL, John. “Intertemporal Asset Pricing without Consumption Data”. 1993

CAMPBELL, John e VICEIRA, Luís. “Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors”. 2001

CARPENA, Fenella *et al.* “Unpacking the Causal Chain of Financial Literacy”. In: Policy Research Working Paper 5798 from The World Bank. Shawn Cole, Jeremy Shapiro e Bilal Zia. 2011

DAGA, Ankul *et al.* “Vanguard’s Approach to Target Retirement Funds in the UK”. In: Vanguard Research. Todd Schlanger, Scott Donaldson e Peter Westaway. 2016

ERICKSON, Hans e CUNNIFF, John. “To” versus “Through”: The great glidepath debate. TIAA-CREF Asset Management. 2015

GUTIERREZ, Tomás *et al.* “Can asset allocation limits determine portfolio risk-return profiles in DC pension schemes?”. Bernardo Pagnoncelli, Davi Valladão e Arturo Cifuentes. 2019

HASTINGS, Justine *et al.* “Financial Literacy, Financial Education and Economic Outcomes”. In: Working Paper 18412 from National Bureau of Economic Research. Brigitte Madrian e William Skimmyhorn. 2012

IDZOREK, Thomas. “A Step-by-Step Guide to the Black-Litterman Model”. 2005

KAHNEMAN, Daniel. Rápido e Devagar – Duas Formas de Pensar. 2011

LAGAKOS, David *et al.* “Life Cycle Wage Growth across Countries”. *Journal of Political Economy*, vol. 126, no. 2 University of Chicago. Benjamin Moll, Tommaso Porzio, Nancy Qian e Todd Schoellman. 2018

MERTON, Robert. “The Future of Retirement Planning”. In: “The Future of Life-Cycle Saving & Investing”. Research Foundation of the CFA Institute editado por Z. Bodie, D. McLeavey e L.B. Siegel. 2007

MICHAUD, Richard. “The Markowitz Optimization Enigma: Is ‘Optimized Optimal?’” *Financial Analyst Journal*, vol. 45, no. 1. 1989

MINDLIN, Dmitry. “Principles of Optimal Glidepath Design”. CDI Advisors LLC. 2013

MORNINGSTAR. “The MorningStar Lifetime Index Funds”. In: “Morningstar Investment Management”. 2015

MORNINGSTAR. “Target-Date Fund Landscape”. In “Morningstar Manager Research”. 2018

PORTO, Ricardo. Utilização do Modelo de Black-Litterman para a Gestão de Hedge Funds do Brasil. Dissertação Mestrado FGV-EPGE. 2010

POTERBA, James *et al.* “Lifecycle Asset Allocation Strategies and the Distribution of 401(k) Retirement Wealth”. National National Bureau of Economic Research. Joshua Rauh, Steven Venti e David Wise. 2009

THALER, Richard e DE BONDT, Werner. “Anomalies A Mean-Reverting Walk Down Wall Street” *Journal of Economic Perspectives*—Volume 3, Number 1 —Pages 189–202. 1989

THALER, Richard e SUNSTEIN, Cass. “Nudge”. 2009

TOBIN, James. “Liquidity Preference as Behavior towards Risk”. 1958

VANGUARD. “How America Saves Today: A report on Vanguard 2014 defined contribution plan data”. 2015

VICEIRA, Luís. “Life Cycle Funds.” Chap. 5 in “Overcoming the Saving Slump: How to Increase the Effectiveness of Financial Education and Saving Programs, editado por Annamaria Lusardi. University of Chicago Press, 2008.

VOYA, Investment Management. "Rethinking Glidepath Design: A Holistic Approach". 2014

Anexo 1: Educação Financeira ao Redor do Mundo.

TABLE 2. Financial Literacy Around the World

Country (year)	Netherlands (2010)	USA (2004)	USA (2010)	USA (2009)	Japan (2010)	Germany (2009)	Chile (2009)	Chile (2012)	Mexico (2010)	Indonesia (2007)	India (2006)
Survey	DNB Household Survey+	Health and Retirement Survey*	Health and Retirement Survey*	National Financial Capability Study (NFCS)*	Survey of Living Preferences and Satisfaction+	SAVE +	Social Protection Survey (EPS)*	National Student Survey* (TNE)	EERA*	Household Survey+	Household Survey+
Compound Interest											
Correct	85%	67%	69%	78%	71%	82%	47%	46%	45%	78%	59%
Don't know	9%	9%	5%	10%	13%	11%	32%	12%	2%	15%	30%
Inflation											
Correct	77%	75%	81%	65%	59%	78%	18%	43%	71%	61%	25%
Don't know	14%	10%	4%	19%	29%	17%	21%	36%	2%	16%	38%
Risk diversification											
Correct	52%	52%	63%	53%	40%	62%	41%	60%	47%	28%	31%
Don't know	33%	34%	19%	40%	56%	32%	33%	20%	1%	4%	6%
All questions correct	45%	34%	42%	39%	27%	53%	8%	16%	15%	X	X
Sample Description	Age 25+	Age 50+	Age 50+	Population Representative	Age 20-69	Population representative	Population representative	1st year college students	Age 16-60, formal sector employees	Village participants	Village participants
Sample size	1,665	1,269	1,296	28,146	5,268	1,059	14,243	4,257	7,871	3,360	1,496

Notes: Countries ranked by 2010-2011 International Monetary Fund GDP per capita. + denotes statistics directly drawn from publications; Netherlands: van Rooij et al. 2011. Financial literacy and retirement preparation in the Netherlands. J. Pension. Econ. 10(4): 527-545; Japan: Sekita. 2011. Financial literacy and retirement planning in Japan. J. Pension. Econ. 10(4): 637-656; Germany: Lusardi & Bucher-Koenen. 2011. Financial literacy and retirement planning in Germany. J. Pension. Econ. 10(4): 565-584; Cole et al. 2011. Prices or knowledge? What drives demand for financial services in emerging markets. J. Finance. 66(6): 1933-1967. *denotes author's calculations from raw data. X denotes missing information.

Fonte: Hastings et al (2012)

Anexo 2: Mensuração da Educação Financeira

TABLE 3. Measures of Financial Literacy

Individual Characteristics	Percent Correctly Answering the "Big 3" Financial Literacy Questions	Percent Correctly Answering the "Big 5" Financial Literacy Questions	Mean Level of Self-Assessed Overall Financial Knowledge (1-7 Scale)	Mean Level of Self-Assessed Mathematical Knowledge (1-7 Scale)	Mean Level of Self-Assessed Capability at Dealing with Financial Matters (1-7 Scale)
Gender					
Male	49%	21%	5.1	5.8	5.6
Female	29%	10%	4.8	5.4	5.6
Age					
18-24	22%	5%	4.6	5.4	5.1
25-34	32%	11%	6.1	6.3	6.3
35-44	38%	15%	5.9	6.2	6.3
45-54	43%	18%	5.9	6.5	6.4
55-64	48%	20%	5.9	6.4	6.6
65 or Older	49%	19%	5.3	5.7	6.0
Education Level					
Less than H.S. Graduate	12%	2%	4.3	4.8	4.9
H.S. Graduate	23%	7%	4.7	5.3	5.4
Some College	40%	14%	4.9	5.6	5.6
College Graduate or Above	60%	29%	5.9	6.5	6.4
Household Income					
Less than \$15K	21%	5%	4.4	5.2	5.0
\$15K-\$24K	26%	6%	4.7	5.3	5.4
\$25K-\$34K	30%	10%	4.8	5.4	5.5
\$35K-\$49K	36%	12%	4.9	5.6	5.6
\$50K-\$74K	45%	18%	5.1	5.7	5.7
\$75K-\$99K	55%	24%	5.2	5.8	5.8
\$100K-\$149K	60%	29%	5.3	5.9	5.9
More than \$150K	66%	37%	5.6	6.0	6.0

Note: Authors' calculations from the 2009 NFCS State-by-State Survey (n=28,146). The top panel of Table 1 lists the "Big 3" questions in Column (1), the "Big 5" questions in Column (2) include the "Big 3" and the additional two questions from the bottom panel of Table 1. Columns (3) through (5) report the mean of the participants' self-assessments based on the following scale: 1=Strongly Disagree to 7= Strongly Agree.

Fonte: Hastings et al (2012)

Anexo 3: Resultados da Regressão: Habilidades Numéricas vinculadas a conceitos Financeiros

Table 4: Financial Numeracy Skills
 FL treatment is a dummy for financial literacy treatment. Pay for Perf Treat is a dummy for performance treatment. Robust SEs clustered at the wave-session level. *** indicates statistical significance at the 1% level, ** at the 5% level, * at the 10% level.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
	Rs3000 cover	Rs3000 cover	Rs70 mos. from now vs. Rs50 at 5% per month for 10 mos.	Rs70 10 mos. from now vs. Rs50 at 5% per month for 10 mos.	14% per month vs. 2% perwk	14% per month vs. 2% perwk	Rs3000 cover	Rs3000 cover	Wrote budget correctly	Wrote budget correctly	Aggregate financial numeracy score	Aggregate financial numeracy score
FL Treatment	-0.005 (0.027)	-0.035 (0.035)	-0.042 (0.025)	-0.018 (0.036)	0.036 (0.030)	0.019 (0.039)	-0.046 (0.030)	-0.053 (0.035)	0.012 (0.023)	0.003 (0.031)	-0.009 (0.012)	-0.011 (0.017)
Pay for Perf Treat				0.081* (0.044)		-0.027 (0.033)		-0.013 (0.047)		-0.016 (0.032)		0.001 (0.019)
FL * Pay		0.002 (0.054)		-0.045 (0.054)		-0.027 (0.052)		0.014 (0.058)		0.017 (0.041)		0.004 (0.024)
Constant	0.254* (0.131)	0.269* (0.155)	0.444*** (0.143)	0.399*** (0.137)	0.892*** (0.074)	0.901*** (0.075)	0.697*** (0.101)	0.796*** (0.101)	0.575*** (0.167)	0.585*** (0.168)	0.573*** (0.062)	0.573*** (0.061)
Strata FEs	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
p-val of F-test of Pay Treat + FL Treat + FL * Pay = 0		0.888		0.618		0.887		0.152		0.882		0.716
R-squared	0.136	0.137	0.155	0.159	0.112	0.115	0.116	0.116	0.245	0.245	0.197	0.197
N	1270	1270	1270	1270	1270	1270	1270	1270	1270	1270	1270	1270
Mean of Dep Var in Pure Control		0.425		0.691		0.700		0.686		0.734		0.647

Fonte: Carpena et al (2011)

Anexo 4: Conhecimentos Básicos de Educação Financeira

Table 5: Basic Financial Awareness
 FL treatment is a dummy for financial literacy treatment. Pay for Perf Treat is a dummy for pay for performance treatment. Robust SEs clustered at the wave-session level. *** indicates statistical significance at the 1% level, ** at the 5% level, * at the 10% level.

	(1) Knows to in- clude both in- come and ex- penses in HH budget	(2) Knows to in- clude both in- come and ex- penses in HH budget	(3) Knows can open an ac- count with as low as Rs. 50	(4) Knows can open an ac- count with as low as Rs. 50	(5) Agrees that budgeting can help decrease unnecessary expenditure	(6) Agrees that budgeting can help decrease unnecessary expenditure	(7) Knows will get money back if bank closes	(8) Knows will get money back if bank closes
FL Treatment	0.045*** (0.020)	0.030 (0.031)	0.168*** (0.033)	0.151*** (0.040)	0.036*** (0.012)	0.010 (0.018)	0.011 (0.031)	0.010 (0.046)
Pay for Perf Treat	-0.005 (0.045)	-0.005 (0.045)	-0.036 (0.041)	-0.036 (0.041)		-0.031 (0.025)		0.004 (0.044)
FL * Pay	0.030 (0.050)	0.030 (0.050)	0.034 (0.048)	0.034 (0.048)		0.053* (0.029)		0.003 (0.054)
Constant	0.966*** (0.017)	0.965*** (0.028)	0.624*** (0.097)	0.642*** (0.096)	0.848*** (0.089)	0.860*** (0.093)	0.616*** (0.143)	0.614*** (0.149)
Strata FEs	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
p-val of F-test of Pay Treat + FL Treat + FL * Pay = 0	0.078	0.078	0.000	0.000	0.048	0.048	0.135	0.725
R-squared	0.164	0.165	0.154	0.155	0.091	0.096	0.135	0.136
N	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Mean of Dep Var in Pure Control	0.846	0.846	0.675	0.675	0.959	0.959	0.704	0.704

Fonte: Carpena et al (2011)

Anexo 5: Conhecimentos Básicos de Educação Financeira

Table 6: Basic Financial Awareness
 FL treatment is a dummy for financial literacy treatment. Pay for Perf Treat is a dummy for performance treatment. Robust SEs clustered at the wave-session level. *** indicates statistical significance at the 1% level, ** at the 5% level, * at the 10% level.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
	Knows insurance cover	Knows insurance cover	Knows person pays higher life insurance prem	Knows person pays higher life insurance prem	Knows rowing money for Diwali is unproductive loan	Knows borrowing money for Diwali is unproductive loan	Aggregate basic financial awareness score	Aggregate basic financial awareness score
FL Treatment	0.028 (0.029)	-0.018 (0.038)	0.054 (0.040)	0.048 (0.046)	0.196*** (0.033)	0.199*** (0.036)	0.077*** (0.016)	0.061*** (0.017)
Pay for Perf Treat		0.003 (0.055)		-0.047 (0.066)		0.004 (0.049)		-0.015 (0.020)
FL * Pay		0.092 (0.069)		0.012 (0.077)		-0.007 (0.062)		0.031 (0.024)
Constant	0.479*** (0.135)	0.466*** (0.133)	0.460** (0.190)	0.488** (0.190)	0.228*** (0.078)	0.226*** (0.080)	0.603*** (0.048)	0.609*** (0.048)
Strata FEs	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
p-val of F-test of Pay Treat + FL Treat + FL * Pay = 0	0.064			0.792		0.000		0.000
R-squared	0.123	0.129	0.130	0.132	0.209	0.209	0.182	0.183
N	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Mean of Dep Var in Pure Control		0.536		0.574		0.621		0.705

Fonte: Carpena et al (2011)

Anexo 6: Atitudes voltadas para Finanças e Percepções

Table 7: Financial Attitudes and Perceptions

FL treatment is a dummy for financial literacy treatment. Pay for Perf Treat is a dummy for performance treatment. Dependent variables are dummies. *** indicates statistical significance at the 1% level, ** at the 5% level, * at the 10% level.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
	Would suggest purchasing insurance to construction worker friend	Would suggest purchasing insurance to construction worker friend	Would suggest opening bank account w/ bright child	Would suggest opening bank account w/ bright child	Would suggest making budget	Would suggest making HH budget	Would suggest taking out a loan to friend who rents an auto	Would suggest taking out a loan to friend who rents an auto	Would suggest taking out a loan to buy smaller TV	Would suggest taking out a loan to buy smaller TV	Aggregate financial attitudes and perceptions score	Aggregate financial attitudes and perceptions score
FL Treatment	0.086*** (0.030)	0.094** (0.045)	0.033 (0.028)	0.043 (0.038)	0.209*** (0.051)	0.188*** (0.067)	0.051** (0.025)	0.053 (0.044)	0.009 (0.017)	0.004 (0.030)	0.078*** (0.018)	0.077** (0.033)
Pay for Perf Treat		-0.014 (0.062)		0.046 (0.073)		-0.075 (0.072)		-0.020 (0.060)		-0.016 (0.044)		-0.016 (0.050)
FL * Pay		-0.016 (0.071)		-0.022 (0.078)		0.042 (0.084)		-0.003 (0.061)		0.010 (0.048)		0.002 (0.052)
Constant	0.809*** (0.066)	0.817*** (0.068)	0.911*** (0.074)	0.887*** (0.068)	0.394*** (0.129)	0.434*** (0.128)	0.899*** (0.060)	0.910*** (0.067)	0.994*** (0.011)	1.002*** (0.026)	0.802*** (0.050)	0.810*** (0.050)
Strata FEs	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
p-val of F-test of Pay Treat + FL Treat + FL * Pay = 0		0.172		0.053		0.040		0.531		0.956		0.069
R-squared	0.231	0.232	0.165	0.168	0.220	0.223	0.137	0.139	0.160	0.161	0.229	0.231
N	595	595	595	595	595	595	595	595	595	595	595	595
Mean of Dep Var in Pure Control	0.767	0.767	0.845	0.845	0.505	0.505	0.922	0.922	0.951	0.951	0.798	0.798

Fonte: Carpena et al (2011)

Anexo 7: Atitudes voltadas para Finanças e Percepções

Table 8: Financial Attitudes and Perceptions

FL treatment is a dummy for financial literacy treatment. Pay for Perf Treat is a dummy for performance treatment. Values assigned to the left hand side variables are as follows. In column 1 and 2, 0 for taking up other work, 1 for purchasing insurance, 0.5 for increasing savings. In column 3 and 4, 0 for buying child life insurance, 0.25 for borrowing from a money lender, 1 for opening a bank savings account, 0.75 for saving at home, 0 for discontinuing education. In column 5 and 6, 0.25 for opening a savings account, 1 for starting a budget, 0 for buying life insurance. In column 7 and 8, 1 for taking out a loan to buy an auto, 0 for not taking out a loan. In column 9 and 10, 0 for a large loan to buy a large TV, 1 for a small loan to buy a small TV. *** indicates statistical significance at the 1% level, ** at the 5% level, * at the 10% level.

	(1) Advice to con- struction worker	(2) Advice to con- struction worker	(3) Advice to friend w/ bright child	(4) Advice to friend w/ bright child	(5) Advice to friend for tracking income and ex- penditure	(6) Advice to friend for tracking income and ex- penditure	(7) Advice to auto driver about loans	(8) Advice to auto driver about loans	(9) Advice about buying TV	(10) Advice about buying TV	(11) Aggregate financial attitudes and per- ceptions score	(12) Aggregate financial attitudes and per- ceptions score
FL Treatment	0.077*** (0.023)	0.085*** (0.038)	0.003 (0.013)	0.018 (0.012)	0.174*** (0.044)	0.163*** (0.054)	0.051** (0.025)	0.053 (0.044)	0.000 (0.017)	0.004 (0.030)	0.062*** (0.014)	0.065*** (0.025)
Pay for Perf Treat		0.003 (0.049)		0.021 (0.028)		-0.056 (0.055)		-0.020 (0.060)		-0.016 (0.044)		-0.013 (0.037)
FL * Pay		-0.019 (0.057)		-0.031 (0.031)		0.023 (0.064)		-0.003 (0.061)		0.010 (0.048)		-0.004 (0.038)
Constant	0.850*** (0.054)	0.848*** (0.052)	0.981*** (0.021)	0.970*** (0.019)	0.451*** (0.138)	0.480*** (0.136)	0.809*** (0.060)	0.910*** (0.067)	0.994*** (0.011)	1.002*** (0.026)	0.835*** (0.052)	0.842*** (0.051)
Strata FEs	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
p-val of F-test of Pay Treat + FL Treat + FL * Pay = 0		0.069		0.541		0.033		0.531		0.956		0.070
R-squared	0.226	0.226	0.170	0.171	0.219	0.221	0.137	0.139	0.160	0.161	0.238	0.241
N	595	595	595	595	595	595	595	595	595	595	595	595
Mean of Dep Var in Pure Control	0.811	0.811	0.934	0.934	0.590	0.590	0.922	0.922	0.951	0.951	0.842	0.842

Anexo 8: IMA-B Completo

Título	Código SELIC	Código IIR	Data de Vencimento	Taxa Indicada	PU	PU de Juros (Cupom)	Quantidade	Quantidade Teórica	Duration
TOTAL							298,903		2,003
N74	700199	0657N070A01	15/05/2019	3,1556	3,234,000246	-	22.800,74	0,13070020	77
N74	700199	0657N070A00	15/08/2020	3,8377	3,291,500025	-	10.677,41	0,11267709	374
N74	700199	0657N070A07	15/05/2021	3,2500	3,386,765687	-	22.140,18	0,13269978	547
N74	700199	0657N070A00	15/08/2022	3,8143	3,667,050050	-	42.700,54	0,25204177	825
N74	700199	0657N070A09	15/05/2023	3,9800	3,643,765688	-	26.028,25	0,14131523	668
N74	700199	0657N070A06	15/08/2024	4,1900	3,518,016079	-	17.067,95	0,10426659	1,193
N74	700199	0657N070A05	15/08/2025	4,2700	3,586,907031	-	13.893,90	0,08228039	1,546
N74	700199	0657N070A00	15/08/2026	4,3767	3,624,317988	-	1.924,06	0,01181157	1,853
N74	700199	0657N070A08	15/08/2028	4,3868	3,696,765156	-	10.559,91	0,06587704	2,153
N74	700199	0657N070A07	15/05/2029	4,5179	3,757,265280	-	21.884,96	0,13117174	2,774
N74	700199	0657N070A06	15/08/2030	4,5376	3,872,365084	-	13.543,08	0,06268680	3,268
N74	700199	0657N070A06	15/05/2035	4,6300	3,951,265405	-	26.724,00	0,15780373	3,681
N74	700199	0657N070A04	15/08/2050	4,5900	3,976,234231	-	41.894,73	0,25170620	3,983
N74	700199	0657N070A04	15/05/2055	4,5700	3,988,292624	-	10.629,64	0,06213628	4,309
Duration Total									4,06

Fonte: ANBIMA. Cálculo da *duration* do índice elaborado pela autora.